

5T-06 Bernstein 逆写像を用いた双三次ベジエ曲面の直観的変形手法

前野 輝[†], 岡田 稔^{††}, 鳥脇 純一郎[†]

[†]名古屋大学大学院工学研究科, ^{††}中部大学工学部

1 はじめに

形状モデリングはコンピュータグラフィクス (CG) やバーチャルリアリティにおいて 3D シーンを構成するために基本的かつ重要な役割を持つ。これらの形状モデリング手法の大部分は、ユーザが三面図などを見ながら点や直線、制御点を動かすことにより行われる。形状デザインの最終段階では数値的正確さが要求されるためこのような方式に基づく CAD は必須であるが、形状デザインの初期段階では正確さよりもむしろ直観的な形状創成方式が望まれる。CSG は集合演算により仮想物体を表現する手法で、いくつかの直観的モデリング手法 [1] が挙げられる。これらは平面や曲面を表すプリミティブの集合演算によって形状を表すので、自由曲面の表現および変形が困難である。

自由曲面を表現する手段として、パラメトリックパッチがあり、これらの変形手法として、

1. 制御点を直接移動させる。
2. 曲率を変化させることにより形状を変化させる。

のようなものが挙げられる。しかし、期待される形状を形成するためには、1. ではユーザに多くの慣れと技術を必要とし、2. では数理的な知識を必要とするため、曲面を直観的に変形することができない。

本研究では、現実世界で形状を創成する場合と同じようなプロセスで、自由曲面で表された仮想空間内の素材に対し、粗形状を創成することを目的とする。本稿ではこのようなシステムの基礎としてパラメトリック曲面に双三次ベジエパッチを用いた直観

的変形手法について検討する。

2 ベジエパッチの変形法

2.1 数理的準備

本研究では双三次ベジエパッチを組み合わせることによりベジエ曲面を表す。一般的に双 n 次ベジエパッチ上の一点の座標値は文献 [2] により式のように表される。

$$\mathbf{R}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n B_i^n(u) \cdot B_j^n(v) \cdot \mathbf{P}_{ij} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{R}(u, v)$ はパラメータ u, v ($0 \leq u, v \leq 1$) に対応するベジエパッチ上の点である。 \mathbf{P}_{ij} は制御点を表しており、双三次ベジエ関数のときは 16 点存在する。また、 $B_k^n(t)$ は Bernstein 多項式である。

式 (1) を拡張し、パッチ上の k 個の点は式 (2) で表される。

$$\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{B}} \cdot \tilde{\mathbf{P}} \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}(u_0, v_0) \\ \vdots \\ \mathbf{R}(u_{k-1}, v_{k-1}) \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}(u_0, v_0) \\ \vdots \\ \mathbf{B}(u_{k-1}, v_{k-1}) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}(u, v) = \begin{pmatrix} B_0^n(u) \cdot B_0^n(v), \dots, B_0^n(u) \cdot B_n^n(v), \\ B_1^n(u) \cdot B_0^n(v), \dots, B_n^n(u) \cdot B_n^n(v) \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{00} & \dots & \mathbf{P}_{0n} & \mathbf{P}_{10} & \dots & \mathbf{P}_{nn} \end{pmatrix}^t$$

2.2 Bernstein 逆写像

式 (2) において、パッチ上に独立に $(n+1)^2$ 個の点をとった場合、 $\tilde{\mathbf{B}}$ は正方行列になり、また、 $\tilde{\mathbf{B}}$ は正則であれば、以下のように変形できる。

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{R}} \quad (3)$$

An Intuitive Deformation Method Using Bernstein Inverse Mapping

Kagayaki MAENO[†], Minoru OKADA^{††}, and Jun-ichiro TORIWAKI[†]

[†]Graduate School of Engineering, Nagoya University
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya 464-8603, Japan

^{††}College of Engineering, Chubu University
1200 Matsumoto-cho, Kasugai 487-8501, Japan

式 (3) は曲面上の点とそれに対応する Bernstein 逆行列が存在すれば制御点を計算可能であることを示している。制御点を計算するのに必要なパッチ上の点の数は式 (1) より、制御点の数に等しく、双三次ベジエ関数を用いた場合、16 点である。

本研究では、これらの点をサンプル点とし、変形領域に対して、変形前のパッチ上に次数分のサンプル点を配置し、これらの点をフローベクトル F_{ij} に従って理想形状上に再配置を行い、式 (3) により新しいパッチの制御点行列 \bar{P}^0 を計算する。本稿ではこれを Bernstein 逆写像といい、式 (4) のようにまとめることができる。

$$\begin{aligned}\bar{P}^0 &= \bar{B}^{-1} \cdot (\bar{B} \cdot \bar{P} + \bar{F}) \\ &= \bar{P} + \bar{B} \cdot \bar{F}^0\end{aligned}\quad (4)$$

$$\bar{F}^0 = \bar{B}^{-1} \cdot \bar{F}$$

$$\bar{P}^0 = \begin{pmatrix} P_{00}^0 \\ \vdots \\ P_{0n}^0 \\ P_{10}^0 \\ \vdots \\ P_{nn}^0 \end{pmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{pmatrix} F_{00} \\ \vdots \\ F_{0n} \\ F_{10} \\ \vdots \\ F_{nn} \end{pmatrix}$$

2.3 連続性維持のための制御点補正

2.2 で述べた手法を用いて決定されたベジエパッチを滑らかに接続するために、連結制御点群 [3] という概念を取り入れ、以下のような手順で補正を行う。

1. ベジエ曲面を連結制御点毎に分割する。
2. 図 1 において、制御点間の相対位置を表すベクトル $u_1, \dots, u_6, v_1, \dots, v_6$ を計算。
3. u 方向の平均ベクトル u^0 を式 (5) (6) を用いて計算。

$$n_u = \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=1}^6 |u_i|, \quad \bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^6 u_i}{\sum_{i=1}^6 |u_i|}\quad (5)$$

$$u^0 = n_u \cdot \bar{u}\quad (6)$$

4. v 方向の平均ベクトル v^0 を u^0 と同様に計算。
5. 連結制御点群の中央を固定して、図 1 のように格子状に新しい制御点を決定する。

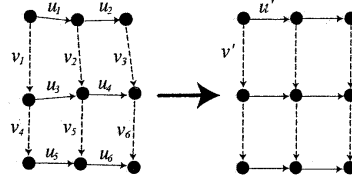


図 1: パラメータ空間での制御点補正

3 実験

2 で述べた手法を用い、実際にパッチがどのように変形されるかについての実験を行った。本実験では変形前の形状 (初期曲面) として縦横 10 枚ずつのベジエパッチを並べた有限平面を仮想空間内の位置 $z = 0$ に配置し、具体的に”押す”という形状を作成し、変形を試みた。

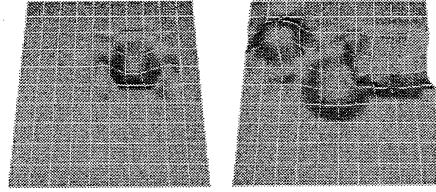


図 2: 変形例

4 まとめ

本稿では仮想空間内の自由曲面を、Bernstein 逆写像を用いることによって変形する手法についての基礎検討を行った。しかし、変形領域内のパッチの数が少ないときは不自然な変形形状を生じる場合があることも知られた。これに対し、再帰分割の検討、及び、再帰分割を行ってパッチの数が過剰になることを防ぐためにパッチの統合についての検討が必要である。

参考文献

- [1] 水野慎士, 岡田稔, 鳥脇純一郎: 仮想彫刻 - 仮想空間における対話型形状生成の一手法, 情報処理, Vol. 38, No. 12, pp. 2509-2516, (1997)
- [2] 鳥谷浩志, 千代倉弘明: 3次元 CAD の基礎と応用, 共立出版, (1991)
- [3] 前野輝, 岡田稔, 鳥脇純一郎: 粘土細工モデリングにおける物体変形操作に関する基礎検討, 情報処理研究, Vol. 99, No. 19, GCAD 99-CG-94, pp. 7-12, (1999)