

待ち行列モデルによる大容量記憶装置 MSS の性能解析†

松田 晃一^{††} 鶴保 征城^{††}

大容量記憶装置 (MSS) について、待ち行列モデルを用いた性能解析を行い、結果を実測値と比較した。対象とした MSS は、自動操作機構をもった磁気テープ装置と磁気ディスク装置とを組み合わせ、階層記憶を構成するものである。まず、MSS の動作を表現するモデルとして系内容数制限をもつ待ち行列ネットワークを提案する。次に、その平衡状態における各種の特性値を得るため、母関数を用いた解析の手順を示す。また、系の平衡条件を明らかにし、理論的な限界スループットを得るとともに、データの大きさとアクセス時間およびスループットの関係を明らかにする。最後に、これらの解析結果を実機における測定データと比較しよく一致することを示す。従来の MSS の性能評価は、装置内部の構成や制御方式を評価することに主眼があり、また用いられる手法もシミュレーションによるものが大半である。これに対し、本稿では MSS 装置を利用する立場からの評価をねらいに、解析的手法による評価法を示すものである。

1. まえがき

情報処理システムに蓄積されるデータ量の飛躍的な増大^{1),2)}を支えるために、記憶装置の大容量化、低価格化が急ピッチで進められている。自動操作機構をもった磁気テープ装置と磁気ディスク装置とを組み合わせ記憶階層を構成した大容量記憶装置^{1),3),4)} (MSS) は、このような要請に答える有力な装置の一つである。MSS は、主記憶装置に適用されてきた仮想記憶方式を、二次記憶装置へ拡大、適用したものであり、従来の比較的単純な構成の二次記憶装置に比べ、その特性は複雑な様相を示すことが予想される。このような装置をシステムへ導入し有効に利用するには、装置の特性を十分に把握することがまず必要であり、とくにアクセスされるデータの大きさとスループット、アクセス時間の関係など、利用者から見たパラメータに関する評価が重要である。

ところで、いままでに報告されている大容量記憶装置に関する性能評価は、装置内部の構成や制御方式を評価することに主眼が置かれ、また用いられる手法もシミュレーションによるものが大半である。Lavenberg⁵⁾らは、MSS 内の装置構成をパラメータとして、最大スループットおよび平均アクセス時間をシミュレーションで得ている。また、藤原⁶⁾および根岸⁷⁾らは、MSS 内のファームウェアの制御方式の変更

が、処理能力に及ぼす影響を評価するためのシミュレータを提案し、その使用例を報告している。一方、解析による評価としては、機械修理工モデルによる近似的報告⁸⁾が見られる程度である。

これらに対し、筆者らは MSS を利用する立場からの評価をねらいに、シミュレーションによる評価⁹⁾および待ち行列モデルの解析による評価¹⁰⁾を行い種々の特性を明らかにしてきた。本論文では、この待ち行列モデルを拡張し、MSS の一部の構成要素の故障による性能への影響を解析するとともに、得られた結果を実測データと比較しよく一致が得られることを示す。

以下では、2章で MSS の動作概要を示し、それが系内容数制限をもつ開放形の待ち行列ネットワークでモデル化されることを示す。3章では、そのモデルの平衡状態における各種特性値を、母関数を導入して解析する。さらに、4章で系が平衡状態にあるための条件について考察し、5章では解析結果に基づく数値計算例を示すとともに、それらの実測値との比較を行う。

2. MSS の動作概要と待ち行列モデル

2.1 MSS の構成と動作

図1に、MSS の論理的な構成を示す。MSS は、2層の記憶階層を成しており、その下位層はデータカートリッジ (DC) と呼ばれるカートリッジ型の磁気テープの集合体で構成され、カートリッジセル (CS) に格納されている。一方、上位層はステージングディスク装置 (SD) と呼ばれる磁気ディスク装置である。ホスト計算機とのデータのやりとりは、すべてステージングディスク装置を介して行うため、記憶階層間でデー

† Mass Storage Systems Performance Analysis Using a Queuing Model by KOICHI MATSUDA and SEISHIRO TSURUHO (Executive Programs Section, Yokosuka Electrical Communication Laboratory, N. T. T.).

†† 日本電信電話公社横須賀電気通信研究所制御方式研究室

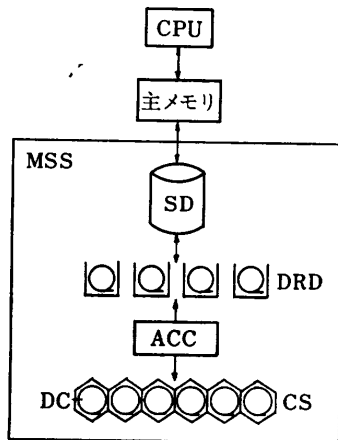


図 1 MSS の構成

Fig. 1 Configuration of MSS.

データの転送が行われる。下位の記憶層から上位層へのデータ転送をステージング、その逆方向をデステージングと呼ぶ。このステージングおよびデステージングに係わる装置が、アクセッサ (ACC) およびデータ記録機構 (DRD) である。アクセッサは、カートリッジセルとデータ記録機構の間で、データカートリッジの移動を行い、データ記録機構は、データカートリッジとステージング・ディスク装置との間でのデータの転送を行う。1回のデータ転送で、ホスト計算機が必要とするデータの全体を転送するため、転送データ量は一般に i シリンダ* ($i=1, 2, \dots$) となる。本評価のパラメータとして以降で用いる転送データ量は、この値を指している。

ステージングおよびデステージングは、次の手順で行われる。

- (1) アクセッサがデータカートリッジをデータ記録機構へ移送する。この動作をマウントと呼ぶ。
- (2) データ記録機構は、必要なデータをデータカートリッジからステージングディスク装置へ転送する (デステージングでは逆方向に転送する)。
- (3) データ転送が完了するとアクセッサは、データカートリッジをもとのセルへ格納する。この動作をデマウントと呼ぶ。
- (4) 一方、ホスト計算機は、(2)のデータ転送が完了した時点でステージングディスク装置上のデータへのアクセスを開始する。つまり、データへのアクセスは、(3)のデマウントと並行して行われる。

以上が基本的な動作であるが、モデル化に際し必要

* データ転送の最小単位。約 250 kB に相当。

なスケジューリングに関する説明を以下に補足する。

(5) (3)において、アクセッサに空きがなければデータカートリッジはデータ記録機構に残ったまま空きを待つ。すなわち、ブロッキング (無効保留) が生じる。

(6) アクセッサには、マウントおよびデマウントの2種類の処理要求が到着するが、その処理は以下のアルゴリズムに従う。

(ア) デマウント処理を優先。

(イ) 同種の処理相互は、先着順 (FCFS)。

(ウ) マウント処理は、アクセッサに空きがあり、かつデータ記録機構に空きがあるときに処理。

上記(ア)は、(5)に示したブロッキングをできるだけ避けるためであり、(ウ)はデータ記録機構とアクセッサの間でのデッドロック状態*を避けるためである。

2.2 MSS モデル

前節で述べた MSS の動作は、図2に示す待ち行列ネットワークでモデル化される。MSS へのアクセス要求は、ネットワークへの客の到着として表現され、まず待ち行列 Q へつながれた後、図の矢印に従ってアクセッサ、データ記録機構の順にサービスを受け、再びアクセッサでのサービスを受けて系から退去する。

このモデルの特徴は、待ち行列ネットワークの一部 (図2において、点線で囲まれた部分。以下、部分系 S と呼ぶ) に存在しうる客の数が、データ記録機構の数 N 以下に制限されること、すなわち系内客数制限の条件をもつ点にある。これは、前述の(6)の(ウ)項を表現したものである。また、データ記録機構の前に、待ち行列がないのは、系内客数制限により待ちが生じないためであり、一方、データ記録機構からアクセッサへ進む位置に待ち行列がないのは、(5)で示したプロ

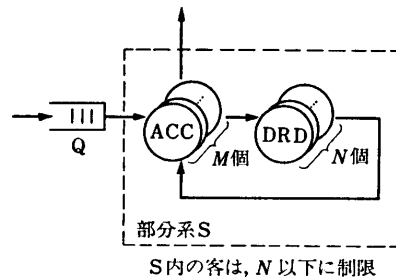


図 2 MSS の待ち行列モデル

Fig. 2 MSS queuing model.

* アクセッサがデータカートリッジを保持した状態で、マウントのためにデータ記録機構の空きを待つ一方で、データ記録機構は、デマウントのためにアクセッサの空きを待って、ブロックされている状態。

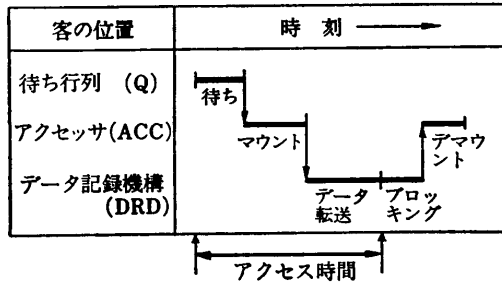


図 3 待ち行列における客の動き
Fig. 3 Life time of a customer.

ッキングを表現するためである。

図 3 は、以上のモデル動作を時間の流れで示したものである。なお、アクセス時間は、客の到着からデータ記録機構におけるデータ転送の完了までの時間として定義する。

モデルでは、以下のような仮定を置く。

- (1) 客の到着は、到着率 λ のポアソン過程とする。
- (2) アクセッサおよびデータ記録機構のサービス時間は平均が $1/\mu_1$ および $1/\mu_2$ の指数分布とする。
- (3) サーバの数は、実在する MSS の基本構成に合わせアクセッサ数 M は 1 に固定、データ記録機構数 N は 1 または 2 とする。

3. 解析

本モデルは系内客数制限があり、制限を越える客は待ち行列で待ち合わせる点に特徴がある。従来、系内客数制限をもつ待ち行列の研究は多数あるが、大部分が制限値を越える客は失われる(呼損)ことを仮定している。また、呼損とならず待ち合わせるモデルの研究もあるが、単一サーバの条件を仮定している^{12)~14)}、あるいは複数サーバの場合には最初のサーバが空きにならないことを仮定している¹⁵⁾。したがって、ここで提案したモデルにただちに適用可能な手法はないが、われわれは次の手順で解析した。まず、系の平衡方程式をたて、母関数を導入し母関数について解く。得られた母関数は、本来求めたい未知の確率を含んだ形となるが、確率の総和が 1 である条件および系の平衡条件から導かれる母関数の解析性の条件を用いて最終的な解を求める。

3.1 系の状態定義

系の状態は以下で定義する部分系 S の状態番号 m と待ち行列 Q にある客の数 n の 2 字組 (m, n) で表す。部分系 S 内には、データ記録機構サーバの数 N ($N=$

表 1 部分系 S の状態定義

Table 1 State table of subsystem S .

状態番号 (m)	DRD 数 (N)		状態	
			状態	
	DRD 数 (N)		状態	
			状態	
1	0		ACC の状態	DRD の状態
2	0		ACC の状態	DRD の状態
3	M		ACC の状態	DRD の状態
4	D		ACC の状態	DRD の状態
5	0		ACC の状態	DRD の状態
6	0		ACC の状態	DRD の状態
7	0		ACC の状態	DRD の状態
8	0		ACC の状態	DRD の状態
9	1		ACC の状態	DRD の状態

凡例 —: 存在しない, 0: 空き, 1: DRD データ転送中, M: ACC マウント中, B: DRD ブロッキング中, D: ACC デマウント中

1 または 2) を越えない客しか存在しないため、その状態は表 1 に示す有限個の状態しかとりえず、それらに状態番号 m を付与する。表 1 では、部分系 S の状態をアクセッサおよびデータ記録機構の各サーバの状態の組合せで定義している。状態 1 および 2 では、部分系 S 内の客数は制限値より少なくかつアクセッササーバが空きであるため Q には客が存在しないのに対し、その他の状態では Q 上に待ちが形成されうる。したがって、系の状態 (m, n) は次の範囲に対して定義される。

$$\begin{cases} m=1 \text{ および } 2 \text{ のとき } n=0 \\ m=3, 4, \dots, 9 \text{ のとき } n=0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

なお、データ記録機構のサーバ数 1 または 2 によって部分系 S の状態数が異なるが、以下の記述ではサーバ数 1 では定義されていない状態 (状態番号 2, 5, 6, 7 および 8) は無視するものとする。

3.2 状態方程式の導出

系には平衡状態が存在すると仮定し、状態 (m, n) の定常確率を $P(m, n)$ で表す。各状態間の遷移は、次の三つの独立な事象、(1)客の到着、(2)アクセッサ・サーバでのサービス終了、(3)データ記録機構サーバでのサービス終了の発生時のみであり、これらの事象が同時に生起する確率は無視できると仮定すると、次の状態方程式(1)を得る。なお、データ記録機構 (DRD) の数が 1 のケースでは、未定義の状態を含む関係式を無視するものとする。

$$\left. \begin{aligned} \lambda P(1, 0) &= \mu_1 P(4, 0) \\ (\lambda + \mu_2) P(2, 0) &= \mu_1 P(3, 0) + \mu_1 P(6, 0) \\ (\lambda + \mu_1) P(3, 0) &= \lambda P(1, 0) + \mu_1 P(4, 1) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &(\lambda + \mu_1)P(4, 0) = \mu_1 P(8, 0) + \mu_2 P(2, 0) \\
 &(\lambda + \mu_1 + \mu_2)P(5, 0) \\
 &= \lambda P(2, 0) + \mu_1 P(3, 1) + \mu_1 P(6, 1) \\
 &(\lambda + \mu_1)P(3, k) \\
 &= \lambda P(3, k-1) + \mu_1 P(4, k+1) \quad (k \geq 1) \\
 &\left\{ \begin{aligned} &(\lambda + \mu_1)P(4, k) \\ &= \lambda P(4, k-1) + \mu_1 P(8, k) \\ &\quad (k \geq 1, \text{DRD 数} = 2 \text{ のとき}) \\ &(\lambda + \mu_1)P(4, k) \\ &= \lambda P(4, k-1)\varepsilon_k + \mu_2 P(9, k) \\ &\quad (k \geq 0, \text{DRD 数} = 1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right. \\
 &(\lambda + \mu_1 + \mu_2)P(5, k) \\
 &= \lambda P(5, k-1) + \mu_1 P(3, k+1) \\
 &\quad + \mu_1 P(6, k+1) \quad (k \geq 1) \\
 &(\lambda + \mu_1 + \mu_2)P(6, k) \\
 &= \lambda P(6, k-1)\varepsilon_k + \mu_1 P(7, k) + 2\mu_2 P(9, k) \\
 &\quad (k \geq 0) \\
 &(\lambda + \mu_1)P(7, k) \\
 &= \lambda P(7, k-1)\varepsilon_k + \mu_2 P(5, k) \quad (k \geq 0) \\
 &(\lambda + \mu_1)P(8, k) \\
 &= \lambda P(8, k-1)\varepsilon_k + \mu_2 P(6, k) \quad (k \geq 0) \\
 &\left\{ \begin{aligned} &(\lambda + 2\mu_2)P(9, k) \\ &= \lambda P(9, k-1)\varepsilon_k + \mu_1 P(5, k) \\ &\quad (k \geq 0, \text{DRD 数} = 2 \text{ のとき}) \\ &(\lambda + \mu_2)P(9, k) \\ &= \lambda P(9, k-1)\varepsilon_k + \mu_1 P(3, k) \\ &\quad (k \geq 0, \text{DRD 数} = 1 \text{ のとき}) \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \tag{1}$$

ここで,

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 0 & (k=0 \text{ のとき}) \\ 1 & (k \neq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

3.3 母関数の導入

次で定義される状態確率に関する母関数を導入する。

$$F_m(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P(m, n)z^n \tag{2}$$

ただし, $|z| \leq 1, 3 \leq m \leq 9$

(1)式より母関数に関する次の関係式を得る。

DRD 数が 1 の場合:

$$\left. \begin{aligned} &(\lambda + \mu_2 - \lambda z)F_9(z) - \mu_1 F_3(z) = 0 \\ &(\lambda + \mu_1 - \lambda z)F_4(z) - \mu_2 F_9(z) = 0 \\ &z(\lambda + \mu_1 - \lambda z)F_3(z) - \mu_1 F_4(z) \\ &= (z-1)\mu_1 P(4, 0) \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

DRD 数が 2 の場合:

$$\left. \begin{aligned} &z(\lambda + \mu_1 - \lambda z)F_3(z) - \mu_1 F_4(z) = \mu_1(z-1)P(4, 0) \\ &(\lambda + \mu_1 - \lambda z)F_4(z) - \mu_1 F_9(z) = \mu_2 P(2, 0) \\ &z(\lambda + \mu_1 + \mu_2 - \lambda z)F_5(z) - \mu_1 F_3(z) - \mu_1 F_6(z) \\ &= (\lambda z - \lambda - \mu_2)P(2, 0) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &(\lambda + \mu_1 + \mu_2 - \lambda z)F_6(z) - \mu_1 F_7(z) - 2\mu_2 F_9(z) = 0 \\ &(\lambda + \mu_1 - \lambda z)F_7(z) - \mu_2 F_5(z) = 0 \\ &(\lambda + \mu_1 - \lambda z)F_8(z) - \mu_2 F_6(z) = 0 \\ &(\lambda + 2\mu_2 - \lambda z)F_9(z) - \mu_1 F_5(z) = 0 \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

(3)式を母関数について解くと, 未知の確率 $P(4, 0)$ を含んだ形となるが, 確率の総和が 1 である条件を用いると次のとおり決定することができる。

$$\left. \begin{aligned} &F_3(z) = \rho_1(2\rho_1 + \rho_2 - 1)(\rho_1 + 1 - \rho_1 z)(\rho_2 + 1 - \rho_2 z) \\ &\quad /g(z) \\ &F_4(z) = \rho_1(2\rho_1 + \rho_2 - 1)/g(z) \\ &F_9(z) = \rho_2(2\rho_1 + \rho_2 - 1)(\rho_1 + 1 - \rho_1 z)/g(z) \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

ただし,

$$g(z) = \rho_1^2 \rho_2 z^3 - \rho_1(2\rho_1 \rho_2 + \rho_1 + 2\rho_2) \cdot z^2 + \{\rho_2(\rho_1 + 1)^2 + \rho_1(\rho_1 + 2)\}z - 1 \tag{6}$$

$$\rho_1 = \lambda/\mu_1, \quad \rho_2 = \lambda/\mu_2 \tag{7}$$

一方, DRD 数が 2 の場合, すなわち(4)式を母関数について解くと, 次の(8)式を得る。

$$\left. \begin{aligned} &F_3(z) = \{z(\lambda + \mu_1 + \mu_2 - \lambda z)a(z) \\ &\quad - \mu_1(\lambda + \mu_1 - \lambda z)b(z) \\ &\quad - (\lambda z - \lambda - \mu_2) \cdot G(z) \cdot P(2, 0)\} f(z)/G(z) \\ &F_4(z) = \mu_2 \{G(z) \cdot P(2, 0) + \mu_1 b(z)\} f(z)/G(z) \\ &F_5(z) = a(z) \cdot f(z)/G(z) \\ &F_6(z) = (\lambda + \mu_1 - \lambda z) \cdot b(z) \cdot f(z)/G(z) \\ &F_7(z) = \mu_2 \cdot a(z) \cdot f(z) / \{(\lambda + \mu_1 - \lambda z) \cdot G(z)\} \\ &F_8(z) = \mu_2 \cdot b(z) \cdot f(z)/G(z) \\ &F_9(z) = \mu_1 a(z) \cdot f(z) / \{(\lambda + 2\mu_2 - \lambda z) \cdot G(z)\} \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} &a(z) = (\lambda + \mu_1 - \lambda z)^2 (\lambda + \mu_1 + \mu_2 - \lambda z) \\ &\quad \times (\lambda + 2\mu_2 - \lambda z) \\ &b(z) = \mu_1 \mu_2 (3\lambda + 2\mu_1 + 2\mu_2 - 3\lambda z) \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

$$\left. \begin{aligned} &f(z) = f_2(z) \cdot P(2, 0) + f_4(z) P(4, 0) \\ &f_2(z) = \mu_1^2 \mu_2 - (\lambda + \mu_1 - \lambda z)^2 (\lambda + \mu_2 - \lambda z) z \\ &f_4(z) = \mu_1^2 (\lambda + \mu_1 - \lambda z) (z - 1) \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

$$G(z) = (\lambda + \mu_1 - \lambda z)^2 (\lambda + \mu_1 + \mu_2 - \lambda z) z^2 \cdot a(z) - \mu_1 (\lambda + \mu_1 - \lambda z)^3 z \cdot b(z) - \mu_1^3 \mu_2 b(z) \tag{11}$$

(8)式に示すとおり, 各母関数は本来求めたい未知の確率 2 個, $P(2, 0)$ および $P(4, 0)$, を含む有理関数の形で得られる。この未知の確率は, 確率の総和が 1 である条件と系の平衡条件から定めることができる。すなわち, 4章で示すとおり系が平衡状態にあるときは, $F_m(z)$ の分母 $G(z)$ は z の単位円内に唯一の根 z_1 をもち, しかもそれは分子側の零点でもなければならぬ。このため, (10)式より次の条件式を得る。

$$f(z_1) = f_2(z_1)P(2, 0) + f_4(z_1) \cdot P(4, 0) = 0 \quad (12)$$

上式と確率の総和が1であることから得られる方程式を連立させて解くことにより、未知の確率を定めることができ母関数は完全に決定される。

3.4 特性値

母関数 $F_m(z)$ が得られたため、これから各種の特性値を得ることができる。

(1) アクセッサおよび DRD 使用率 (ρ_{ACC}, ρ_{DRD})

表1において部分系 S が状態3から8にあるときはアクセッサが、状態2, 5, 6, 7, 8 および9にあるときはDRDが、それぞれ空きでない。よって、各装置の使用率は、これらの状態確率のサーバ当りの和を求めることによって次のとおり得られる。

$$\rho_{ACC} = \sum_{m=3}^8 F_m(1) \quad (13)$$

$$\rho_{DRD} = \frac{1}{2} \sum_{m=2,5,6,7,8} F_m(1) + F_9(1) \quad (14)$$

(2) 平均待ち行列長および平均アクセス時間 (\bar{Q}, \bar{T})

待ち行列 Q に待ちが作られるのは、状態3~9のときであり、平均待ち行列長 \bar{Q} は次式で得られる。

$$\bar{Q} = \sum_{m=3}^9 \sum_{n=0}^{\infty} n P(m, n) = \sum_{m=3}^9 \left[\frac{dF_m(z)}{dz} \right]_{z=1} \quad (15)$$

一方、アクセス時間は Q での待ち時間、アクセッサでのサービス時間および DRD でのサービス時間の和である。 Q での平均待ち時間は、リトルの定理により \bar{Q}/λ で得られるため、平均アクセス時間 \bar{T} は次式となる。

$$\bar{T} = 1/\mu_1 + 1/\mu_2 + \bar{Q}/\lambda \quad (16)$$

4. 系の平衡条件に関する考察

系が平衡状態にあるとは、全部は0でない状態確率 $P(m, n)$ が定まることである。つまり、状態確率を係数とする変数 z の幅級数が、 $z=1$ において1に収束する。0でない収束半径をもつ幅級数は、その収束域内で連続関数であるから、 $F_m(z)$ は $|z| < 1$ において z の連続関数となる。よって、系が平衡状態にある場合、母関数 $F_m(z)$ の分母が $|z| < 1$ に零点をもつならば、分子側も同じ零点をもつ必要がある。

4.1 DRD 数が1の場合の平衡条件

(5)式の分子の多項式は、いずれも $|z| < 1$ の範囲内に零点をもたない。したがって、系が安定であるためには、(5)式の分母 $g(z)$ が $|z| < 1$ 内に零点をもたないことが必要となる。このための条件を、スツル

ムの定理¹¹⁾を用いて求める。すなわち、 $g(z)$ に関するスツルムの関数列を求め、それらの $z=1$ および $z=-1$ における符号変化数が等しくなる条件を求める。次が得られる。

$$g(1) < 0 \quad \text{かつ} \quad g'(1) > 0 \quad (17)$$

これを、(6)式により評価すると、

$$g(1) = 2\rho_1 + \rho_2 - 1 < 0 \quad (18)$$

$$g'(1) = -\rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 + 2\rho_1 + \rho_2 = 3\rho_1^2 - 2\rho_1(2\rho_1 + \rho_2 - 1) + \rho_2 > 0 \quad (19)$$

となり、(18)式が成立すると(19)式も成立するため、系の平衡条件は、(18)式となる。

4.2 DRD 数が2の場合の平衡条件

ここでの結論を先に述べると、系が安定である条件は、(8)式で示される母関数の分母 $G(z)$ が、 $|z| < 1$ の領域で唯一の根をもつことである。この条件の必要性は、 $G(z)=0$ が $|z| < 1$ の領域に1個以上の根をもつこと、およびもし $G(z)=0$ が $|z| < 1$ の領域に2個以上の根をもつならば、系は不安定になること、の二つのステップによって示す。

第1のステップは、フーリエの定理¹¹⁾を用いて、 $G(z)=0$ が $-1 < z < 0$ の領域に、1個の実根をもつことを示す。すなわち、 $G(z)$ の導関数列を求め、それらの $z=-1$ および0における符号変化数 $V(-1)$ および $V(0)$ を評価すると、

$$V(-1) - V(0) = 9 - 8 = 1$$

となる。これにより、 $G(z)=0$ は $-1 < z < 0$ の領域に実根を唯一つももち、よって $|z| < 1$ の領域では、1個以上の実根をもつことが示された。

次に、 $G(z)=0$ が $|z| < 1$ の領域に k 個 ($k \geq 2$) の根 $z_n (n=1, 2, \dots, k)$ をもつと仮定する。系が安定ならば、母関数の分子側の多項式 $f(z)$ も同じ零点をもつ必要があり、(10)式から次の条件を得る。

$$f(z_n) = f_2(z_n)P(2, 0) + f_4(z_n) \cdot P(4, 0) = 0 \quad (20)$$

$$n = 1, 2, \dots, k$$

(20)式は、未知数 $P(2, 0)$ および $P(4, 0)$ に関する齊次方程式であるが、未知数が2個に対し方程式が k 個 ($k \geq 2$) であり、その解は $P(2, 0) = P(4, 0) = 0$ となる。すると、(10)式より $f(z) = 0$ となり、よって $F_m(z) = 0$ となるため、すべての m, n に対して $P(m, n) = 0$ となる。これは、系が不安定であることを意味しており、最初の仮定と矛盾する。よって、系が安定ならば $k \leq 1$ でなければならず、第1ステップの結果と合わせて、 $k=1$ が導かれる。

一方、もし $G(z)$ が $|z| < 1$ の領域に唯一の根をも

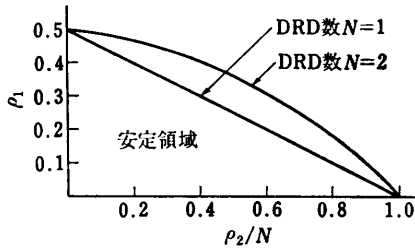


図4 系の安定領域
Fig. 4 Stability region.

つとすると、(20)式を満足する0でない $P(2,0)$ および $P(4,0)$ の組が得られる。以後は、3章で述べた手順で $P(m,n)$ を得ることができ、系は安定となる。

図4に、ここで得た系の安定領域を示す。 ρ_1 、すなわち λ/μ_1 が0.5を越えないのは、1回のデータ転送のためにアクセッサには2回の処理要求(マウントおよびデマウント)が課せられるためである。

5. 数値計算例および実測との比較

5.1 数値計算の前提

データ記録機構 (DRD) の実際のサービス時間は、データ転送前後の準備および後処理に要するほぼ一定の時間と、データ量に比例したデータ転送時間の和である。これに対し、モデルではサービス時間を全体で一つの指数分布に仮定しているため、次式で得られる値を平均とする指数分布として数値計算を行う。

$$1/\mu_2 = T_c + D/v$$

ただし、 T_c : 前後処理時間に相当する一定値

D : データ転送量

v : DRD のデータ転送速度

一方、アクセッサのサービス時間は、カートリッジがランダムに選択されると想定すると指数分布で近似できる。表2に数値計算で用いる値をまとめて示す。

5.2 スループットおよびアクセス時間

スループット (λ) をしらみつぶしに計算し、平均アクセス時間が15, 20, 30, 60秒となる値を選んでプロットしたものを図5, 6に示す。また、図には次の手順で得られる限界スループットも合わせて示す。すなわち、

表2 数値計算に用いるパラメータ値

Table 2 Parameter values for the calculation.

項目	記号	値
ACC の平均サービス時間	$1/\mu_1$	4 sec
DRD の事前、事後処理時間	T_c	5 sec
DRD のデータ転送速度	v	250 kB/sec

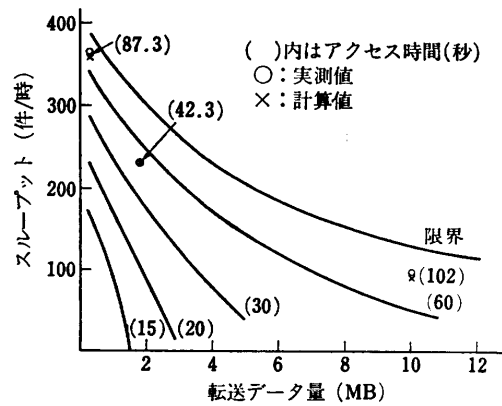


図5 MSS スループット (DRD が2台のケース)
Fig. 5 MSS throughput (2 DRDs).

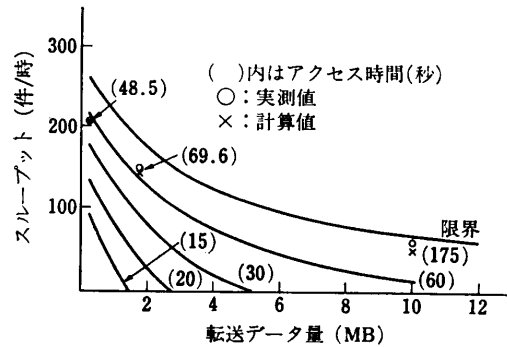


図6 MSS スループット (DRD が1台のケース)
Fig. 6 MSS throughput (1 DRD).

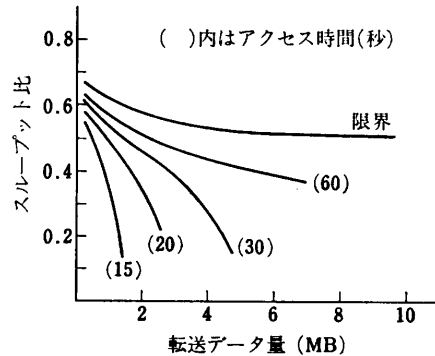


図7 スループット比 (DRD 数1対 DRD 数2)
Fig. 7 Throughput ratio (1 DRD vs 2 DRDs).

図4の縦軸 (ρ_1) と横軸 (ρ_2/N ; N は DRD 数) の比は、次式で示される。

$$\begin{aligned} \rho_1/(\rho_2/N) &= (\lambda/\mu_1)/(\lambda/\mu_2 N) \\ &= N\mu_2/\mu_1 \end{aligned}$$

データ転送量を固定すると μ_2 が定まり、上の値が決まる。そこで、図4のグラフと上式で示される直線との交点を求め、そこから限界スループットを得る。

5.3 フォールバックの影響

図7は、DRD 数が1のときのスループットを、DRD 数が2のときのスループットに対する比で示している。

限界スループットについて見れば、転送データ量が大きくなるにつれ、スループット比は0.5へ漸近し、DRD 数が半減した影響が直接現れている。しかし、転送データ量が少ないとスループット比は0.67程度であり、影響は比較的軽くなる。これは、スループットを支配する装置がアクセッサであり、それが転送量の増加に伴い、DRD へ移る¹⁰⁾ためと考えられる。これに対し、アクセス時間を一定としたときのスループット比は、データ転送量が少ないと0.6の近傍であるが、以後急速に低下しており、前述の限界スループットにおける傾向とは異なっている。DRD の障害によるフォールバック運転においてアクセス時間の大幅な延びを避けるには、相当の入力規制を行う必要がある。

5.4 実測値との比較

実測は、指定された大きさのファイルをステージングするベンチマークジョブを連続的に実行させながら、OS のモニタ機能によってアクセス時間およびスループットを測定する方法で実施した。用いたファイルの大きさは、1, 7, 40 および 96 シリンダ (0.25, 1.75, 10 および 24 MB) の4種類である。測定ごとにベンチマークジョブのファイルの大きさを上記のいずれかの値に固定したため、DRD のサービス時間は一定時間に近い。この点で、モデルにおける指数分布の仮定と完全には対応していない。

表3に実測結果およびモデルでの計算値との対応を示す(同一のデータを、前出の図5と図6にも示し

表3 実測結果とモデル計算値の比較

Table 3 Comparison of the experimental results with the calculated results.

装置構成条件		転送データ量 (MB)	実測値		計算値
ACC 数	DRD 数		アクセス時間 (秒)	スループット (件/時)	スループット (件/時)
1	2	0.25	87.3	374	357
		1.75	42.3	232	231
		10.0	102.2	98	94
		24.0	242.9	42	49
1	1	0.25	48.5	206	207
		1.75	69.6	147	142
		10.0	175.0	60	50
		24.0	343.2	31	23

た)。モデルでの計算は、転送データ量(実測におけるファイルの大きさ)およびアクセス時間を実測と同一条件としたときのスループットを求めたものである。結果は、実測値とかなりよい一致を示しており、本モデルは十分実用に耐えるものであることを裏づけている。

6. むすび

本論文では、MSS の動作モデルとして系内客数制限をもつ待ち行列モデルを提案し、その平衡状態における各種特性値を解析的に得る方法を示した。また、系の平衡条件を明らかにし理論的な限界スループットを得るとともに、具体的な特性としてデータの大きさとアクセス時間およびスループットの関係を示した。さらに、これらの解析結果を実機における測定結果と対比し、よく一致することを示した。

このモデルを解析するためのプログラムは、FORTRANで約300ステップ、処理時間はたとえば50ポイントのデータを収集するのにDIPS-1で、CPU時間約5秒程度である。このように、本稿で示した方法はシミュレーションや近似手法に比べはるかに簡便でかつ精度の高い結果を得ることができる実用性の高いモデルである。したがって、本モデルはMSSをシステムへ導入するに当たってのファイルの配置計画や設備計画のためのツールや、装置改良による性能向上を推定するツールなどとして広い応用が期待できる。残された問題としては、アクセッサおよびデータ記録機構のサーバ数を一般化したモデルについて解析法を確立することなどが挙げられる。

謝辞 本研究の機会を与えられ、終始ご指導いただいた当研究所データ処理研究部高村真司部長、熱心に討論いただいた制御方式研究室の諸氏および実測を担当された佐藤栄氏に深謝します。

参考文献

- 1) 伊藤, 川田: 超大容量記憶装置の動向, 情報処理, Vol. 19, No. 5, pp. 465-471 (1978).
- 2) 村上他: 大規模データベースとその実現技術, 情報処理, Vol. 23, No. 10, pp. 955-961 (1982).
- 3) IBM 3850 Mass Storage System (MSS) Principles of Operation: Theory, GA 32-0035-0 (1978).
- 4) 伊藤: DIPS 用超大容量記憶装置の実用化, 通研実報, Vol. 29, No. 2, pp. 141-150 (1980).
- 5) Lavenberg, S. S. and Slutz, D. R.: Regenerative Simulation of a Queuing Model of an

- Automated Tape Library, *IBM J. Res. Dev.*, Vol. 19, No. 5, pp. 463-475 (1975).
- 6) 藤原他: 階層構成ファイル記憶の構成法, 通研実報, Vol. 29, No. 6, pp. 1129-1137 (1980).
 - 7) 根岸, 米田: 大容量記憶システム MSS の性能評価用シミュレーションモデルに関する考察, 情報処理学会論文誌, Vol. 23, No. 4, pp. 421-427 (1982).
 - 8) Misra, P. N.: Capacity Analysis of the Mass Storage System, *IBM Syst. J.*, Vol. 20, No. 3, pp. 346-360 (1981).
 - 9) 松田, 大南他: 超大容量記憶装置の特性に関する一考察, 第18回情処全大, p. 161 (1977).
 - 10) Tsuruho, S., Matsuda, K. et al.: Mass Storage Systems Performance Analysis Using a Queuing Model, *Proc. of 3rd UJCC*, pp. 320-324 (1978).
 - 11) 奥川光太郎: 代数学, pp. 161-175, 共立出版, 東京 (1956).
 - 12) Konheim, A. G. and Reiser, M.: A Queuing Model with Finite Waiting Room and Blocking, *JACM*, Vol. 23, No. 2, pp. 328-341 (1976).
 - 13) Suzuki, T.: Ergodicity of a Tandem Queue with Blocking, *J. OR Soc. Jpn.*, Vol. 7, No. 2, pp. 68-75 (1964).
 - 14) Neuts, M. F.: Two Queues in Series with a Finite, Intermediate Waiting Room, *J. Appl. Probl.*, Vol. 5, No. 1, pp. 123-142 (1968).
 - 15) Makino, T.: On the Mean Passage Time Concerning Some Queuing Problems of the Tandem Type, *J. OR Soc. Jpn.*, Vol. 7, No. 1, pp. 17-47 (1964).

(昭和58年4月14日受付)

(昭和58年7月19日採録)