無限木構造隠れ Markov モデルによる 階層的品詞の教師なし学習

持橋 大地^{1,a)} 能地 宏^{2,b)}

概要:隠れ Markov モデル (HMM) は情報科学の基本的なモデルであるが, たとえば自然言語の品詞にみられるような階層的な状態を学習できないという問題があった.本論文ではこれに対し, 木構造 Stick-breaking 過程 (Adams+ 2010) をそれ自体階層化することで, 無限の深さと幅を持つ隠れた木構造上での状態遷移確率と階層的な出力確率を持つ無限木構造隠れ Markov モデル (iTHMM) を提案する.これにより, 原理的に無限の複雑度を持つ隠れた木から, データに合わせた適切な状態の階層を学習することが可能となる. 英語および日本語のテキストで実験を行った. 提案法は自然言語処理に限らず, 情報科学一般に適用できる隠れMarkov モデルの本質的な拡張であり, PCFG など隠れ状態を持つ多くのモデルへの適用が期待できる.

キーワード:木構造 Stick-breaking 過程, 隠れマルコフモデル, ノンパラメトリックベイズ, 教師なし学習

The Infinite Tree Hidden Markov Model for Unsupervised Hierarchical Part-of-speech Induction

Daichi Mochihashi 1,a) Hiroshi Noji 2,b)

Abstract: Hidden Markov models (HMM) is widely used in statistics and machine learning. However, it cannot learn latent states where these states are actually structured. Extending the tree-structured stick-breaking processes (Adams+ 2010) hierarchically as from DP to HDP, this paper proposes an Infinite Tree Hidden Markov models (iTHMM) whose states constitute a latent hierarchy. Experimental results on natural language texts show the validity of the proposed algorithm.

Keywords: Tree-structured stick-breaking process, Hidden Markov models, Nonparametric Bayes, Unsupervised learning

はじめに

計モデルであり、自然言語処理だけでなく、音声認識、経済学、生態学、ロボティクス、バイオインフォマティクスのような多くの領域で、モデル化の重要な方法となっている [2]. 特に自然言語処理においては、HMM は単語列が隠れ状態として品詞列を持つような形態素解析のモデルであり、実際に初期の形態素解析(茶筌)は HMM の教師あり学習として定式化されていた. さらに、品詞自体を単語列のみから学習する教師なし品詞学習は 90 年代前半に始まり [3][4]、2000 年代に入ってベイズ学習によって高精度化され [5]、特に無限隠れ Markov モデル [6][7] によって品詞数も学習で

隠れ Markov モデル (HMM)[1] は情報科学の基本的な統

きるようになった. 半教師あり学習は先に教師なし学習のモデルを必要とするため, HMM は半教師あり学習においても不可欠なモデルである [8]. 2010 年には [9] によって経過がまとめられ, 研究は一見収束したかのように見える.

HMM は K 個 (無限 HMM では K を学習する) の整数で表される状態を持ち、この系列が観測値の裏に隠れているとしてそれを学習するものであるが、実際の京大コーパス等で使われている品詞は、"名詞—固有名詞—地名" のように階層化されている. しかし、通常の HMM では、こうした階層的な隠れ状態を教師なし学習することはできない. なぜならば、隠れ変数の下に隠れ変数を考える場合、

- 何個の分岐を考えればよいのか
- どの深さまで階層を考えるべきなのか

について無限の可能性を考える必要が生じ、これらを全て数え上げることは不可能だからである。 具体的には、各状態 $s_k \in \{1..K\}$ について、その一段階の細分化は $1..M_k$ 個の可能性があり、この細分化の数 $M_1 \cdots M_K$ は未知な上に、すべての状態は $\prod_{k=1}^K M_k$ 個に達し、これをさらに細分化

¹ 統計数理研究所 数理・推論研究系

The Institute of Statistical Mathematics

空 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 Nara Institute of Science and Technology

a) daichi@ism.ac.jp

b) noji@is.naist.jp

する場合…を考えると、無数のモデル選択問題と状態数の 指数的増加に直面することになる.

構文解析の分野では、シンボル細分化 [10][11] によって名詞句や動詞句といった既知の文法的カテゴリを細分化することで、より高精度な学習を可能にしている。しかし、この場合でも細分化は上で述べた問題から1段階に限られており、また既知の品詞体系を必要とする。未知の言語を解析する場合や、たとえば動詞句と形容詞句がより上の階層で統合されるような可能性も考えると、計算言語学の立場からはこうした品詞階層自体を言語データから学習できる統計的枠組が求められているといえる。

そこで本論文では、ノンパラメトリックベイズ法の立場から上の問題をすべて解決し、隠れ状態が無限の分岐と無限の深さをもつ木構造上で定義される無限木構造隠れ Markov モデル (iTHMM) および、それに基づいた階層的な品詞の教師なし学習法を提案する. 提案法はディリクレ過程が木の縦方向の深さおよび横方向のそれぞれの分岐に存在する木構造 Stick-breaking 過程 [12] をそれ自体無限木構造上で階層化したものであり、こうして得られる無限木構造上の状態遷移確率と、この上で拡散過程として生成される出力確率分布によって観測系列が生成される. この iTHMM は自然言語処理に限らず、情報科学一般に適用できる HMMの本質的な拡張であり、多くの分野での適用が期待できる.

以下、2章で提案法の基礎となる無限隠れ Markov モデルおよびディリクレ過程、その具体的実現である Stickbreaking 過程について説明する。3章では木構造 Stickbreaking 過程 (TSSB) とそのポリアの壷表現について説明し、4章で TSSB を階層化した階層的木構造 Stick-breaking 過程 (HTSSB) とそれに基づいた無限木構造隠れ Markov モデルと特別な MCMC 法による学習について述べる。5章で日本語や英語のテキストに対して実験を行って優位性を示し、特に半教師あり学習に用いることも可能であることを示す。6章で展望を示し、全体をまとめる。

2. 無限隠れ Markov モデルと Stick-breaking 過程

HMM は図 1 のように、観測列 $\mathbf{w} = w_1 w_2 \cdots w_T$ の背後 に隠れ状態列 $\mathbf{s} = s_1 s_2 \cdots s_T$ があり、 \mathbf{s} から \mathbf{w} が生成されたとする確率モデルである。1 次の HMM では時刻 t での状態 s_t は一つ前の状態 s_{t-1} のみに依存すると考え、 \mathbf{w} と

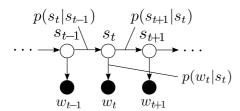


図 1 隠れ Markov モデルの構造. ●は観測値を, ○は未知の確率変数を表す.

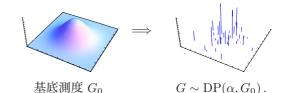


図 2 ディリクレ過程による基底測度 G_0 からの G の生成. s が生成される同時確率は

$$p(\mathbf{w}, \mathbf{s}) = \prod_{t=1}^{T} p(w_t | s_t) p(s_t | s_{t-1})$$
 (1)

で表される. ただし, s_0 は初期状態である. 隠れ状態を名詞や動詞のような品詞とみなすと, これは品詞学習のモデルであり, HMM は初期の形態素解析 (茶筌) に使われたほか, 現在でも半教師あり学習に用いられている [8].

品詞の教師なし学習は最初は最尤推定 (EM アルゴリズム) によっており性能が低いとみなされていたが [3], Goldwater ら [5] はこれを MCMC 法によりベイズ推定することで、局所解を避け、高精度な解が得られることを示した。これらの研究では状態数=品詞数 K は既知であるとしているが、この K も学習できるのが無限隠れ Markov モデル (Infinite HMM, iHMM)[6][13] である.

2.1 iHMM & HDP

まず、HMM では生成モデルから、状態は状態遷移確率 $p(s_t|s_{t-1})$ によって生成されることに注意しよう。通常の HMM では、これは決まった K 個の状態への確率分布となるが、iHMM では、これが可算無限個の要素を持つディリクレ過程から生成されたと考える。ディリクレ過程とは、図 2 のように基底測度とよばれる親の分布 G_0 に似た無限次元の離散的な測度を生成する確率過程であり、

$$G \sim \mathrm{DP}(\alpha, G_0)$$
 (2)

と書かれる。集中度パラメータ $\alpha>0$ が大きいほど G は G_0 に似たものとなるが、期待値は常に $E[G]=G_0$ である。ただし、各状態 k で別々にこの遷移確率 G_k を G_0 から サンプルすると、他の状態との重なりが 0 になってしまい、HMM の状態が共有されなくなってしまう。そこで、iHMM ではまず全体の離散的な $G\sim \mathrm{DP}(\eta,H)$ をサンプルし、これを基底測度として各 $G_k\sim \mathrm{DP}(\alpha,G)$ $(k=1\cdots\infty)$ を生成する階層ディリクレ過程 (HDP) によって、遷移する状態を共有し、その事前分布を G で与える。このとき α によって、 G_k が事前分布 G と平均的にどれほど似ているかが制御されることになる。

2.2 Stick-breaking 過程と CDP 表現

上ではディリクレ過程およびそれに基づく iHMM の構成を測度論的に述べた. よく知られているように、ディリクレ過程に基づく $G \sim \mathrm{DP}(\alpha,G_0)$ からのサンプルは図 3 のような CRP(中国料理店過程) で表すことができる [14]. ここでは、G からのサンプル x_1,x_2,\cdots,x_n が与えられた

とき, 次の x_{n+1} のとる値の確率はGを積分消去すること により.

$$p(x_{n+1}|x_1 \cdots x_n) = \int p(x_{n+1}|G) \, p(G|x_1 \cdots x_n) dG \quad (3)$$

$$= \begin{cases} n_k/(n+\alpha) & (k=1,\cdots,K) \\ \alpha/(n+\alpha) \, G_0(x_{n+1}) & (k=K+1) \end{cases}$$
(4)

となることを利用している. ここで K は $x_1 \cdots x_n$ の中で の値の異なり数, n_k は k 番目の値が現れた回数である. こ れから、Gからのサンプルを図3における客とみなし、(4)式に従ってkで番号づけられるテーブルに順番に着席する CRP が得られる.

CRP では G は積分消去されていたが, G は実際に, 次の ような Stick-breaking(棒折り) 過程で明示的に生成するこ とができる [15].

$$\gamma_k \sim \text{Be}(1,\alpha)$$
 (5)

$$\pi_k = \gamma_k \prod_{j=1}^{k-1} (1 - \gamma_j)$$

$$G = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k \delta(\theta_k), \qquad \theta_k \sim G_0.$$
(6)

$$G = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k \delta(\theta_k), \qquad \theta_k \sim G_0 . \tag{7}$$

ここで $Be(\alpha, \beta)$ はベータ分布, $\delta(x)$ は点 x のみで測度 1となる離散測度を表す. これは長さ1の棒を次々と γ_k $(k=1,2,3,\cdots)$ の割合で折り、その左端の長さ π_k の棒 を基底測度 G_0 からランダムにサンプルした位置 θ_k に立 てていったものがGであることを意味している. $\{\theta_k\}_{k=1}^{\infty}$ が定まれば、Gを特徴づけるのは無限次元の多項分布 $\pi = (\pi_1, \pi_2, \cdots)$ であり、これを GEM 分布、あるいは本論 文では SBP(α) とよぶ.

 ${f CDP}$ 表現 SBP はベータ分布の確率変数 γ_k の積で定義 されるから, π からの実現値 $\mathcal{D} = \{x_1, x_2, \dots\}$ が与えられ たとき, π の事後分布は各 γ_k の事後分布の積で表現する ことができる.

すなわち、(6) 式はk番目の値が選ばれる確率 π_k は、各 x_n が $1 \cdots k-1$ 番目まで折った棒の右側を選びつづけ、最後に k番目で左側を選んだ確率と等しいことを意味するから, γ_k の事後分布はDの中でkで止まった回数を $n_0(k)$, 止まら ず折り続けた回数を $n_1(k)$ とすれば Be $(1+n_0(k), \alpha+n_1(k))$ であり、期待値は

$$E[\gamma_k | \mathcal{D}] = \frac{1 + n_0(k)}{1 + \alpha + n_0(k) + n_1(k)}$$
 (8)

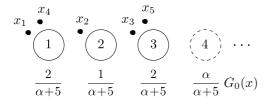
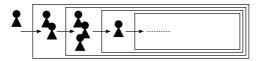


図 3 CRP(中国料理店過程) による客の配置.



k=1 k=2 k=3 k=4

図 4 Chinese District Process (CDP) [16]. 無限にネストした各 領域について, そこを通過した人数と止まった人数が数えられ ており、番人が確率的に客を止める. これは SBP をポリアの 壷として表現したものである.

と計算できる. したがって, π_k の事後確率の期待値は

$$E[\pi_k | \mathcal{D}] = \frac{1 + n_0(k)}{1 + \alpha + n_0(k) + n_1(k)} \prod_{j=1}^{k-1} \frac{\alpha + n_1(j)}{1 + \alpha + n_0(j) + n_1(j)}$$

$$\succeq \not \approx \not \delta.$$
(9)

この π_k は、図 4 のように領域 1 の中に領域 2 があり、さ らにその中に領域3が…と入れ子になっているとき、各領 域の入口に門番が立っており、これまでに門を通過した人 数と止めた人数を数えて確率 (8) によってランダムに客を 止める場合に、領域kにたどり着ける確率と等しい。このこ とから、上の過程は Chinese District Process (CDP) と呼 ばれており [16], これは SBP の CRP 表現であるといえる.

2.3 学習例と問題

SBP ではG が明示的に表現されるため、HMM での取 り扱いが簡単になるといった長所があり、実際に[16]では CDP により HMM を表現し, Gibbs サンプリングおよび変 分ベイズ法による学習を行っている. さらに, Gael らはス ライスサンプリング[17]を用いることで、(7)式の和を打ち 切ることなく動的計画法によるサンプリングを可能にする 無限隠れ Markov モデルの学習法を示した [7]. 図 1 に, こ の iHMM で『不思議の国のアリス』(1431 文, 26689 語) を 学習した際の、各潜在状態からの出力確率の上位語を示す.

ここではデータが小さいため、K はほぼ7と学習されて いる. 図から, 状態 1=名詞, 状態 2=冠詞, 状態 3=動詞と いった品詞が、まったく人手を介することなく自動的に学 習されていることが見てとれる.

これらの方法はすべて、品詞、すなわち HMM の状態が 名詞、動詞、形容詞、…のようにフラットであることを前提 にしている.しかし、実際の品詞は京大コーパスにおいて も「助動詞-ナ形容詞-語幹」のように階層化されており、*1 しかも,こうした人手による階層が最適であることは何ら 保証されていない. 名詞-固有名詞-地名という既存の分類 以外にも, 名詞-抽象名詞-心理状態 (嬉しさ, 悲しさなど) といった分類も適切かもしれない. しかしながら, こうし た階層を教師なしで学習するためには, 隠れ変数の下に隠 れ変数があり、さらにその下に…という無限に続く統計モ

^{*1} 状態が木構造で表現されるのではなく、隠れた素性の組み合わせ、 すなわちベータ過程 [18] によって表すことも考えられる. しか し、ベータ過程について AR 的でない任意の遷移を許す統計モデ ルはまだ提案されていない.

1		2		3	
she	432	the 10	026	was	277
to	387	a 47	73	had	126
i	324	her 11	16	said	113
it	265	very 84	1	be	77
you	218	its 50)	is	73
alice	166	my 46	3	went	58
and	147	no 44	1	were	56
they	76	his 44	1	see	52
there	61	this 39	9	could	52
he	55	an 37	7	know	50
that	39	your 36	3	though	t 44
who	37	as 31	L	herself	42
4		5		6	
$\frac{4}{\text{and}}$	466	way	45	little	92
	466 343		45 41		92 23
and		way		little	
and of	343	way mouse	41	little great	23
and of in	$\frac{343}{262}$	way mouse thing	41 39	little great very	23 22
and of in said	343 262 174	way mouse thing queen	41 39 37	little great very long	23 22 22
and of in said to	343 262 174 163	way mouse thing queen head	41 39 37 36	little great very long large	23 22 22 22
and of in said to as	343 262 174 163 163	way mouse thing queen head cat	41 39 37 36 35	little great very long large right	23 22 22 22 20
and of in said to as that	343 262 174 163 163 125	way mouse thing queen head cat hatter	41 39 37 36 35 34	little great very long large right same	23 22 22 22 20 17
and of in said to as that for	343 262 174 163 163 125 123	way mouse thing queen head cat hatter duchess	41 39 37 36 35 34 34	little great very long large right same good	23 22 22 22 20 17 17
and of in said to as that for at	343 262 174 163 163 125 123 122	way mouse thing queen head cat hatter duchess well	41 39 37 36 35 34 34 31	little great very long large right same good white	23 22 22 22 20 17 17

表 1 『不思議の国のアリス』で iHMM の隠れ状態に割り当てられた単語とその回数.

デルが必要であり、はじめに述べたように、この問題は通常の方法では解くことができない. これを可能にするのが、木構造 Stick-breaking 過程 [12] である.

3. 木構造 Stick-breaking 過程とその学習

木構造 Stick-breaking 過程 (Tree-structured Stick-breaking process, TSSB) [12] は階層クラスタリングのために提案されたベイズ事前分布であり,原理的に無限の深さと無限の分岐を持つ木構造を離散確率分布として生成する確率過程である. TSSB により,深さや分岐の数が場所によって異なり,データによって決まる階層クラスタリングが可能になる. またこれは,著者による無限 Markov モデル [19] の一般化ともみることができる.

階層クラスタリングのモデルで最も簡単なのは、先の SBP で生成された無限個の Stick π_k をさらに SBP で分割 し、それをさらに…と無限に分割していく方法であろう。これは Polya 木 [20]、または CRP 表現から Nested CRP とよばれている.

しかし、この方法ではデータは最も細分化された末端のカテゴリにだけ存在することになり、中間の一般的なカテゴリに存在することはできない。また、木の深さに関して制約が何もないため、木の深さを制限するモデルが別に必要になり、現実のように一部の階層がますます深くなる様子*2を表現することはできない。

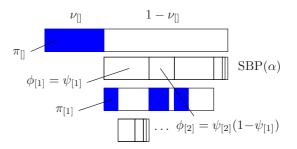


図 5 ベータ分布に従う確率変数 ν_s, ψ_s による TSSB π の構成.

これに対し、TSSBでは棒を単に再帰的に分割するのではなく、先に「そのカテゴリで止まる確率」を導入する. 具体的には、長さ1の棒から始めて

$$\nu \sim \text{Be}(1, \alpha)$$
 (10)

で左端を折り、このノードに止まる確率を生成する. 止まらない場合は、残った長さ $(1-\nu)$ の棒を $\mathrm{SBP}(\gamma)$ で分割し、子供であるそれらの各棒に同じ操作を再帰的に繰り返す (図 6).

こうして得られる TSSB の各ノードは, 可変長の整数列 $\mathbf{s} = s_1 s_2 s_3 \cdots$ でインデックスされる. たとえば, ノード $\mathbf{s} = []$ (空列) は木構造の根ノードを, $\mathbf{s} = [241]$ は根から 2番目の子供→4番目の子供→最初の子供と順にたどった ノードを表している. 木構造なので, 各分岐を表す整数の意味は木構造上の場所によって異なることに注意しよう. たとえば, 動詞の3番目の細分と名詞の3番目の細分の意味は, もちろん異なっている.

3.1 TSSB の定義

上の TSSB は、次のようなポリアの壷で表すことができる。まず、客が木の根ノード [] に到着し、 $\nu \sim \text{Be}(1,\alpha)$ の確率でここに止まる。止まらない場合は子供に降りることにし、どの子供に降りるかは SBP(γ) で決定される。すなわち、子供を1,2,3,…と順番に訪れ、CDP に従って $\psi \sim \text{Be}(1,\gamma)$ でそこで終わるかどうかを決める。次に終わった場所の子供に降り、そこに止まるかどうかを ν の確率で決め…と客が止まるまで再帰的に繰り返す。いま、根ノード [] には止まらず、次に子供 [1]、[2]、[3] は通過して [4] で止まったとしよう。次に、[4] で止まるかどうかを ν で決め、止まらなければ、[41]、[42]、[43] と順に訪れ、たとえば [42] で終わると次にここで止まるかを ν で決め、表が出ればこの客は [42] に追加されることになる。

これから、数学的には TSSB は下のように定義することができる. π_s を TSSB π においてノード s に止まる確率とし、 $s' \prec s$ は木構造上で s' が s の親ノードにあることを表すものとすると、

^{*2} 現実には、データが多い特定のカテゴリがますます細分化され

る傾向がみられ、これは "Deep-gets-deeper" であるといえる. TSSB は、こうした性質をモデル化することができる.

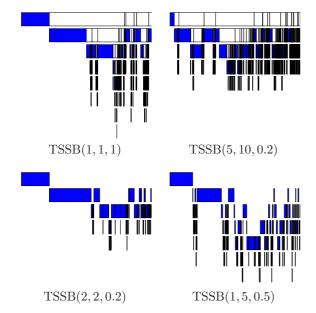


図 6 様々なパラメータから生成した TSSB π . 2 行目では Stickbreaking の切れ目を省略した. 無限次元の離散分布が構造を 持ち,かつ総和が1になっている様子が見てとれる.

$$\pi_{\mathbf{s}} = \nu_{\mathbf{s}} \phi_{\mathbf{s}} \prod_{\mathbf{s}'} \phi_{\mathbf{s}'} (1 - \nu_{\mathbf{s}'}) \tag{11}$$

$$\pi_{\mathbf{s}} = \nu_{\mathbf{s}} \phi_{\mathbf{s}} \prod_{\mathbf{s}' \prec \mathbf{s}} \phi_{\mathbf{s}'} (1 - \nu_{\mathbf{s}'})$$

$$= \nu_{\mathbf{s}} \prod_{\mathbf{s}' \prec \mathbf{s}} (1 - \nu_{\mathbf{s}'}) \cdot \prod_{\mathbf{s}' \prec \mathbf{s}} \phi_{\mathbf{s}'}$$
(11)

であり,ここで

$$\nu_{\mathbf{s}} \sim \mathrm{Be}(1, \alpha), \quad \psi_{\mathbf{s}k} \sim \mathrm{Be}(1, \gamma)$$
 (13)

$$\nu_{\mathbf{s}} \sim \operatorname{Be}(1, \alpha), \quad \psi_{\mathbf{s}k} \sim \operatorname{Be}(1, \gamma)$$

$$\phi_{\mathbf{s}k} = \psi_{\mathbf{s}k} \prod_{j=1}^{k-1} (1 - \psi_{\mathbf{s}j})$$
(13)

である.

(12) 式および SBP の定義 (6) 式から、これは ν で定義さ れる縦方向の SBP すなわちディリクレ過程と、 ψ で定義 される横方向のディリクレ過程の積になっていることがわ かる.

図6に、こうしてランダムに生成された TSSB の例を示 す. 実際には、(12) 式だけでは木が深くなりすぎるため、 ノードが深くなるほど止まる確率が上がるよう, (13) 式の αを [12] と同様に

$$\alpha(\mathbf{s}) = \alpha_0 \cdot \lambda^{|\mathbf{s}|} \tag{15}$$

とし、パラメータ $0 < \lambda \le 1$ によって減衰率の事前分布をコ ントロールする. ここで, |s| はノードsの深さである. た だし(15)式はあくまで平均的な事前確率であり、実際には ノードは場所によって深くなることも浅くなることもある ことに注意されたい.

全体として, TSSB のパラメータは $(\alpha_0, \lambda, \gamma)$ であり, こ の値によって図6のような様々な木構造が得られる.

3.2 ポリアの壷表現

TSSB は (12) 式から SBP の積として表されるから, 事 後分布は SBP と同様に CDP で表すことができる. 具体 的には、データDが与えられたとき、ノードsを垂直に

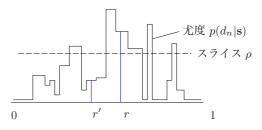


図 7 Slice sampling+Retrospective sampling による TSSB から の MCMC サンプリング.

通過した客の数を $n_1(\mathbf{s})$, 止まった客の数を $n_0(\mathbf{s})$ とおき, ノードsの横方向のSBPにおいて水平に通過した客の数 を $m_1(\mathbf{s})$, 止まった客の数を $m_0(\mathbf{s})$ とすると, $\nu_{\mathbf{s}}$, $\psi_{\mathbf{s}k}$ の事 後分布の期待値は同様に

$$E[\nu_{\mathbf{s}}|\mathcal{D}] = \frac{1 + n_0(\mathbf{s})}{1 + \alpha + n_0(\mathbf{s}) + n_1(\mathbf{s})}$$
(16)

$$E[\psi_{\mathbf{s}k}|\mathcal{D}] = \frac{1 + m_0(\mathbf{s})}{1 + \gamma + m_0(\mathbf{s}) + m_1(\mathbf{s})}$$
(17)

と表され、これから (12) 式で π_s を計算することができる. 原論文 [12] では横方向の SBP を CRP として表現している が、こうして全てベータ分布で表せることに注意されたい.

3.3 無限階層クラスタリング

TSSB によるベイズ無限階層クラスタリングでは、N個のデータ $d_1 \cdots d_N$ が与えられたとき、それぞれの d_n を TSSB のどれかのノード \mathbf{s}_n に割り当てる. これには Gibbs サンプリングにより、図8のようなアルゴリズムで $p(\mathbf{s}_n|d_n) \propto p(d_n|\mathbf{s})\pi_{\mathbf{s}}$ に従った確率でランダムに \mathbf{s}_n をサ ンプリングしていけばよい.

しかし、TSSBでは通常の混合モデルと異なり、ノード s が木構造化されて無限に存在するため、端からサンプル する対象を数え上げることはできない. ここで、TSSBの 構成から図6のように、sはその確率 π_s の長さで[0,1)の 中の区間を占めていることに注意しよう. ゆえに, π_s に 従ってランダムに s をサンプルするには、まず一様乱数 r = Unif[0,1) をサンプルしてから、TSSB の中で r に対応 するノードを探せばよい. 先に乱数を決めてからそれに対 応する候補を選ぶこの方法は、Retrospective sampling [21] とよばれている.

図7のように $p(d_n|\mathbf{s})\pi_{\mathbf{s}}$ に従って \mathbf{s}_n をサンプルするため には、スライスサンプリングと併用すれば、まず現在のノー ド \mathbf{s}_n での密度 $p(d_n|\mathbf{s}_n)\pi_{\mathbf{s}_n}$ と 0 の間の一様分布からサン プリングしてスライス ρ を作り, $p(d_n|\mathbf{s})\pi_{\mathbf{s}} > \rho$ となる \mathbf{s} か ら一様に選べばよい. これは上の Retrospective sampling でまずランダムに s を選び、これがスライスより上になる まで繰り返せば得られる. 実際には [0,1) の間の二分探索 に似た方法で効率的にサンプリングできるが、詳細は後の 図 10 または [12] を参照されたい.

無限木構造隠れ Markov モデル

木構造 Stick-breaking 過程により、無限の深さと分岐を もつ木構造上での階層クラスタリングを行うことができる. ここで木構造のノードは階層化されたクラスタを表してい るから、これを時系列に展開して隠れ状態とみなせば、無限 木構造を状態空間にもつ隠れ Markov モデルが原理的に可 能となる.

4.1 木構造上の状態遷移確率

ただし、時系列モデルの HMM とするためには、状態か ら状態への遷移確率、すなわち木構造のノード間の遷移確 率を定義しなければならない. K 個の状態からなる通常の HMM では、これは各行が次の K 個の状態への遷移確率分 布からなる $K \times K$ の遷移行列で簡単に表すことができる. しかし、いま状態は木構造をなしているから、これは無限 の木構造の各ノードに、次の時刻の無限の木構造のノード 上への遷移確率分布が必要となることを意味している. こ の分布は TSSB で表すことができるから、これはすなわち、 TSSB の無限個の各ノード s にそれぞれ、状態遷移確率を 表す TSSB π_s があることを示している.

ただし、ノードは木構造をなしているから、各ノードから の遷移を表す π は独立ではなく, 親子間の依存関係を持っ ているはずである. たとえば、ノード $s = [2\ 3]$ が「名詞-固 有名詞」に相当するノードであったとしよう. このとき, $[2\ 3]$ からの状態遷移 $\pi_{[2\ 3]}$ は親ノードである [2], つまり 「名詞」からの遷移確率 $\pi_{[2]}$ を反映しており, それはさらに 状態全体の遷移の事前確率 π (名詞には遷移しやすいが、 感動詞へは遷移しにくいなど)を反映しているはずである.

4.2 階層的 TSSB

そこで、本研究では π_s を独立とするのではなく、親の TSSB $\pi_{s'}$ からそれ自体階層的に生成することを考える.

3.1 節で述べたように、TSSB は縦方向および横方向の無 数の Stick-breaking 過程, すなわちディリクレ過程の積と なっているから、これには π_s を構成するそれぞれの DP を、対応する $\pi_{s'}$ の DP から生成する階層ディリクレ過程 を考えればよい. 具体的には, $\pi = SBP(\gamma)$ で表されるディ リクレ過程が SBP $\beta = (\beta_1, \beta_2, \cdots)$ で表されるディリク レ過程から

$$\pi \sim \mathrm{DP}(\alpha, \boldsymbol{\beta})$$
 (18)

- 1: for iter = $1 \cdots$ iters do
- for n in randperm $(1 \cdots N)$ do 2.
- $p(d_n|\mathbf{s}_n)$ から d_n , π から \mathbf{s}_n を削除. 3:
- Draw $\mathbf{s}_n \propto p(d_n|\mathbf{s}_n)\pi_{\mathbf{s}_n}$ 4:
- $p(d_n|\mathbf{s}_n)$ に d_n , π に \mathbf{s}_n を追加.
- end for 6:
- 7: end for

図 8 TSSB による無限階層クラスタリングの Gibbs サンプリング.

と生成されるとき, HDP の Stick-breaking 表現から, π を 構成する確率変数 γ_k $(k=1,2,\cdots)$ の分布は

$$\gamma_k \sim \text{Be}\left(\alpha\beta_k, \alpha\left(1 - \sum_{j=1}^k \beta_j\right)\right)$$
 (19)

となるから [13], われわれの場合, ノード s での ν,ψ の分 布は階層的に

$$\nu_{\mathbf{s}} \sim \operatorname{Be}\left(\alpha \nu_{\mathbf{s}}', \alpha \left(1 - \sum_{\mathbf{u} \leq \mathbf{s}} \nu_{\mathbf{u}}'\right)\right),$$

$$(20)$$

$$\psi_{\mathbf{s}k} \sim \operatorname{Be}\left(\alpha \psi_{\mathbf{s}k}', \alpha \left(1 - \sum_{i=1}^{k} \psi_{\mathbf{s}j}'\right)\right)$$

$$\psi_{\mathbf{s}k} \sim \operatorname{Be}\left(\alpha \psi_{\mathbf{s}k}', \alpha \left(1 - \sum_{j=1}^{\kappa} \psi_{\mathbf{s}j}'\right)\right)$$
 (21)

と与えられる. ここで $\nu_{\mathbf{s}}',\,\psi_{\mathbf{s}k}'$ は親の TSSB における $\nu_{\mathbf{s}},$ $\psi_{\mathbf{s}k}$ の値である. 根ノードでは親がないため, (13) 式によっ τ_{ν_s}, ψ_{sk} を生成する. このとき, 客が与えられた後の事後 確率の期待値は(16)(17)式と同様にして、

$$E[\nu_{\mathbf{s}}|\mathcal{D}] = \frac{\alpha \nu_{\mathbf{s}}' + n_0(\mathbf{s})}{\alpha (1 - \sum_{\mathbf{u} \le \mathbf{s}} \nu_{\mathbf{u}}') + n_0(\mathbf{s}) + n_1(\mathbf{s})}$$
(22)

$$E[\psi_{sk}|\mathcal{D}] = \frac{\alpha \psi'_{sk} + m_0(sk)}{\alpha (1 - \sum_{j=1}^{k-1} \psi'_{sj}) + m_0(sk) + m_1(sk)}$$
(23)

となる. 上の確率は親の TSSB の ν'_{s}, ψ'_{sk} の値に依存し, そ れはさらにその親の $u_{\mathbf{s}}^{\prime\prime},\psi_{\mathbf{s}k}^{\prime\prime}$ に依存し…と再帰的な計算が 必要となることに注意しよう. トップレベルの TSSB では、 値は(16)(17)式で与えられる.

なお, HDP において (19) 式の事後確率の期待値を変形 すると、 $n = n_0 + n_1$ 、 $\beta_k^j = \sum_{i=k}^j \beta_i$ として

$$E[\gamma_k|n_0, n_1] = \frac{\alpha\beta_k + n_0}{\alpha\beta_k^{\infty} + n}$$
(24)

$$= \frac{\alpha \beta_k^{\infty}}{\alpha \beta_k^{\infty} + n} \cdot \frac{\alpha \beta_k}{\alpha \beta_k^{\infty}} + \frac{n}{\alpha \beta_k^{\infty} + n} \cdot \frac{n_0}{n} \quad (25)$$

$$= \mu \cdot \hat{p} + (1 - \mu) \cdot \bar{p} \tag{26}$$

ただし

$$\hat{p} = \frac{n_0}{n}, \quad \bar{p} = \frac{\beta_k}{\beta_t^{\infty}} \tag{28}$$

$$\mu = \frac{n}{\alpha \beta_h^{\infty} + n} \tag{29}$$

となるから、これは現在のノードでの Bernoulli 分布の最尤 推定値 \hat{p} と親 TSSB での期待値 \bar{p} を割合 μ で線形補間し たものとみることができる. n が大きいほど μ の値は大き くなるから、(26) 式は現在のノードのカウントが大きいほ どノードでの推定値を,小さいほど親ノードでの期待値を 使うベイズ的な適応補間になっていることがわかる. 同様 の構造が提案法にもあり、このときさらに α によって親の 情報をどれほど受け継ぐのかが制御される.

提案法では、こうして生成された $\pi_{s'}$ からさらに $\pi_{s''}$ が 生成され…と, 無限木構造上で π 自体が階層的に生成さ れる. (16)(17) 式で定義されるこの過程を, 階層的木構造 Stick-breaking 過程 (HTSSB) [22]*3 と呼ぶことにし,

^[22] で概略のみ提案されている方法では TSSB を構成するベー . タ分布を独立に扱っており, HDP に基づく本論文とは異なる.

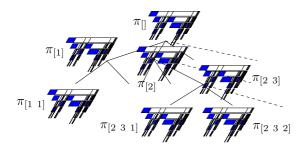


図 9 HTSSB の概念図. 無限個の分岐を持つ木構造の各ノードに次の時刻でのノードへの状態遷移を表す TSSB があり, 親から 階層的に生成されている. この木構造自身と, TSSB の持っている木構造は自己同型になっている.

$$\pi \sim \text{HTSSB}(\alpha, \pi_0)$$
 (30)

と書くことにする. HTSSB に基づく無限木構造上の隠れ Markov モデルを HTSSB-HMM, または iTHMM (Infinite Tree HMM, 無限木構造隠れ Markov モデル) と呼ぶことに する.

iTHMM の生成モデル iTHMM では、状態は次のようにして生成される。まず、トップレベルの $\pi_{[]} \sim \text{TSSB}(\alpha_0, \lambda, \gamma)$ を生成する。次にこれを親として、 $\pi_{[1]} \sim \text{HTSSB}(\alpha, \pi_{[]})$ 、 $\pi_{[2]} \sim \cdots$ が生成され、次にそれらの子供である $\pi_{[1\ 1]} \sim \text{HTSSB}(\alpha, \pi_{[1]})$ 、 $\pi_{[1\ 2]} \sim \cdots$ が無限に生成される.

次にある初期ノード \mathbf{s}_0 から始め、(1) 式の HMM の生成 モデルに従って状態 $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3, \cdots$ 及び、それらからの出力 w_1, w_2, w_3, \cdots が得られる.

なお、この HTSSB は各ノードの持っている π 自体が、ノードのなす無限木構造と同型であるという自己相似構造を持っていることに注意されたい。こうして TSSB 自体を階層的に生成することにより、HDP や階層 Pitman-Yor 過程と同様に、現在の TSSB のノード s に信頼できる確率を計算できる充分なカウントがなくても、親 TSSB での同じノードの確率と再帰的に混合することにより、より安定した推定値が得られることも利点の一つである。

4.3 iTHMM & HCDP

TSSB の事後確率は 3 章の CDP で求めることができる. それでは iTHMM, すなわち階層的 TSSB の CDP はどうなっているのだろうか.

ある TSSB π のノード s に客が追加されたとき, π の CDP は 3 章と同様にして更新される. ただし, (30) 式のように π は親の TSSB π' を基底測度として生成されているから, HDP や HPY と同様に, 客に追加や削除の際にこの客が親, すなわち基底測度から生成されたものであった場合, 親に代理客を再帰的に追加する必要がある.

このために、本研究では CDP と CRP およびディリクレ過程の等価性を利用する。 3.2 節で説明したように CDPは CRP と等価であり、垂直な ν の SBP において深さkに追加された客がこの階層の分布から生成されたか、または基底測度から生成されたかの確率は (4) 式で与えられる.

よって,

$$\left[\frac{n(\mathbf{s})}{n(\mathbf{s}) + \alpha}, \frac{\alpha}{n(\mathbf{s}) + \alpha} \nu_{\mathbf{s}}'\right] \tag{31}$$

の Bernoulli 試行で 1 が出た場合に *4, 客を親の TSSB の同じノードに追加する. ここで, $\nu_{\rm s}'$ は親 TSSB のノード sにおいて (16) 式で与えられる ν の事後確率である.

同様にして、水平方向の CDP も CRP とみなせるので、この客のたどった全ての水平の分岐、すなわちすべてのノード $\mathbf{u} \preceq \mathbf{s}$ について

$$\left[\frac{n(\mathbf{u})}{n(\mathbf{u}) + \alpha}, \frac{\alpha}{n(\mathbf{u}) + \alpha} \psi_{\mathbf{u}}'\right]$$
(32)

の Bernoulli 試行を行い、1 が出た際に客を親に追加する。このとき、親の TSSB においても同様にして、さらにその親へと再帰的に客が追加される可能性があることに注意しよう。上のベルヌイ試行はカウントn() が0 のとき必ず後者を返すから、初めてのノードに客が追加された際には、自動的に上のノードも作成されて最初の客が追加されることになる。また、削除の際には上の過程を逆にたどることで、必要に応じて再帰的に客を TSSB から削除する。

4.4 iTHMM の学習

こうして無限木構造上の状態遷移確率を HTSSB から計算し、更新できるようになったので、これに基づいて iTHMM の学習を行うことができる。 iTHMM の隠れ状態 \mathbf{s}_t は [423] のように構造化されているが、 HMM としての構造は図 1 と同じであるから、 Gibbs サンプリングを用いれば、学習には観測値 (単語) w_t についてその隠れ状態を確率

$$p(\mathbf{s}_t|w_t, \mathbf{w}_{-t}, \mathbf{s}_{-t}) \propto p(w_t|\mathbf{s}_t) p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t) p(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1})$$
(33)

に比例して次々とサンプルすればよい [5]. ここで第 1 項は後で述べるように状態 \mathbf{s}_t から単語 w_t が生成される出力確率,第 2 項と第 3 項は HTSSB で計算される状態遷移確率である。また, \mathbf{w}_{-t} は w_t 以外のすべての観測値, \mathbf{s}_{-t} は \mathbf{s}_t 以外のすべての隠れ状態を表す.

ただし、iTHMM では \mathbf{s}_t は $[s_1s_2s_3\cdots]$ のように構造化された無限個の分岐と深さを持っており、通常の HMM のように $1\cdots K$ の有限個、あるいは iHMM のように確率的打ち切りにより簡単に数え上げられるわけではない。 すなわち、 \mathbf{s} は図 6 にみるように [0,1) のある区間に対応するが、こうした区間は無限個の数があり、これを全て数え上げてその中からランダムに選ぶことは不可能である.

そこで、3.3 節と同様に Retrospective sampling と Slice sampling を組み合わせることで学習を行う. $\mathbf s$ は [0,1) の 区間にあるから、乱数 $r\sim[0,1)$ をサンプルして対応する ノードを求めれば、TSSB からランダムにノードをサンプルできることに注意しよう.ここで (33) 式に従ってランダ

^{*4} 実際には基底測度から出た数を管理するため,後者が出た場合に新しいテーブルを用意し,現在のテーブル数+1の多項分布からサンプリングを行う.

```
1: function draw_state (\mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_{t+1}, w_t)
 2: slice = p(w_t|\mathbf{s}_t) p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t) \cdot \text{Unif}[0,1)
 3: st := 0; ed := 1
 4: while true do
        u := \mathrm{Unif}[st, ed)
         \mathbf{s} := \mathbf{s}_{t-1} \to \text{TSSB} \to \text{find\_node}(u)
 7:
         p := p(w_t|\mathbf{s}) \, p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s})
         if p > slice then
 8:
            return s
 9:
         else
10:
            if s < s_t then
11:
                st := u
12:
13:
            else
14:
                ed := u
15:
            end if
         end if
16:
17: end while
```

図 10 スライスサンプリングによる iTHMM の状態 \mathbf{s}_t のサンプリング. $\mathbf{u} < \mathbf{s}$ は状態 \mathbf{u} が辞書順で状態 \mathbf{s} より前にあることを表す. TSSB \rightarrow find \mathbf{n} ode(u) は [0,1) の実数 u に対応するTSSB のノードを返す関数であり, [12] を参照のこと.

ムにサンプリングすることは、まず $p(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1})$ からランダムに \mathbf{s}_t を選び、そこから重み $p(w_t|\mathbf{s}_t)p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t)$ に従って選ぶことと同じであるから、これは 3.3 節の無限階層クラスタリングの学習において「尤度」が出力確率 $p(w_t|\mathbf{s}_t)$ だけでなく、次の状態への遷移確率との積 $p(w_t|\mathbf{s}_t)p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t)$ となっている場合とみなすことができる.したがって、同様にして

- (1) 現在の \mathbf{s}_t について、スライス $\rho = p(w_t|\mathbf{s}_t)p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t)$ · Unif[0,1) を作る. st = 0, ed = 1.
- (2) $r \sim \text{Unif}[st, ed)$ をサンプルし, $p(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1})$ の TSSB からこれに対応するノード \mathbf{s}_t' を求める.
- (3) $p(w_t|\mathbf{s}_t')p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t') > \rho$ ならば受理. そうでなければ, st, ed を適切に変更して (2) に戻る.

というスライスサンプリングで \mathbf{s}_t をサンプルすることができる. このアルゴリズムを図 10 に示した.

階層的出力確率 ここまでの議論ではノード s における単語の出力確率分布 $p(\cdot|s)$ については複雑さを避けるために特にふれなかったが, s は木構造をなしているから, 親子関係にある $p(\cdot|s')$ と $p(\cdot|s)$ には依存関係があるのが自然である. 一般には [12] で述べられているように, ノード s における出力分布は例えばガウス分布であれば, 親のガウス分布の平均 $\mu_{s'}$ を期待値とする拡散過程 $N(\mu_{s'}, \sigma^2)$ などを考えればよい. いま, 我々の観測値は離散的な単語であるから, 本研究では $G_s = \{p(\cdot|s)\}$ は階層 Pitman-Yor 過程 [23]

$$G_{\mathbf{s}} \sim \text{HPY}(G_{\mathbf{s}'}, d_{|\mathbf{s}|}, \theta_{|\mathbf{s}|})$$
 (34)

を用いた.*5 これにより、下位のノードほど出力分布の尖つ

 $*^5$ 上の拡散過程において、基底測度に κ の割合でノイズを加えた

$$G_{\mathbf{s}} \sim \text{HPY}(\kappa G_0 + (1 - \kappa)G_{\mathbf{s}'}, d_{|\mathbf{s}|}, \theta_{|\mathbf{s}|})$$
 (35)

とした方がノードのもつ出力確率分布のバラエティが増える可能性があるが [12], ハイパーパラメータ d,θ の学習が困難になるため, 本研究では採用しなかった. G_0 は一様分布 1/V などにとる.

た特別なカテゴリが学習されることになる.

EOSの取り扱い 実際の解析では、文頭および文末に特別な状態 EOSを置くことで、先頭または末尾であるという情報を表現することが多い. 状態が独立である通常の HMMでは状態 0 を EOS とし、状態 1 から先を学習すべき状態とすればよいが、我々の iTHMM においてはノード [] はすべての状態遷移確率および出力確率の事前分布を表す特別なノードであり、EOS として用いることはできない.

このため、本研究では EOS とそこからの状態遷移確率を表す単独の TSSB を用意することにした。このとき、各状態 \mathbf{s} について EOS を含む遷移確率の総和を $\mathbf{1}$ にするため、 \mathbf{s} ごとに EOS への遷移確率 $q_{\mathbf{s}}=p(\mathrm{EOS}|\mathbf{s})$ を別に計算する。 $q_{\mathbf{s}}$ がベータ事前分布

$$q_{\mathbf{s}} \sim \mathrm{Be}(\tau_0, \tau_1)$$
 (36)

に従うとすると、 ${f s}$ から EOS へ遷移した回数を $c_0({f s})$ 、それ以外の状態へ遷移した回数を $c_1({f s})$ とすれば、 $q_{f s}$ の事後確率は

$$E[q_{\mathbf{s}}|c_0(\mathbf{s}), c_1(\mathbf{s})] = \frac{\tau_0 + c_0(\mathbf{s})}{\tau_0 + \tau_1 + c_0(\mathbf{s}) + c_1(\mathbf{s})}$$
(37)

となる. 本研究では, $(\tau_0, \tau_1) = (1,100)$ とした. 残った $(1-q_s)$ の確率を TSSB によって分配し, 通常の状態への 遷移確率として用いる. これは, 一種のディリクレツリー 分布 [24] とみることができる.

以上をまとめると、iTHMM の学習アルゴリズムは図 11 のようになる。上の (33) 式では 2 つの状態遷移確率 $p(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1})$ と $p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t)$ を独立に計算しているが、厳密に は生成モデルに従えばこの 2 つの確率には依存関係があり、 $\mathbf{s}_{t+1}=\mathbf{s}_t$ だった場合に $p(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1})$ で 1 増えた頻度が $p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s})$ に影響を与えるため、Metropolis-Hastings 法に より補正する必要がある [25]。ただし、HCDP での確率の 変化はきわめて複雑であり、単純にカウントの ± 1 で MH に必要な正しい確率を求めることはできない。本研究では 実際に $p(\mathbf{s}_t|\mathbf{s}_{t-1})$ の客を HCDP に追加してから $p(\mathbf{s}_{t+1}|\mathbf{s}_t)$

```
1: for iter = 1 \cdot \cdot \cdot iters do
           for n in randperm(1 \cdots N) do
               remove (w_t, \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_{t+1})
 3:
               Draw \mathbf{s}'_t = \text{draw\_state}(w_t, \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_{t+1})
 4:
               if MH-accept(\mathbf{s}'_t, \mathbf{s}_t) then
 5:
 6:
                    s_t = s'_t
 7:
               end if
               add (w_t, \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_{t+1})
 8.
           end for
10: end for
11: function add (w_t, \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_{t+1})
           \mathbf{s}_t \to \text{add\_customer} (w_t)
           \mathbf{s}_{t-1} \to \text{add\_customer}(\mathbf{s}_t)
           \mathbf{s}_t \to \mathrm{add\_customer}(\mathbf{s}_{t+1})
15: function remove (w_t, \mathbf{s}_{t-1}, \mathbf{s}_t, \mathbf{s}_{t+1})
16:
           \mathbf{s}_t \rightarrow \text{remove\_customer}(w_t)
17:
           \mathbf{s}_t \rightarrow \text{remove\_customer}(\mathbf{s}_{t+1})
           \mathbf{s}_{t-1} \rightarrow \text{remove\_customer}(\mathbf{s}_t)
```

図 11 iTHMM の Gibbs サンプリングによる学習アルゴリズム.

表 2 『不思議の国のアリス』での予測精度. "iHMM" は提案法で 木の最大の深さ M を 1 に制限したものである. iTHMM に おける λ の設定では、木の最大の深さは ∞ である.

モデル		PPL
	$\gamma = 1$	384.351
iHMM	$\gamma = 2$	348.773
	$\gamma = 4$	329.830
	$\gamma = 8$	316.036
	M=3	302.336
iTHMM	$\lambda = 0.1$	350.846
	$\lambda = 0.2$	357.951

を計算し, 客を再び削除するという方法で正しい確率を計算することにした. 実験では, この補正による MH の受理確率は 99.99%以上であった.

5. 実験

英語と日本語の標準的なコーパスで実験を行った. 実装は C++で 7000 行程度である. 学習するモデルの複雑さにもよるが, 現在の実装では Xeon 3.7GHz で 1 秒あたり数千語の隠れ状態をサンプリングすることができる.

5.1 教師なし学習とその性能

『不思議の国のアリス』のテキストで実験を行った. 最初の 2000 文を学習データ, 残りの 231 文をテストデータとした. 提案法の隠れ状態は木構造をなしているが, 確率は独立に計算できるため, 事前にすべてのノードの間の遷移確率を計算しておくことで, 前向き計算と Viterbi デコーディングは効率的に行うことができる.

表2にテストデータでの予測精度(パープレキシティ)を示す. 木の高さが常に1の通常のHMMと比べて,構造化された状態が適切にスムージングされるiTHMMは高い性能を見せることがわかる. 木の深さを無限まで取ると予測精度が落ちるが,これはデータ量が少ないせいもあると考えられ,理由を探ってゆきたい. このとき学習された状態の一部を表3に示す. 木の根では確率分布がフラットになっており,動詞や名詞を表すと思われる状態2や状態4の中で,さらに自動的に細分化が起きていることがわかる.

5.2 半教師あり学習

提案手法は教師あり学習だけでなく、半教師あり学習も行うことができる。これには図11のアルゴリズムにおいて、9行目の後に教師データをモデルに加え、そのデータは更新しないようにすればよい。これにより、既存の品詞体系と整合性を持ちつつ、必要に応じて詳細化された品詞が得られると期待できる。

表 5 に, 10000 文の品詞を教師データとした上で, 京大コーパスの 37400 文を学習した半教師あり学習の結果の一部を示す. 教師データの品詞と隠れ状態の対応は, 品詞の頻度順に表 4 のようにした. ここでは細分類は与えていないが, 表 5 にみられるように, iTHMM が適切に細分類およ

next one that mind two indeed round bill	13 9 8 7 7 6 6 6	0.0 0.0 0.0 0.0 0.0	0027 0004 0017 0004 0004 0004 0004	[0 0] don' could are can woul must	t 50 d 43 31 30 dd 28 t 27 at 24	0.0 0.0 0.0 0.0 0.0	0650 0563 0404 0391 0358 0351 0311
[2 3] know think say wish wonder tell see do	69 41 20 18 16 16 14	0. 0. 0. 0. 0.	1976 1172 0568 0489 0431 0453 0343	[2 7] be have go]	80 47 14 11 11 11 10 9	0.2478 0.1451 0.0397 0.0322 0.0296 0.0328 0.0300 0.0266
[4] mock queen gryphon hatter mouse duchess caterpill cat		52 49 48 34 33 29 27 25	0.0413 0.0389 0.0381 0.0263 0.0261 0.0228 0.0212 0.0196	[4 0] voice way tone thing side bit face cat	29 26	0.05 0.04 0.04 0.05 0.02 0.02 0.02	195 131 313 202 211

表 3 『不思議の国のアリス』で学習された状態と単語出力確率の例.2番目の数字はその単語が状態に割り当てられた回数を表している.表1と比べて単語がよりクラスタ化されており,動詞が[2]の下位カテゴリにそれぞれまとまるなど, 興味深い動作がみられる.

び新しい状態を学習していることがわかる.

6. まとめと展望

本論文では、ディリクレ過程を階層ディリクレ過程に拡張したのと同様に、ディリクレ過程の積である木構造 Stick-breaking 過程 [12] を階層化した階層的木構造 Stick-breaking 過程とその学習法を示し、各状態がもつ出力分布を拡散過程として階層 Pitman-Yor 過程にとることで、通常の HMM と異なり、状態の隠れた階層構造も学習できる無限木構造隠れ Markov モデル (iTHMM) を提案した、提案法は、TSSB による階層クラスタリングを時系列上で行うものととらえることができる.

学習には局所的な Gibbs サンプラーを用いたが、これは

表 4 京大コーパスでの潜在状態と品詞の対応.

状態	品詞		
0	名詞	8	判定詞
1	助詞	9	接頭辞
2	特殊	10	助動詞
3	動詞	11	接続詞
4	接尾辞	12	連体詞
5	形容詞	13	感動詞
6	副詞	14	未定義語
7	指示詞		

無限 HMM の Beam サンプラーと異なり, 無限個の状態を容易にスライスで有限化し, 前向き-後向き計算を行うことができないためである. しかし, 提案法は状態がすべて [0,1) の間の実数の区間で表されるという特徴があり, これを利用して状態をランダムに離散化してから前向き-後向き計算を行う Neal の Embedded HMM [26] が適用できる可能性がある. そうした効率的な学習法についても考慮していきたい.

提案法は隠れ状態を階層的にとらえるための最初のステップであり、ハイパーパラメータの学習や MCMC を用いても残る局所解の問題など、課題は多く残されている.自然言語処理内外の適用を含め、モデルの可能性をさらに探っていきたい.

参考文献

- Rabiner, L. R.: A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition, *Pro*ceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 2, pp. 257–286 (1989).
- [2] Bishop, C. M.: Pattern Recognition and Machine Learning, Information Science and Statistics, Springer (2007).
- [3] Merialdo, B.: Tagging English Text with a Probabilistic Model, *Computational linguistics*, Vol. 20, No. 2, pp. 155–171 (1994).
- [4] Kupiec, J.: Robust part-of-speech tagging using a hidden Markov model., Computer Speech & Language, Vol. 6, No. 3, pp. 225–242 (1992).
- [5] Goldwater, S. and Griffiths, T.: A Fully Bayesian Approach to Unsupervised Part-of-Speech Tagging, Proceedings of ACL 2007, pp. 744-751 (2007).
- [6] Beal, M. J., Ghahramani, Z. and Rasmussen, C. E.: The Infinite Hidden Markov Model, NIPS 2001, pp. 577–585 (2001).
- [7] Van Gael, J., Saatci, Y., Teh, Y. W. and Ghahramani, Z.: Beam sampling for the infinite hidden Markov model, ICML 2008, pp. 1088–1095 (2008).
- [8] Suzuki, J. and Isozaki, H.: Semi-Supervised Sequential Labeling and Segmentation Using Giga-Word Scale Unlabeled Data, ACL:HLT 2008, pp. 665–673 (2008).
- [9] Christodoulopoulos, C., Goldwater, S. and Steedman, M.: Two decades of unsupervised POS induction: How far have we come?, EMNLP 2010, pp. 575–584 (2010).
- [10] Matsuzaki, T., Miyao, Y. and Tsujii, J.: Probabilistic CFG with latent annotations, ACL 2005, pp. 75–82 (2005).
- [11] Shindo, H., Miyao, Y., Fujino, A. and Nagata, M.: Bayesian Symbol-Refined Tree Substitution Grammars for Syntactic Parsing, *ACL* 2012, pp. 440–448 (2012).
- [12] Adams, R. P., Ghahramani, Z. and Jordan, M. I.: Tree-Structured Stick Breaking for Hierarchical Data, NIPS 2010, pp. 19–27 (2010).
- [13] Teh, Y. W., Jordan, M. I., Beal, M. J. and Blei, D. M.: Hierarchical Dirichlet Processes, *JASA*, Vol. 101, No. 476, pp. 1566–1581 (2006).
- [14] Blackwell, D. and MacQueen, J. B.: Ferguson Distributions via Pólya Urn Schemes, Annals of Statistics, Vol. 1, No. 2, pp. 353–355 (1973).
- [15] Sethuraman, J.: A Constructive Definition of Dirichlet Priors, Statistica Sinica, Vol. 4, pp. 639–650 (1994).
- [16] Paisley, J. and Carin, L.: Hidden Markov models with

- stick-breaking priors, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 57, pp. 3905–3917 (2009).
- [17] Neal, R. M.: Slice sampling, Annals of statistics, pp. 705–741 (2003).
- [18] Hjort, N. L., Holmes, C., Müller, P. and Walker, S. G.: Bayesian Nonparametrics, Cambridge University Press (2010).
- [19] Mochihashi, D. and Sumita, E.: The Infinite Markov Model, Advances in Neural Information Processing Systems 20 (NIPS 2007), pp. 1017–1024 (2008).
- [20] Mauldin, R. D., Sudderth, W. D. and Williams, S. C.: Polya Trees and Random Distributions, Annals of Statistics, Vol. 20, No. 3, pp. 1203–1221 (1992).
- [21] Papaspiliopoulos, O. and Roberts, G. O.: Retrospective Markov chain Monte Carlo methods for Dirichlet process hierarchical models, *Biometrika*, Vol. 95, No. 1, pp. 169–186 (2008).
- [22] Noji, H., Mochihashi, D. and Miyao, Y.: Hierarchical Tree-Structured Stick-Breaking Priors, NIPS 2013 workshop: Modern Nonparametric Methods in Machine Learning (2013).
- [23] Teh, Y. W.: A Bayesian Interpretation of Interpolated Kneser-Ney, Technical Report TRA2/06, School of Computing, NUS (2006).
- [24] Minka, T.: The Dirichlet-tree distribution (1999). http://research.microsoft.com/~minka/papers/ dirichlet/minka-dirtree.pdf.
- [25] Johnson, M., Griffiths, T. L. and Goldwater, S.: Bayesian Inference for PCFGs via Markov Chain Monte Carlo, Proceedings of HLT/NAACL 2007, pp. 139–146 (2007).
- [26] Neal, R. M., Beal, M. J. and Roweis, S. T.: Inferring state sequences for non-linear systems with embedded hidden Markov models, Advances in Neural Information Processing Systems 16 (2004), pp. 401–408 (2004).

表 5 京大コーパスの半教師あり学習で導出された隠れ状態.

表 5 京大コーパスの半教師を	うり学習で導出された隠れ状態.
[]	[0]
OOV 4702 0.0639	OOV 796 0.0581
関係 74 0.0010	日本 124 0.0082
首相 50 0.0004	それ 87 0.0056
何 49 0.0004	選挙 66 0.0044
建設 48 0.0004	
推進 47 0.0004	関係 52 0.0033
支持 46 0.0004	する 51 0.0034
[0 0]	$[0 \ 0 \ 0]$
れて 356 0.2108	128 0.2563
なら 176 0.1041	
れ 173 0.1023	O 196 0.2203
123 0.0727	を 156 0.1753
なって 66 0.0389	♦ 40 0.0449
せ 39 0.0229	する 16 0.0179
せて 35 0.0205	, 14 0.0156
どう 31 0.0181	会 6 0.0066
[0 1]	[0 1 2]
OOV 658 0.1225	方 81 0.4144
中 173 0.0322	者 36 0.1838
こと 104 0.0194	問題 30 0.1533
問題 91 0.0170	性 21 0.1070
声 67 0.0124	OOV 9 0.0469
ため 66 0.0122	例 7 0.0353
人 62 0.0114	規定 7 0.0353
責任 51 0.0095	データ 2 0.0096
[3 1]	[3 1 6]
ついて 231 0.2009	
OOV 92 0.0838	対する 97 0.1852 即よっ 41 0.0791
よって 73 0.0632	関する 41 0.0781
とって 64 0.0554	おける 17 0.0323
対し 63 0.0545	基づく 17 0.0323
対して 56 0.0484	かかわる 12 0.0227
より 31 0.0266	伴う 10 0.0189
して 25 0.0216	OOV 9 0.0171
[5]	[5 0]
OOV 385 0.1192	010 0.2102
同 61 0.0186	その 262 0.1073
大阪 56 0.0165	この 217 0.0888
両 40 0.0124	OOV 158 0.0675
東京 40 0.0118	まだ 47 0.0193
関根 31 0.0090	同じ 37 0.0150
神戸 30 0.0093	さらに 36 0.0146
各 23 0.0066	こうした 32 0.0129
[5 3]	[5 5]
金融 37 0.1494	- 521 0.1091
自由 35 0.1412	$\stackrel{\frown}{=}$ 358 0.0750
可能 35 0.1412	\equiv 314 0.0658
両 34 0.1376	OOV $245 0.0522$
安全 24 0.0962	四 189 0.0395
労働 21 0.0840	五. 143 0.0299
民主 20 0.0799	八 118 0.0247
国際 9 0.0348	+ 117 0.0244
[11]	$[11 \ 0 \ 1]$
これ 293 0.1017	大蔵 35 0.2139
それ 236 0.0822	外務 25 0.1526
OOV 124 0.0436	村山 23 0.1422
日本 74 0.0253	通産 13 0.0791
そこ 42 0.0145	厚生 13 0.0791
昨年 41 0.0138	運輸 12 0.0730
米国 38 0.0125	文部 11 0.0668
今年 33 0.0111	警視 9 0.0544