

新谷敏朗

福山大学工学部情報処理工学科

1. まえがき

「スーパーパズ(Superpuzz)」は GPCC の課題として取り上げられたトランプの一人あそびの 1 種である。[1] このゲームでは 52 枚のカードをシャッフルして並べた初期局面からルールに従ってカードを移動していき、所定の成功局面に至ることが目的である。スーパーパズではある局面から別の局面への状態遷移(移動)は、同じ局面に戻ってくる可能性がある状態遷移(「復帰可能な状態遷移」と呼ぶことにする)と戻ってくる可能性がない状態遷移に分けられる。

[2] 従って、いわゆる「ゲームの木」は木ではなく閉路を含む有向グラフになる。その有向グラフは閉路を含むので強連結成分と無閉路有向成分に分割でき、復帰可能な状態遷移は定義より強連結成分に属する枝に対応することになる。ここでは、スーパーパズにおいてカードの移動が復帰可能な状態遷移に対応するものであるための必要十分条件を明らかにする。

2. ルールと用語

スーパーパズのルールは以下の通りである。スートを H,D,S,C で表し、数字はエースを A, 絵札を J,Q,K, 10 は 0, それ以外は数字で示す。

1. トランプ 1 組をよくシャッフルした後、表向きに 4 行 13 列に並べる。
2. 4 枚の K を取り除く。それによって生じた空白を「穴」と呼ぶ。
3. 左端にある穴には、任意のスートの A を移動できる。左端でない場所にある穴には、穴の左隣のカードに続くカードを移動できる。例えば、H6 の次には H7 が続く。左隣が Q または穴である穴には、いかなる

カードも移動できない。

4. カードの移動によって新たに生じた穴には、3.の規則に従ってカードを移動できる。
5. すべてのカードが左端の A を先頭に昇順に並びば成功である。4 つの行のスートの並び順は任意である。どのカードも移動できない状態(穴の左隣がすべて Q または穴)で成功局面でなければ失敗である。

スーパーパズの局面の例を図 1,2 に示す。図 1 の局面では左端に穴がひとつ、A がふたつ存在

```
HA D2 H3   S5 S2 D9 DJ C9 C3 D3 S8 H0
           H2   D4 DQ CJ CQ H9 H4 H8 S9 S4 H7
DA   HJ H6 D7 S3 SJ S7 SA C5 H5 D8 S0
C7 C2 D6 C6 D5 S6 SQ HQ C4 D0 CA C8 C0
```

図 1 局面の例(1)

```
HA H2 H3 H4 S9 HQ S0 H6 D5 HJ D0 C2 S5
DA D2 D3 D4 C9 D8 S7 CJ C0 C7 CA DJ H9
           S8 C8 H0 H5 SQ D7 C4 S6 H8
SA S2 S3 S4 SJ CQ C6 D9 C3 C5 H7 DQ D6
```

図 2 局面の例(2)

する。ルールより左端の A は左端の穴に可逆的に移動できる。従って、図 1 で左端の HA と DA の移動は復帰可能な状態遷移に対応する。このとき HA や DA と 1 列目の穴は「復帰可能である」ということにする。なお、成功局面では数字が n のカードは左端から n 列目にあるので、第 n 列にある数字が n のカードは「本来の列にある」ということにする。

3. 復帰可能な状態遷移

文献 [2] によって、スーパーパズの局面が強

連結成分に属するための必要十分条件は、「その局面の左端に A と穴が各々少なくともひとつ以上は存在することである」ことが証明されている。また、「特定の強連結成分の中で移動可能なカードは数字が 1,2,3,4 で本来の列にあるものに限られる」ことも明らかにされている。ただし、後者は必要条件であって、十分条件ではない。ここでは、数字が 1,2,3,4 で本来の列にあるカードが復帰可能であるための必要十分条件を次のように考えていく。まず、ルールより明らかに次の補題が成立する。

補題 1 左端に A と穴が各々 1 つ以上存在するとき、それらの A と穴は復帰可能である。

数字が 2 のカードで第 2 列にあるものについては第 1 列（左端）にある同じスートの A の右隣の穴に移動できることから、次の補題が成立する。

補題 2 数字が 2 のカード C と穴 K が第 2 列にあるとする。C の左隣が同じスートの A であり K の左隣が穴であるか、または C の左隣が穴であり K の左隣が同じスートの A であるとき、C と K は復帰可能である。

数字が 3 と 4 のカードについても同様に考えることができるので、次の補題が成立する。

補題 3 数字が $i(=3,4)$ のカード C と穴 K が第 i 列にあるとする。C の左隣が同じスートの復帰可能なカードであり K の左隣が復帰可能な穴であるか、または C の左隣が復帰可能な穴であり K の左隣が同じスートの復帰可能なカードであるとき、C と K は復帰可能である。

以上の補題と文献 [2] の性質 3,4、さらに同じ列にある 2 枚の復帰可能なカードはその列の復帰可能な穴を介して位置を交換できることを考慮すると次の定理が成立する。ただし、ルール上、左端のカードの左隣は同じスートの復帰可能なカードか穴であると解釈することにする。

定理 スーパーパズの局面において、あるカードが復帰可能であるための必要十分条件は次の 2 つを満たすことである。①そのカードは本来の列にある A,2,3,4 のどれかであって、その列に左隣が復帰可能な穴かカードであるような穴が 1 つ以上存在する。②そのカードの左隣は復帰可能な穴かカードであって、左隣の列に同じスートの復帰可能なカードがある。

図 1 の局面では HA,H2,H3,DA,D2 が復帰可能なカードである。C2 と D4 は①の条件は満たすが②の条件に反するので復帰可能でない。図 2 の局面では第 1 列から第 4 列までの 12 枚のカードと 4 つの穴がすべて復帰可能である。各列の 3 枚のカードと穴がどの行にも移動できるのでこの局面を含む強連結成分の節点数は $(4!)^4=331776$ であると考えられる。

4. あとがき

スーパーパズの解の探索を単純に行うと強連結成分の中を回り続けることがあるので、生成された局面が既に存在する局面の中にあるかどうかを確認する必要がある。解の探索中に生成された局面が属する強連結成分をまとめて生成することができれば、その後はその強連結成分の節点は生成されないのだからそれらの節点の情報を保持しておく必要がなくなる。上の定理により任意の局面で復帰可能なカードを特定できるので、その局面が属する強連結成分の節点とそれらの子節点をまとめて生成することができる。その後でその強連結成分をひとつの節点に収縮させることにより保持すべき節点数を減らすことが可能である。

5. 参考文献

- [1] 南雲, "GPCC ウルトランナノピコ問題 フットステップとスーパーパズ", bit, Vol.23, No.5, 共立出版, 1991
- [2] 新谷, "スーパーパズの状態遷移に関する考察", ゲーム情報学研究会, 2000-GI-3, 3-6, pp41-48, 2000