3H-08　高次元アルゴリズムによる離散変数を含む系の最適化(2)

寺前裕之、斎藤茂、柳正秀*、植草常雄*

ＡＴＲ環境適応通信研究所、ＮＴＴファシリティーズ(*)

１．はじめに

ある装置で２種類の異なった働きを行える物を使用している場合を考える。さらにこの２種類の出力が同時には取り出せないとする。このような装置を含む系の最適化問題を取り扱う場合には、いずれの出力が得られているかを表す離散的な変数を導入する必要が生じる。この問題はいわゆる 0-1 混合計画問題であり、分枝限定法、平面切除法、群論的手法などの最適化方法が知られているが、扱う整数変数が増加すると解を得るのが大変困難になることが知られている。このような離散的な変数をも最適化変数として取りこみ、手法として新上らによる高次元アルゴリズム[1]を用いた最適化方法について前回報告した[2]。例題として建物エネルギーシステムにおいて、ヒートポンプのみを用いて冷暖房をまかなう場合に、その容量の最小値を求めた。ただし、高次元アルゴリズム使用の際には、最適解が求まるかどうかは大きく初期値に依存していた。本研究では、その初期値依存性を、運動量の混合（ミキシング）を行うことで改善することが出来たので報告する。

２．モデルと最適化方法

以下のような関係式を持つ場合について、

$$\sum_{k=1}^{n} c_{hw}(m,k)\cdot x_{hw}(m,h,k) = d_{hw}(m,h) \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} (1-c_{hw}(m,k))\cdot x_{hc}(m,h,k) = d_{hc}(m,h) \qquad (2)$$

ここで、d_{hw} および d_{hc} は m 月の時刻 h における２種類の異なった需要データを表す。変数 c_{hw} が切替を表す変数で０または１とし、同じ月は同一の出力モードで運転すると仮定した。２種類の異なった需要を同時刻に満たす必要が生じるため装置は複数台必要で、n は装置の台数。評価関数として、

$$V = \sum_{k=1}^{n} v(k) = \sum_{k=1}^{n} \max_{m,h}[c_{hw}(m,k)\cdot x_{hw}(m,h,k) + (1-c_{hw}(m,k))\cdot x_{hc}(m,h,k)] + Cc_{hw}(m,k)^2\cdot(c_{hw}(m,k)-1)^2$$

を最小とする最適化問題として取り扱った。４次関数は最適化終了時に c_{hw} を０または１にするためのペナルティ項として加えた。C は適当な定数。ここで文献[2]と比べると sin 関数が４次関数になっているが本質的な差ではない。さらに式(1)(2)を満たすようにペナルティ項（文献[2]の V_2-V_6）を加えて、ポテンシャルエネルギー V を持つ質量１の質点の運動を追跡して最小値を求める。

この運動を追跡する際に適当な初期座標と初期運動量を与える必要があるが、この初期値に対する依存性が非常に大きい。そこで最適化空間の高次元化のために便宜的に加えた運動量の変形を行う。このことにより運動に均一性を持たせ、初期値の依存性を減じることが出来る。

A Study on Optimization of System Containing Switching Variables

Hiroyuki Teramae, Shigeru Saito, Masahide Yanagi, Tsuneo Uekusa

ATR Adaptive Communications Laboratories, 2-2 Hikaridai, Seikacho Soraku-gun, Kyoto 619-0288, Japan

NTT Power and Building Facilities, 3-9-11 Midoricho, Musashino, Tokyo 180-0012, Japan

適当な正の規格直交行列 b_{ij} を用いて運動量の混合（ミキシング）を行う。

$$\dot{x}_i = \partial H / \partial p_i = \sum_j b_{ij} p_j$$

$$p_i = -\partial H / \partial x_i = f_i$$

$$\ddot{x}_i = \sum_j b_{ij} f_j$$

以上により、ミキシングを行うと各変数にかかる力を適当な線形結合を取り直すことと等価になることがわかる。

ミキシングのための行列 **B** を生成する手順を以下に示す。実対称行列 **A** を乱数等によって作り対角化。その固有ベクトルを **C**、固有値を対角要素とする行列を $\boldsymbol{\varepsilon}'$ とすると、

$$\mathbf{CAC}^T = \varepsilon'$$

この固有ベクトル **C** を利用して、ミキシングのための行列 **B** を作る。行列が positive definite となるように、固有値を 1 近傍に値を分散させて選ぶ。δ_j をミキシング定数と定義する。

$$\varepsilon_j = \mathbf{1} + \delta_j \quad (\delta_j > \mathbf{-1})$$

以上から求める行列 **B** の満たすべき固有方程式は、次式のようになる。

$$\mathbf{BC} = \mathbf{C}\varepsilon$$

ここで **C** は定義より直交行列であるので、$\mathbf{CC^T} = \mathbf{1}$、右から $\mathbf{C^T}$ を乗じることにより、

$$\mathbf{B} = \mathbf{C}\varepsilon\mathbf{C}^T$$

が求めるミキシングのための行列になる。δ の値を増減する事でミキシングの度合いをコントロールできる。

３．結果と考察

前回の発表と同じく、冷暖房の同時需要がある、延べ床面積 10,000㎡ のホテルの負荷データを使用した。ヒートポンプの台数を３台とし、ミキシング定数 δ を変化させて最適値に収束するかどうかを調べた。表１にミキシング定数と得られた最適値を示した。

表１．ミキシングによる最適値の変化。理論最適値は１。

ミキシング定数 δ	最適値
0.0	1.1299
0.05	0.9934

ミキシング定数が 0 の場合（ミキシングしない場合）には理論最適値より大きい値が計算されるが、ミキシング定数を 0.05 とすることで、理論最適値が得られている事がわかる。高次元アルゴリズムを用いた他の最適化においても、同様な手法により正しい最適解が求まる事がわかっている。適切なミキシングを行うことによって局所解近傍で一種のカオス的な運動が導入され、局所解から抜け出すきっかけが与えられていると考えられる。

文献

[1] Shinjo, K. and Sasada, T., *Phys. Rev.*, **E54**, 4686 (1996).

[2]寺前、斎藤、柳、植草、情報処理学会第 59 回全国大会予稿集、1-167.