

ショートノート

ソフトウェアエラー発見過程に関する信頼性モデル†

山田 茂^{††} 尾崎 俊治^{†††}

中小規模ソフトウェアの開発中によくみられるように、試験により観測される発見エラー数の成長曲線がS字形を示すことがある。本論文では、このようなエラー発見過程における信頼度成長を、S字形の平均値関数をもつ非同次ポアソン過程により議論する。ソフトウェアシステムの定量的な信頼性評価尺度として、システム内の期待残存エラー数やソフトウェア信頼度などを導く。また、実際のエラー発見時刻の観測データに本モデルを適用し、最尤法により未知パラメータを推定する。さらに、コルモゴロフ・スミルノフ適合度検定により本モデルが十分な適合性のあることを示す。

1. ま え が き

ソフトウェアの信頼性評価のために、ソフトウェアの開発過程におけるエラー発見による信頼度成長の様相を把握するのに有用な信頼性モデルを開発することは重要である。Goel and Okumoto¹⁾は、ハードウェアシステムの信頼度成長を表すのによく用いられる非同次ポアソン過程 (Nonhomogeneous Poisson Process, 以下 NHPP と略す) を適用し、大規模ソフトウェアシステムのエラー発見過程を議論した。この NHPP モデルの平均値関数 (mean value function) により表される発見エラー数の成長曲線は、指数分布関数形をしている。しかし、一般には試験により観測される発見エラー数の成長曲線がS字形を示すことも多く、このような場合には妥当でない。

本論文では、NHPP に基づいて、観測データの発見エラー数の成長曲線がS字形を示す場合に有用なソフトウェアエラー発見過程の信頼性モデルを議論する。

2. モ デ ル

潜在するエラーによりソフトウェア故障を引き起こすソフトウェアシステムを考える。{N(t), t ≥ 0} を、時刻 t までに発見される総エラー数を表す計数過程とする。Goel and Okumoto¹⁾ の NHPP モデルは、

$$\Pr\{N(t)=n\} = \frac{\{m(t)\}^n}{n!} e^{-m(t)} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

$$m(t) = a(1 - e^{-bt}), \quad a, b > 0 \quad (2)$$

により表される。ここで、a は最終的に発見される総

期待エラー数を表し、b は1個当たりのエラー発見率である。このモデルは、発見エラー数の成長曲線が指数分布関数形を示す場合に適切である。しかし、発見エラー数の成長曲線がS字形を示す場合も多い。実際に、時系列としてのエラー発見過程における発見エラー数の成長曲線は、連続的の曲線としてS字形を示す傾向がある^{2), 3)}。また中小規模ソフトウェアシステムの開発過程において発見エラー数のS字形成長曲線はよく観測されている⁴⁾。

このような場合に、(2)式の平均値関数 m(t) をもつ NHPP モデルを適用するのは妥当でない。そこで、S字形の成長曲線を示す平均値関数

$$M(t) = a(1 - (1 + bt)e^{-bt}), \quad a, b > 0 \quad (3)$$

をもつ NHPP モデルを提案する。ここで、a は最終的に発見される総期待エラー数を表す。(1/b, 0.2642a) は M(t) の変曲点である。(3)式から、(単位時間当たりの) 時刻 t における1個当たりのエラー発見率は、

$$\begin{aligned} d(t) &\equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M(t+\Delta t) - M(t)}{(a - M(t))\Delta t} \\ &= b \left(1 - \frac{1}{1 + bt} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで、d(∞) = b となるから、b は定常状態における1個当たりのエラー発見率であることがわかる。

3. ソフトウェア信頼性評価尺度

3.1 残存ソフトウェアエラー数

時刻 t においてソフトウェアシステム内に残存するエラー数を $\bar{N}(t) \equiv N(\infty) - N(t)$ と定義する。このとき、M(t) をもつ NHPP モデルの $\bar{N}(t)$ の平均値および分散は、

$$E\{\bar{N}(t)\} = \text{Var}\{\bar{N}(t)\} = a(1 + bt)e^{-bt} \quad (5)$$

† A Reliability Model on a Software Error Detection Process by SHIGERU YAMADA and SHUNJI OSAKI (Department of Industrial and Systems Engineering, Faculty of Engineering, Hiroshima University).

†† 広島大学大学院工学研究科

††† 広島大学工学部第二類 (電気系)

となる。また、時刻 t までに n_d 個のエラーが発見されたとする。このとき、 $N(t)=n_d$ が与えられたときの $\bar{N}(t)$ の条件付き確率および期待値は、それぞれ

$$\begin{aligned} Pr\{\bar{N}(t)=x | N(t)=n_d\} \\ = \frac{\{a-M(t)\}^x}{x!} e^{-\{a-M(t)\}} \end{aligned} \quad (6)$$

$$E\{\bar{N}(t) | N(t)=n_d\} = a - M(t) \quad (7)$$

となり n_d に無関係である。

3.2 ソフトウェア信頼度

ソフトウェア故障間隔、すなわちエラー発見間の時間間隔を表す確率変数列を $\{X_k, k=1, 2, \dots\}$ とする。

このとき、 $S_k \equiv \sum_{i=1}^k X_i (k=1, 2, \dots)$ は k 番目のエラー発見時刻を表す。したがって、 $S_{k-1}=s$ が与えられたときの X_k の条件付き信頼度関数は、

$$\begin{aligned} R_{X_k | S_{k-1}}(t|s) = \exp[-a\{(1+bs)e^{-bt} \\ -(1+b(t+s))e^{-b(t+s)}\}] \end{aligned} \quad (8)$$

となる。これは、時刻 s でソフトウェア故障が発生したときに、時間区間 $(s, s+t]$ でソフトウェア故障が起こらない確率を表す。

4. 未知パラメータの推定

ソフトウェア故障時刻、すなわちエラー発見時刻のデータ $s \equiv (s_1, s_2, \dots, s_n) (0 \leq s_1 \leq s_2 \leq \dots \leq s_n)$ が観測されたものとする。 $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ の同時確率密度関数を求めると、

$$\begin{aligned} f_{S_1, S_2, \dots, S_n}(s_1, s_2, \dots, s_n) \\ = \exp[-M(s_n)] \prod_{k=1}^n a b^2 s_k e^{-b s_k} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。(9)式 of 自然対数をとると、観測データ s に対する対数尤度関数 L が得られる。二つの未知パラメータ a および b の最尤推定値 \hat{a} および \hat{b} は、 $\partial L / \partial a = \partial L / \partial b = 0$ より、

$$\frac{n}{a} = 1 - (1 + b s_n) e^{-b s_n} \quad (10)$$

$$\frac{2n}{b} = \sum_{k=1}^n s_k + a b s_n^2 e^{-b s_n} \quad (11)$$

の尤度方程式を数値的に解いて得られる。

5. ソフトウェアエラーデータの解析

実験的に開発された約 6,400 LOC (Lines of Code) のプログラムに関するコード・インスペクション (code inspection) 段階で得られた 19 個のエラーデータ $s = (s_1, s_2, \dots, s_{19})$ を、 $M(t)$ をもつ NHPP モデルに基づき解析する。エラー発見時刻の測定は、正味検査時間

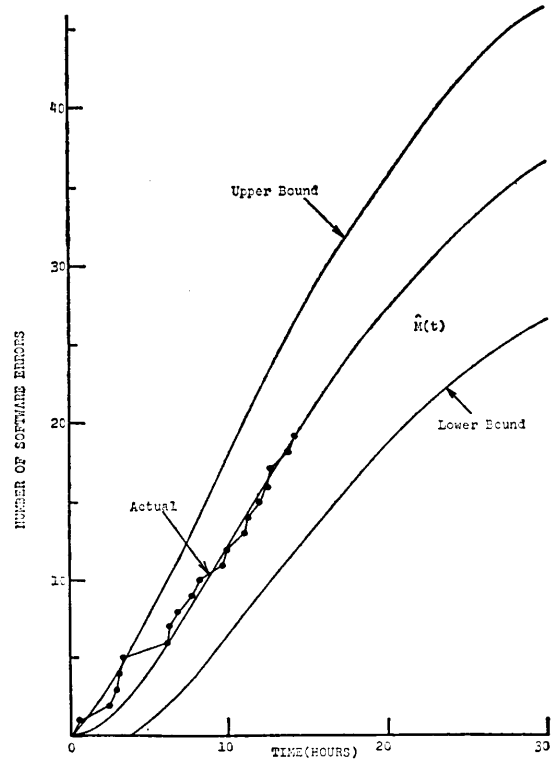


図 1 実際のソフトウェアエラーデータに対する推定された平均値関数 $\hat{M}(t)$ および 90% 信頼限界

Fig. 1 The estimated mean value function $\hat{M}(t)$ and the 90% confidence bounds for actual software error data.

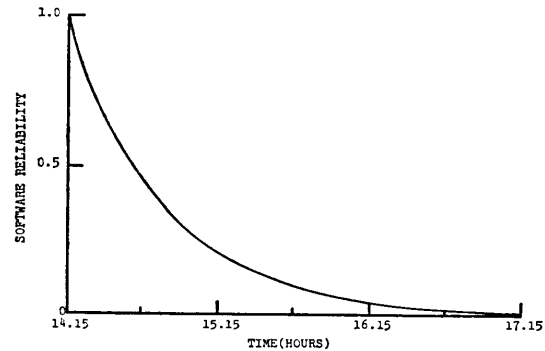


図 2 実際のソフトウェアエラーデータに対する推定されたソフトウェア信頼度関数

Fig. 2 The estimated software reliability function for actual software error data.

により行った。19 個のエラーデータを代入して (10) および (11) 式の同時方程式を数値的に解くと、最尤推定値 $\hat{a}=45.20$ および $\hat{b}=0.1014$ を得る。このとき、推定された平均値関数を図 1 に 90% 信頼限界および観測データとともに示した。また、推定されたソフトウェア信頼度を図 2 に示した。ここで、 $s_{19}=14.15$ で

表1 実際のソフトウェアエラーデータに対するコルモゴロフ・スミルノフ適合度検定

Table 1 The Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test for actual software error data.

k	$H(s_k)$	$G_0(s_k)$	$ G_0(s_k) - H(s_k) $	$ G_0(s_k) - H(s_{k-1}) $
1	0.0556	0.0057	0.0499	0.0057
2	0.1111	0.0695	0.0416	0.0139
3	0.1667	0.0902	0.0765	0.0209
4	0.2222	0.1012	0.1210	0.0655
5	0.2778	0.1187	0.1591	0.1035
6	0.3333	0.3169	0.0164	0.0391
7	0.3889	0.3291	0.0598	0.0042
8	0.4444	0.3790	0.0654	0.0099
9	0.5000	0.4517	0.0483	0.0073
10	0.5556	0.4935	0.0621	0.0065
11	0.6111	0.6110	0.0001	0.0554
12	0.6667	0.6323	0.0344	0.0212
13	0.7222	0.7386	0.0164	0.0719
14	0.7778	0.7589	0.0189	0.0367
15	0.8333	0.8262	0.0071	0.0484
16	0.8889	0.8521	0.0368	0.0188
17	0.9444	0.8779	0.0665	0.0110
18	1.0000	0.9793	0.0207	0.0349

ある。

図1に示した観測データに $M(t)$ をもつ NHPP モデルが適合しているかどうかを確認するために, Goel and Okumoto⁵⁾ の方法に基づきコルモゴロフ・スミルノフ適合度検定を行う。帰無仮説は, $G(x) \equiv M(x)/M(t) (0 \leq x \leq t)$ とすると

$$H_0: G_0(x) = \frac{1 - (1 + 0.1014x)e^{-0.1014x}}{1 - (1 + 0.1014(14.15))e^{-0.1014(14.15)}} \quad (12)$$

である ($0 \leq x \leq 14.15$)。また, 標本累積分布関数は,

$$H(x) = \begin{cases} 0 & (x < s_1) \\ \frac{(k-1)}{18} & (s_{k-1} \leq x < s_k, k=2, 3, \dots, 18) \\ 1 & (x \geq s_{18}) \end{cases} \quad (13)$$

となる。表1に, $s_k (k=1, 2, \dots, 18)$ に対する $G_0(x)$ および $H(x)$ の値を示した。したがって, 検定統計量

$$D = \max_k \{|G_0(s_k) - H(s_k)|, |G_0(s_k) - H(s_{k-1})|\} \quad (14)$$

を計算すると, 表1から $D=0.1591$ を得る。良好な検定結果を得るために, 5% 有意水準で検定するとき 20% 有意水準の棄却限界を使うことにする⁵⁾。20% 有意水準の棄却限界は $D_{18; 0.20} = 0.244$ である

ので $D < D_{18; 0.20}$ となる。以上のことから, 有意水準 5% で帰無仮説が採択され, $M(t)$ をもつ NHPP モデルは観測データに対して十分な適合性があると結論できる。

6. むすび

本論文では, S字形の平均値関数 $M(t)$ をもつ NHPP に基づくエラー発見過程の信頼性モデルについて議論した。実際のソフトウェアエラーデータに $M(t)$ をもつ NHPP モデルを適用し, その適合性を確認した。発見エラー数の成長曲線がS字形を示す場合, Goel and Okumoto¹⁾ の指数分布関数形の平均値関数 $m(t)$ をもつ NHPP モデルを適用するのは妥当でない⁴⁾。実際に上述の観測データにこのモデルを適用すると, パラメータを求めるための尤度方程式に有限な解が存在せず妥当でないことがわかった。

謝辞 貴重なソフトウェアエラーデータを提供していただいた日本アイ・ビー・エム(株)製品保証技術担当 大角勝典氏ならびに同所属 大場充氏に深く感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Goel, A. L. and Okumoto, K.: Time-Dependent Error—Detection Rate Model for Software Reliability and Other Performance Measures, *IEEE Trans. Reliab.*, Vol. R-28, No. 3, pp. 206-211 (1979).
- 2) 酒巻恒一: ソフトウェアの信頼性—品質管理のためのソフトウェアの信頼性予測—, 信学技報, R 81-8 (1981).
- 3) 坂田一志: ソフトウェアの生産管理における予測技法の定式化—静的な予測および故障率推移モデル—, 信学論(D), Vol. 57-D, No. 5, pp. 277-283 (1974).
- 4) 大場 充: プログラム・テストの妥当性評価に関する実験報告, 情報処理学会, ソフトウェア工学会研究会 21-4 (1981).
- 5) Goel, A. L. and Okumoto, K.: A Time Dependent Error Detection Rate Model for Software Performance Assessment with Applications, *Technical Report*, Syracuse University, New York (1980).

(昭和 57 年 2 月 19 日受付)

(昭和 57 年 11 月 8 日採録)