3V-04 電力過渡安定度計算の並列同時解法に系統分割を適用した手法の評価

冠谷 大，高田 勝久，羽田 泰啓，古屋 穂高，宮本 和則，前川 仁孝，伊與田 光宏
千葉工業大学

1 はじめに

近年の電力需要の増大は、電力系統の大規模化・複雑化を進めている。それに伴い、電力系統解析計算は系統の運用・計画のために不可欠であり、その高速化が求められている。その中でも、電力過渡安定度計算は特に動的な安定度を計算するものであり、リアルタイム計算負荷が非常に大きい。そこで現在までに、高速化するための研究が行われている[1]。

今日までに行われている高速化の研究として、並列同時解法による行列の分割による高速化手法や、系統分割を用いた高速化手法などがあるが、並列同時解法では均等なタスク分割が困難[2]という点や、系統分割では並列処理できない部分がある[1]などの問題点があった。

現在までに、これらの問題点を解決するために並列同時解法に系統分割を適用し、並列性を高めて効率化を図る手法の提案を行ってきた。本稿では、この提案手法の有効性の評価を行う。

2 過渡安定度計算手法

一般的に、過渡安定度計算における基本的な方程式は、$\mathbf{X}$ を発電機の状態ベクトル、$\mathbf{V}$ をノード電圧ベクトル、$\mathbf{I}$ をノードへの注入電流ベクトル、$\mathbf{Y}$ をノードアドミタンス行列とすると、次のように表すことが出来る。

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X},\mathbf{V}) \tag{1}$$

$$\mathbf{Y}\,\mathbf{V} = \mathbf{I}(\mathbf{X}) \tag{2}$$

(1) 式は発電機の内部状態を表す非線形微分方程式であり、(2) 式は送電網により結合された発電機群の電圧・電流の関係を表す線形代数方程式である[3]。

同時解法において (1), (2) 式を Newton-Raphson 法によって解く場合、(1) 式を台形公式やトラペゾイダル法などの数値積分法を用いて代数方程式化し、(3) 式のような式を繰り返し解くことによって解を求めることができる。

$$\begin{bmatrix}\mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_4\\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{X}^{(k)}\\ \Delta\mathbf{V}^{(k)}\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}\mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)},\mathbf{V}^{(k)})\\ \mathbf{I}(\mathbf{X}^{(k)},\mathbf{V}^{(k)})\end{bmatrix} \tag{3}$$

2．1 並列同時解法を用いた過渡安定度計算手法

本節では、同時解法を小行列ごとに処理する高速化手法である、並列同時解法について述べる。

計算の分割手法は(3)式における左辺の$\mathbf{J}_4$，$\mathbf{J}_3$部分の計算についてNewton-Raphson法の反復計算の１ステップ前の値を利用することで定数化し、右辺に移項することにより(4)式のように変形することができる。

$$\begin{bmatrix}\mathbf{J}_1 & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{X}^{(k)}\\ \Delta\mathbf{V}^{(k)}\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}\mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)},\mathbf{V}^{(k)})\\ \mathbf{I}(\mathbf{X}^{(k)},\mathbf{V}^{(k)})\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{J}_4\\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{X}^{(k-1)}\\ \Delta\mathbf{V}^{(k-1)}\end{bmatrix} \tag{4}$$

(4)式のように変形を行うことにより、修正値求解の際に$\mathbf{J}_1,\mathbf{J}_2$部分を独立して行うことが可能になる。また$\mathbf{J}_1$は、完全なブロック対角行列になっているので、$\mathbf{J}_1$についても(3)式の変形と同様の操作をすることによって小行列に分割し、処理を行うことができる。

このように計算する行列サイズを小さくすることにより、処理の高速化を可能としている[2]。一般に分割した$\mathbf{J}_1$の各部分行列に対し、$\mathbf{J}_4$部分の修正量の求解の方が多くの計算時間を要す[2]のだが、本手法では$\mathbf{J}_4$の系統方程式の並列化ができないために、均等な処理の分割ができないという問題点がある。

2．2 系統分割を用いた過渡安定度計算手法

本節では、行列のリオーダリングにより並列性を抽出し、並列処理することで高速化を図る手法である系統分割について述べる。

求解に必要な連立方程式を生成する際にその与えられた系統の分割点を決定し、分割点ノードに対応する要素を縁側に配置することで(3)式を次の(5)式のように変形する。

$$\begin{bmatrix}\mathbf{S}_1 & & & \mathbf{B}_1\\ & \ddots & & \vdots\\ & & \mathbf{S}_n & \mathbf{B}_n\\ \mathbf{B}'_1 & \cdots & \mathbf{B}'_n & \mathbf{S}_c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{Z}^{(k)}\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}\mathbf{g}(\mathbf{X}^{(k)},\mathbf{V}^{(k)})\end{bmatrix} \tag{5}$$

このとき、リオーダリングされた$\Delta\mathbf{X},\Delta\mathbf{V}$を$\Delta\mathbf{Z}$、$\mathbf{f}(\mathbf{X},\mathbf{V}),\mathbf{I}(\mathbf{X},\mathbf{V})$を$\mathbf{g}(\mathbf{X},\mathbf{V})$と表す。

このような行列を LU 分解を利用して解を求める場合に、各$\mathbf{S}_k,\mathbf{B}_k,\mathbf{B}'_k(k=1,2,\cdots,n)$において並列に LU 分解・前進代入・後退代入が可能である。

このように、粗粒度レベルの並列性を抽出する事が可能であり、並列処理することにより高速化することを可能としている。しかし、$\mathbf{S}_c$の部分行列については並列に解くことができないため、粗粒度レベルでは並列性が低

Evaluation of the System Division in Parallel Simultaneous Mehtod of Transient Stability Calculation of Power System

Dai KAMURIYA,Kathuhisa TAKADA,Yasuhiro Hada ,Hodaka FURUYA,Kazunori MIYAMOTO , Yoshitaka MAEKAWA,Mithuhiro IYODA

Chiba Institute of Technology

下する[1]という問題点がある。

3　系統分割の並列同時解法への適用

本章では系統分割の並列同時解法への適用法を述べる。

本手法では、並列処理を考えた際に各プロセッサに均等に処理を分割することを容易にすることを考える。そこで、系統分割を用いた際に生成される係数行列に対して、並列同時解法を適用することにより、均等な処理の分割を実現し高い並列効果を得ることを可能とする手法を提案する。以下にその詳細を述べる。

3．1　計算手法

系統分割によって得られた(5)式を並列同時解法によって解くとき、$\mathbf{B}_i$，$[\mathbf{B}'_1, \mathbf{B}'_2, \cdots, \mathbf{B}'_n]$部分の計算についてNewton-Raphson法の反復計算の1ステップ前の値を利用して定数化することで、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{S}_n & \\ & & & \mathbf{S}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Z}^{(k)} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & & \mathbf{B}_1 \\ & & \vdots \\ & & \mathbf{B}_n \\ \mathbf{B}'_1 & \cdots & \mathbf{B}'_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Z}^{(k-1)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

(6)式のように変形を行うことで$\mathbf{S}_k (k = 1, 2, \cdots n, c)$について並列にLU分解・前進代入・後退代入を行うことが可能になる。これにより小さな係数行列の方程式に分割することによる高速化と、系統分割による均一な処理の分割による並列効果を得ることができる。

(6)式のような変形を行うことで結果の誤差が問題となってくる。しかし、並列同時解法と違い修正量の変化の少ない系統方程式に関する部分の計算に対して式の変形を行うので、誤差を少なくすることが出来ると考えられる。そこで多手法と精度について比較する必要がある。

4　比較及び評価

本章では提案手法の性能評価を行う。

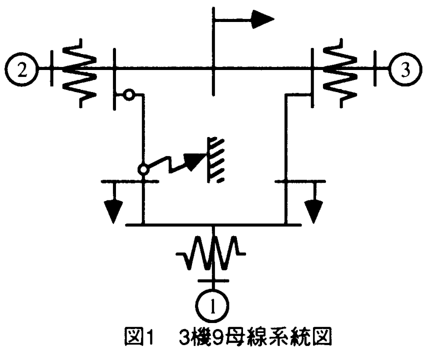

図1　3機9母線系統図

処理系統に図1に示す3機9母線系統を例として並列同時解法と系統分割を用いた手法を対象にNewton-Raphson法を用いた場合に生成されるJacobian行列の比較を行う。

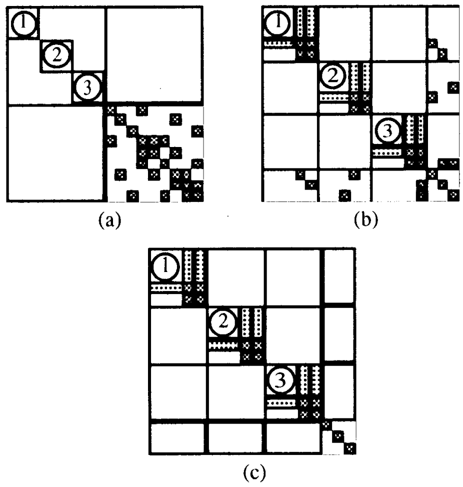

図2　各手法におけるJacobian行列

(a)は並列同時解法、(b)は系統分割を用いた手法、(c)は本手法におけるJacobian行列を表す。図2の(a),(c)より分割された各行列が(c)では均等になっているのが解る。また(b),(c)より縁側の小行列が(c)では無くなっている。これにより分割された各行列についての計算が並列に行える。

次に、分割された各行列について並列処理を行うことを考え、行列の要素数に注目し比較する。このとき、分割された各行列のうち要素数が最大の行列についての処理時間を実際の処理時間として考え計算量により比較する。通常の同時解法で解く場合、24682step、(a)では1938step、(b)では、2008step、(c)では572stepでLU分解を行うことになる。これにより、提案手法を用いた場合十分な並列効果を得ることが可能であると考えられる。

5　おわりに

本稿では、提案した過渡安定度計算の並列同時解法に系統分割を適用した手法と他手法とをJacobian行列について比較した。

今後、本手法を並列処理化し、大規模系統に適用することで、更に有効性を検証する必要がある。

参考文献

1) 西川 他："電力系統過渡安定度計算の階層的並列処理手法"，情報処理学会第52回全国大会講演論文集，PP 6-137~6-138，1996

2) 多田 他："並列同時解法による過渡安定度計算法"，電気学会全国大会，PP 129~137，1985

3) 小田 他："並列処理とパイプライン処理による電力系統解析計算の高速化"，1995，電学論B，115巻5号，p 472~478