４Ｌ－０８　パソコンの数学教育への利用

フーリェ級数の場合

大場克彦
京都医療技術短期大学

１　はじめに

数学の教育では，数式が表わす意味を学生に理解させることが必要であるが，それが困難な場合がある．本学はMRIやX線CTなどの先端医療機器を扱う診療放射線技師の養成施設である．そのため，上記機器の理論を支える数学的基礎の１つであるフーリェ変換について講義を行っている．フーリェ変換に先立って，フーリェ級数について教える必要がある．周期関数がフーリェ級数で表わされることを教えるわけであるが，式の展開だけでこのことを理解できる学生は少ない．そのため，多くの学生がフーリェ変換の入口でつまずいている．パソコンの計算能力とグラフィック機能を利用して，この問題の解決を図ったので報告する．

２　問題解決の方法

周期関数を有限の次数のフーリェ級数で近似すると，次数を高めるにつれて近似の精度がよくなる．このことを利用し問題の解決を図る．即ち，周期関数の１周期の間を等間隔の多くの点に分割し，各点におけるフーリェ級数による近似値を計算し，その結果をグラフ表示する．このようにすると，級数の次数が高くなるにつれて近似の精度がよくなる様子がグラフとして表現されるので，フーリェ級数が表わす意味を，視覚を通して理解することができる．

上に述べた方法を実現するためには，大量の計算と多くの点のプロットが必要になるので，コンピュータを使わないと実現できない．最近は高性能のパソコンが簡単に手に入るので，それを利用する．

周期関数は，教科書によくでている対称方形波と反対称方形波とのこぎり波を選んだ．本稿では紙数の関係で，図１に示すのこぎり波について述べる．こののこぎり波は（１）式のフーリェ級数で表わされる．

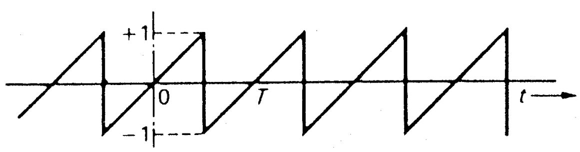

図１　のこぎり波

$$f(t)=(2/\pi)[\sin\omega t-(1/2)\sin 2\omega t+\cdots+\{(-1)^{n-1}/n\}\sin n\omega t+\cdots] \qquad (1)$$

図１に示したのこぎり波の１周期（$-1\leqq t\leqq 1$）の範囲で，（１）式のフーリェ級数による近似計算をする． 実際には、t=−0.999 から t＝0.999 まで 0.002 刻みで 1000 点の値を計算した．

プログラムは，Visual Basic を使用して，各周期関数ごとに作成した．プログラムを起動し級数の次数を指定すると，先に述べた 1000 点の値を計算し，その結果が画面に表示される．近似の度合いがわかるよう

The Utilization of Personal Computer to Mathematics Education; The Case of the Fourier Series
Katsuhiko OHBA

Kyoto College of Medical Technology

1-3 Koyama Higasimati Imakitta, Sonobetyou, Hunaigun, Kyoto 622-0041, Japan

に，計算結果は周期関数と重ねて表示される．

３　結　果

プログラムの実行結果を整理したものを図２に示す．図２はのこぎり波のフーリエ級数による近似結果である．第１段目は，次数を１から４まで１づつ増やした結果である．１つだけではのこぎり波と似ても似つかぬ正弦波が，加算されることにより，のこぎり波に近づくことを予感させる．２段目は，次数を１０，５０，１００，２００と変化させた結果である．のこぎり波に近づいて行く様子が観察できる．３段目は，次数を１０００，５０００，１００００，３００００と変化させた結果である．この段では，特異点近傍にでているひげが段々小さくなり，３００００ではそれも消えているのが観察される．対称方形波と反対称方形波についても同様の結果が得られた．

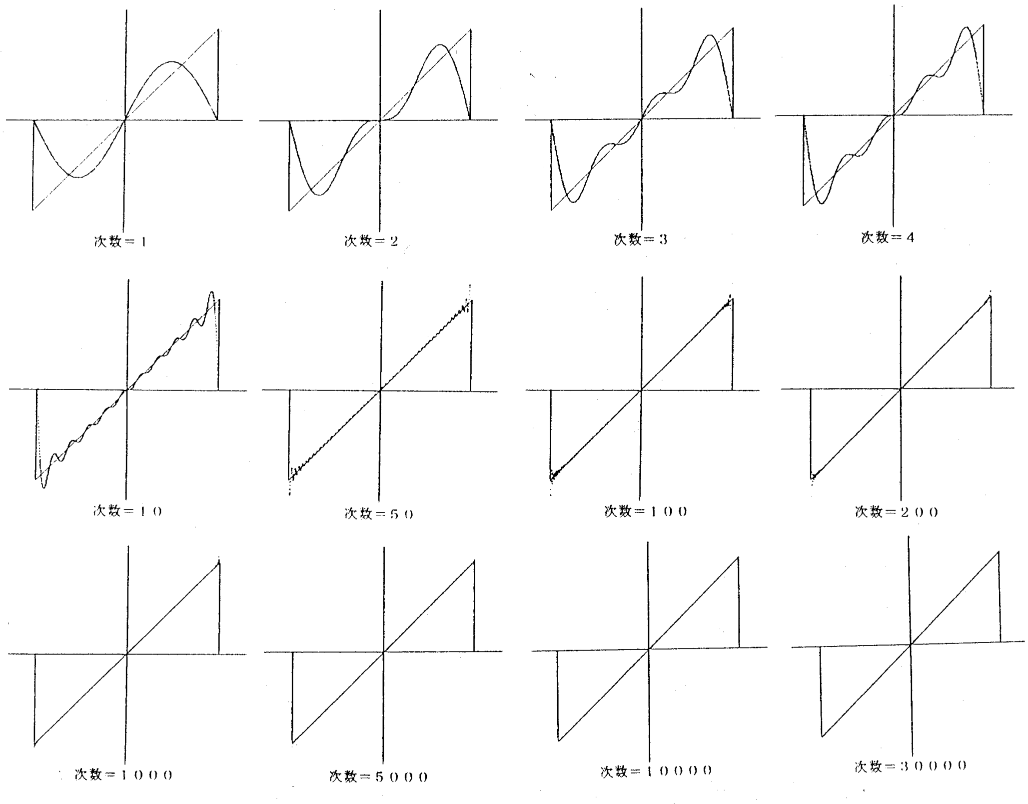

図２　こぎり波のフーリエ級数近似

４　おわりに

２年前期の応用数学IIという科目でフーリエ変換を教えているが，その中で以上の結果をＯＨＰにして利用している．フーリエ級数の次数が高くなるにつれて元の周期関数に近づく様子をグラフで示すことにより，学生にフーリエ級数の意味を強く印象づけることができた．今後は，教室でＯＨＰを見せるだけでなく，学生が自分でプログラムを実行して結果を確かめることができる場も作りたいと考えている．本研究にあたり，日本私立学校振興・共済事業団の「特色ある教育研究の推進」の補助を受けたことを感謝します．