5T-7

曲率に基づく曲線・曲線の構成法

○渡辺 由美子[†] 斉藤 剛[‡] 倉賀野 哲造[†]
[†]ソニー(株) [‡]東京電機大学

1 はじめに

形状設計において，デザイナはハイライトや映像の写り込みの歪み，位置および範囲や大きさなどを，意匠性を表現する要因として重要視する．この様な設計者の意図を満たす曲面形状を構成するためには，曲面上の面法線の変化量である曲率およびその変化量を制御する必要がある．このためには，曲面構成の基本となる特徴線や基本曲線をその曲率分布から構成する必要がある．

筆者らはこれまでに，曲率の変化パターンに基づいた曲線生成法として，縮閉線と伸開線を利用した方法，および，傾斜スプラインモデルによる方法を報告した[1,2]．さらに，曲率パターンを3次Bézier形式で表現し，曲率分布の制御を可能とした曲線生成法を提案した[3-5]．これらの方法は，いずれも曲率が単調に変化する曲線の生成を目的とした．一方，形状生成においては，デザイン面同士の接続面(梯子面やR面)生成が必要であり，これらのためには，端点以外に中間点での曲率が指定された曲線生成が必要となる．

本報告では，両端点と中間点での曲率を指定し，そのパターンを2つ2次有理Bézier形式で表現する曲線生成法について述べる．これにより，曲率が単調に変化する曲線に加え，曲率パターンが凸(または凹)状であり，その山(または谷)での曲率が指定された曲線が生成できる．

2 曲率パターンの表現法

本報で述べる曲線生成の拘束条件は，両端点の位置，接線方向，曲率，曲率変化，および，中間点での曲率である．曲率パターンとは，曲線の路長に対する曲率の変化を言う．これを，横軸を生成曲線の路長，縦軸を曲率とした曲率プロットにより表現する．本報では，図1に示すように曲率パターンを2つのG^1接続した2次有理Bézier曲線として表現し，2つのG^3接続した曲線として目的とする曲線を生成する．

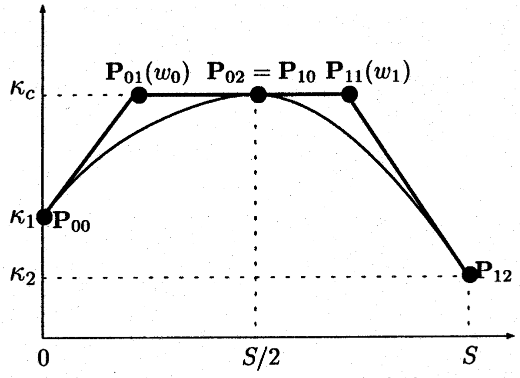

図1 曲率パターンの指定法

生成曲線の両端点での曲率をκ_1,κ_2，路長をSとすると，図1に示すように曲率プロット上での両端点の位置は，$\mathbf{P}_{00}=(0,\kappa_1),\mathbf{P}_{12}=(S,\kappa_2)$となる．また，中間点での曲率を$\kappa_c$と置くと，$\mathbf{P}_{02}=\mathbf{P}_{10}=(S/2,\kappa_c)$となる．さらに，曲率プロットの両端点の曲率変化率$(d\kappa/ds)$を指定すると，辺$\mathbf{P}_{00}\mathbf{P}_{01}$および$\mathbf{P}_{11}\mathbf{P}_{12}$の傾きが決まるので，$\mathbf{P}_{01}$および$\mathbf{P}_{11}$が定まる．ここで，全路長$S$および各々の第2制御点の重みは，生成曲線の拘束条件から決まる値である．

各々の曲率プロットを，

$$\mathbf{r}_i(t)=\frac{(1-t)^2\mathbf{P}_{i0}+2t(1-t)w_i\mathbf{P}_{i1}+t^2\mathbf{P}_{i2}}{(1-t)^2+2t(1-t)w_i+t^2} \quad (1)$$

と表し，

$$\mathbf{r}(t)=(s(t),\kappa(t))=\begin{cases}\mathbf{r}_0(2t), 0\le t\le 0.5\\ \mathbf{r}_1(2(t-0.5)), 0.5<t\le 1\end{cases} \quad (2)$$

とする．始点(x_s,y_s)から路長$s(t)$の位置における曲率が$\kappa(t)$である．

さて，全路長Sおよび重み$w(=w_0=w_1$とする$)$は，以下のように定める．生成曲線に沿った接線角$\theta(s)$は，

$$\theta(t)=\int\kappa(t)ds(t)+\theta_0 \quad (3)$$

A Method of Curve Generation Based in its Curvature Profile
†Yumiko WATANABE, Tetsuzo KURAGANO
(Sony Corp., 2-15-3 Konan, Minato-ku,Tokyo,108-6201)
‡Tsuyoshi SAITOH
(Tokyo Denki Univ.,2-2 Kanda, Chiyoda-ku,Tokyo,101-8457)

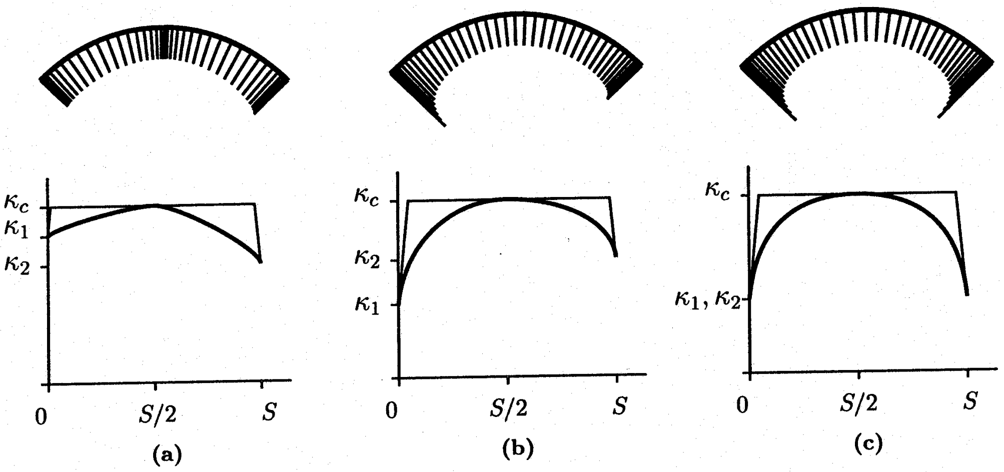

図２ 曲線の生成例－１

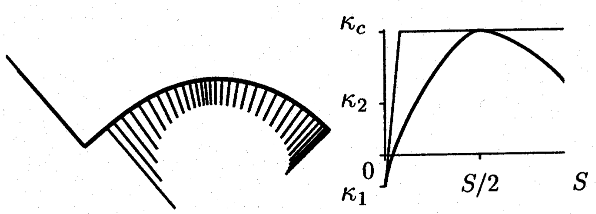

図３ 曲線の生成例－２

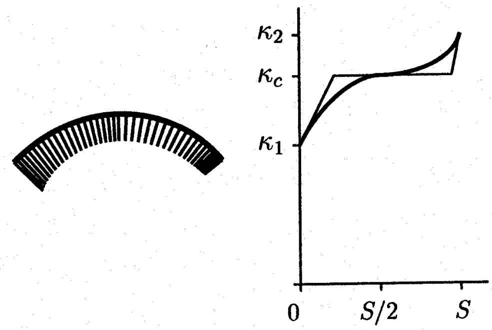

図４ 曲線の生成例－３

と表されるので，生成曲線は，

$$\mathbf{R}(t) = (\int \cos\theta(t)ds(t) + x_s, \int \sin\theta(t)ds(t) + y_s) \quad (4)$$

となる．ここで，終点での条件から，

$$f_1(w, S) = \theta(1) - \theta_1, \quad (5)$$

$$f_2(w, S) = |\mathbf{R}(1) - (x_e, y_e)| \quad (6)$$

の２式が得られ，$f_1(w, S) = 0, f_2(w, S) = 0$ を満たすように，w, S を決定すればよい．本法では，これらをニュートン法による収束計算で求めた．

3　曲線の生成例

生成例を図２に示す．図２は，両端点での位置や接線方向等を一定とし，両端点での曲率のみを変え生成した例である．図３は，開始点での曲率を「負」にした例である．図４は，先の報告と同様に単調に増加する例である．これらの例に示したように，接続面生成に必要な曲率パターンの組合せに対応した曲線が生成できる．

4　おわりに

本報告では，曲率パターンを２次有理Bézier曲線で表すことにより，単調に加えて，凸または凹状の曲率パターンを持つ曲線の構成法を示した．これにより，つなぎ面 (R 面) などの構成が容易になった．今後の課題としては，空間曲線生成や曲面生成への適用などがあげられる．

参考文献

1) 斉藤，渡辺，東：縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線の生成，情報処理学会春期大会，1994.3.

2) 渡辺，斉藤，東，黒田：曲率変化の滑らかな曲線の構成法，情報処理学会秋期大会，1996.9.

3) 渡辺，斉藤，黒田：曲率パターンを指定した曲線の生成法，情報処理学会グラフィクスと CAD 研究会，1997.12.

4) 渡辺，斉藤，山岡：曲率パターンを指定した曲線・曲面の構成法，情報処理学会春期大会，1999.3.

5) 渡辺，斉藤：曲率パターンを指定した曲線の生成法，情報処理学会論文誌，Vol.40 No.3, 1999.3.