

プロッタの漢字筆順最適化†

田 口 東††

XYプロッタでグラフ構造をもつ図形を作図する場合にペンの移動順序をうまく定めると、作図時間を大幅に短縮することができる。本論文では、プロッタのライブラリとして提供されている漢字作図データを用いて、漢字を平面グラフとして表し、最適なペンの移動順序を見いだす問題を考える。ここでは、二度書きを許して、ペンの上下回数を最小とし、その条件の下で無駄なペンの移動量を最小とすることを目的とした。実際に2,051文字を対象として最適化作図データを作成した結果、平均して、ペンの上下回数は約54%に減少し、縦横2.5mmに作図する場合の作図時間は約70%に減少した。

1. はじめに

現在計算機に接続されたXYプロッタ装置は、計算機出力のハードコピー装置としてよく利用されており、図面上に日本語の説明文も同時に書かせる場合が多い。このために、漢字をペンの移動順序として表した作図データが用意されており、利用者が漢字コード、位置、文字の大きさを指定することにより漢字が書かれる。本論文では、漢字を平面グラフとして考え、作図データのペンの移動順序を変更することにより作図時間を短縮する方法を述べ、実際に提供されている漢字作図データ¹⁰⁾に適用した効果を述べる。

作図する図形がグラフ構造をもっている場合には作図順序を適当に変更することにより、大幅に作図時間を減少させることができる。現在まで、一般の連結なグラフに対する最適化の近似算法の提案^{2),3),5),7),8)}、連結でないグラフも対象とした算法の提案^{4),6),9)}、大規模なグラフに適用して効果のあった例の報告⁴⁾がなされている。これらの方法に対して、対象を漢字に限定した場合には、取り扱うグラフの頂点数、枝数が少なく、また、最適化した作図データをくり返し用いるものであるため、計算時間をかけて厳密な最適解を求めることが許される。また、狭い範囲に複雑な図形を描くことになるため、作図時間のうちでペンの上下動作にかかる時間を重視して最適化を行った。

2. 最適化の方針

プロッタのなかでもよく使用されているドラム型とよばれるプロッタは、記録紙をドラムに保持し、X軸

方向、Y軸方向独立にパルスモータによりペンを移動させる動作と、ソレノイドによりペンを紙面上で上下させる動作により作図を行う。われわれの使用したプロッタの動作速度の仕様によると、ペンの総移動距離を L mm、上下回数(上下合わせて1回と数える)を n とすると、作図に要する時間 T 秒は次のように与えられる¹¹⁾。

$$T = L/100 + n/15 \quad (1)$$

(1)により1回のペンの上下動作と同じ時間で約7 mmの移動ができることから、作図対象が小さい場合には描画が見苦しくならない限り二度書きをしてペンの上下動作を避けたほうが得である。たとえば“+”を作図するのに図1に示すように、ペンを上げてACと移動するのと、ペンを下げてABCと移動するのは、 \overline{AC} と \overline{ABC} との差が7 mm以下であれば、後者のほうが作図時間は短い。われわれが用いた漢字作図データも、この点での工夫がある程度なされており、二度書きが行われている。

上述のことから、同じ漢字でも字の大きさによって最適なペンの移動順序は異なり、厳密な意味では、漢字の大きさによって異なる最適化作図データを用意する必要がある。しかし、このことは現実的ではない。ここでは、漢字は常に数 mm程度と十分に小さく、したがって一つの連結成分内では、ペンの上下を行って直線的に移動するよりも、適当な線に沿って二度書きして移動したほうが時間が短いと考えてよいものとした。もちろん漢字は一般には連結でないグラフとなるから、最小限(連結成分数-1)回のペンの上下動作が必要である。以上のことから最適化の目標を次のようにした。

- (i) 連結な部分はペンを下げたまま描き、ペンの上下回数は最小限とする。

† Optimization of the Plotter Pen Movement in Writing Kanji by AZUMA TAGUCHI (Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Yamanashi University).

†† 山梨大学工学部計算機科学科

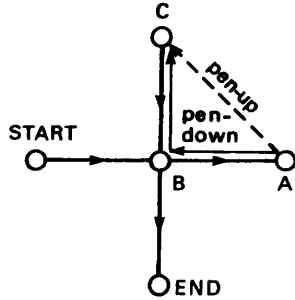


図1 “+”を一筆で描く場合と二筆で描く場合
Fig. 1 Pen movements to draw “+” with a single stroke and with two strokes.

(ii) 目標(i)の条件の下で、二度書きと空送りのペンの移動距離を最短にする。

以下に、漢字が平面グラフとして表されているものとして、最適化の基本となる考えを述べる。

まず、与えられたグラフが連結である場合を考えよう。あらかじめ描き始めの点 P_s と描き終りの点 P_t が与えられたとし、説明を簡単にするために、元のグラフに P_s と P_t の間に枝を追加したグラフを考える。ただし追加した枝は描かないものとする。このとき、このグラフをペンを上げずに描くためには、一筆書きに関するオイラーの定理から、すべての頂点の次数が偶数でなければならない。一般にはこの条件は満足されないから、二度書きを行う必要がある。二度書きを行う部分は次のように決めればよい。このグラフに含まれる奇次数点(偶数個ある)を対として、対となる頂点の間を二度書きすることにする。そして、この二

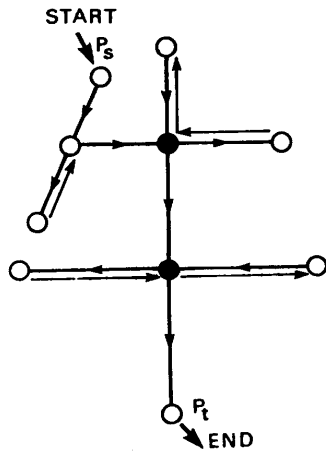


図2 奇次数点の間の二度書き
Fig. 2 An example in which the odd degree nodes but P_s and P_t are matched in pairs and the edges between the nodes of each pair are traced twice with pen down on the paper.
○: odd degree nodes, ●: even degree nodes

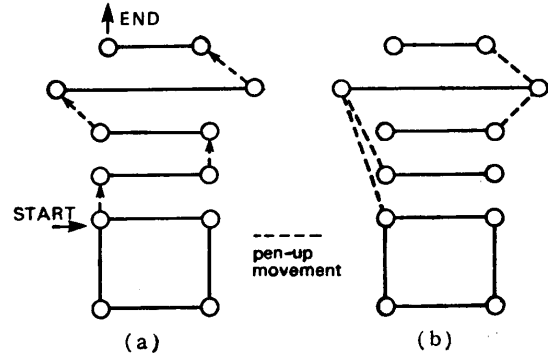


図3 空送りの枝によるグラフの連結化。(a)連結成分数-1回のペンの上下で描ける例、(b)連結成分数-1回のペンの上下では描けない例

Fig. 3 Examples to make a graph connected with blank edges, where the augmented graph of (a) can be drawn with 4 strokes but that of (b) can not be drawn with less than 5 strokes.

度書きの部分が最短となるように対を選ぶ。このためには、まず、すべての奇次数点間の最短経路問題を解き、次に、奇次数点を頂点とし、それらの間を最短経路の長さを重みとする枝で結んだ完全グラフ上の、最小重み完全マッチング問題を解けばよい。図2の例では、 P_s 、 P_t を除く6個の頂点を対として、それらの間を結ぶ二度書き線分をもとの線分と平行に描いてある。

次に、与えられたグラフが連結でない場合を考える。容易にわかるように、ペンの上下回数を(連結成分数-1)とするためには、各連結成分を一つずつ順に描くように、連結成分間に空送りを表す枝を追加しなければならない。図3(b)では、空送りを表す枝を4本追加して連結なグラフとしたが、それらをただ一度だけ通るのでは全部を描くことができず、ペンの上下回数は少なくとも5回は必要な場合、(a)では、(b)と同数の枝を連結成分が順に並ぶように追加し、それらをただ一度だけ通って全部を描くことができる場合である。

上述のような連結化のための枝の追加の仕方は、一つの連結成分内の頂点の差異を無視すれば、連結成分の順列の個数だけある。そして、連結成分間の作図順序を一つ定め、空送り移動の端点を各連結成分内で定めると、はじめて二度書きする部分を定めることができる。したがって、最適化を行うには、まず一つ一つの作図順序について、二度書きと空送りのペンの移動距離が最短となる径路を求め、次にそれらのなかで最短となるものを求めなければならない。ただし、ここ

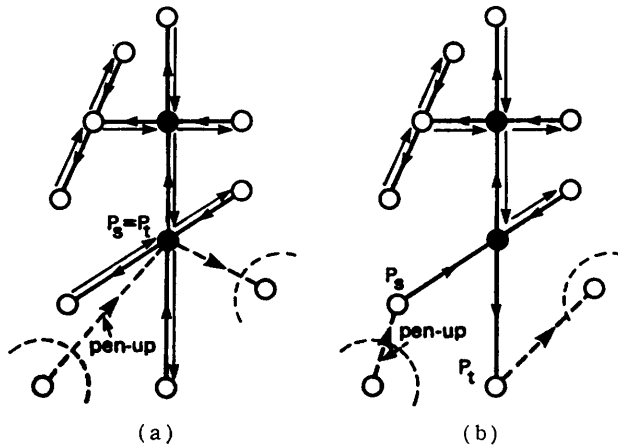


図4 連結成分内のペンの移動順序。(a)偶次数点から描き始める場合、(b)奇次数点から描き始める場合

Fig. 4 Pen movements in a connected component, (a) starting from an even degree node and ending at the same node and (b) starting from an odd degree node and ending at another odd degree node.
○: odd degree nodes, ●: even degree nodes

では連結成分間のペンの移動は、すでにあるグラフの頂点の間で行うものとし、線分の途中の点から空送り移動する場合は考慮しなかった。

与えられたグラフの連結成分間の作図順序が適当に定まっているものとする。一つの連結成分内で、作図順で前の連結成分から空送りでペンが到着する頂点を P_s (描き始めの点)、次の連結成分へ出発する頂点を P_t (描き終りの点) とする。このとき P_s, P_t の選び方としては、

(場合1) P_s が偶次数点であれば、 P_t は P_s と同一の頂点とする (図4(a))

(場合2) P_s が奇次数点であれば、 P_t は P_s と異なる奇次数点とする (図4(b))

の二つの場合だけを考えればよいことが次のように示される。

P_s を偶次数点とし、 P_t として P_s と異なる偶次数点を選んだとすると、その連結成分内で、すべての奇次数点と P_s, P_t のなかで対を作り、それらの間に二度書きを行わなければならない。ここで、 (P_s, P_t) と対になるか、二つの異なる奇次数点 O, O' があって、 $(P_s, O), (P_t, O')$ と対になるかのいずれかである。前者の場合には、 P_s と P_t の間の二度書きをやめて P_s を描き始め、描き終りの点とすることができ、場合1となる。後者の場合には、 O, O' をそれぞれ描き始めの点、描き終りの点として、 P_s と O, P_t と O' の間の二度書きをやめることができ、場合2となる。この

ような変更によって、ペンの移動距離が長くなることはない。また、 P_s を偶次数点、 P_t を奇次数点とすると、 P_t を除くすべての奇次数点と P_s のなかで対を作る。 P_s と対になる奇次数点を O とすると、上と同様の議論から、描き始めの点を O とすることができ、場合2となる。これは P_s と P_t とを入れ替えても同様である。最後に、 P_s と P_t を同一の奇次数点とすると、すべての奇次数点のなかで対を作る。 P_s と対になる点を O とすると、描き終りの点を O とすることができ、場合2となる。

3. 最適化の手順

前章で述べたことに基づいて、最適化処理の手順を以下のようにした。

〔手順1〕 漢字のグラフ表現

漢字作図データは、ペンを移動させる点の座標と、そのときのペンの上下の指示が順に与えられたものである。このデータから、各線分の交点の有無を調べ、漢字を平面グラフで表す。

〔手順2〕 連結成分への分解

手順1で得られたグラフを連結成分に分解する。このとき、漢字が左から右へ書かれる場合が多いものと考え、作図範囲の左下隅の点 S を作図開始点、右下隅の点 T を作図終了点として追加する (図5参照)。

〔手順3〕 連結成分内でのマッチング

一つの連結成分内の描き始めの点を P_s 、描き終りの点を P_t と定めたときに必要となる二度書き線分の長さを次のように計算する。

〔手順3.1〕 すべての奇次数点の間の最短経路問題

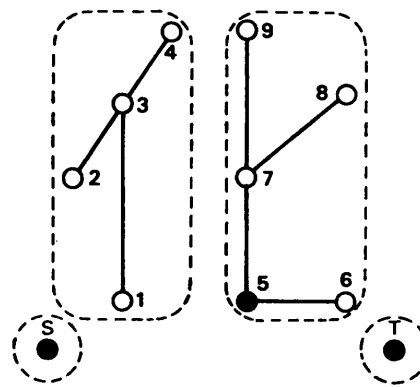


図5 連結成分への分解
Fig. 5 Decomposition of a graph into connected components.

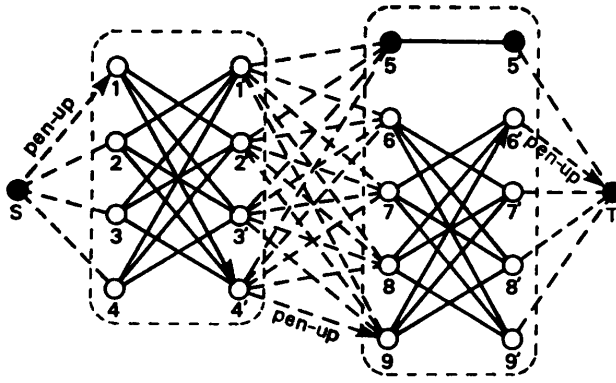


図6 連結成分間の作図順序決定のための補助グラフ
 Fig. 6 Graph for the shortest path problem to find the minimum wasted pen movement to draw the figure in Fig. 5.
 ○: odd degree nodes, ●: even degree nodes

を解く。

〔手順 3.2〕 あらゆる 2 個の奇次数点の組合せに対して、一方を P_s 、他方を P_t とする場合を想定して、その 2 点を除くすべての奇次数点の間を最短経路の長さを重みとする枝で結んだ完全グラフを考え、最小重み完全マッチング問題を解く。

〔手順 3.3〕 偶次数点を $P_s = P_t$ とする場合を想定して、すべての奇次数点に対する最小重みマッチング問題を解く。

偶次数点だけからなる連結成分に対しては、二度書き線分の長さ 0 である。

〔手順 4〕 連結成分間の作図順序

各連結成分を作図する順序を、連結成分間の空送り線分の長さ、手順 3 で計算した二度書き線分の長さの和が最小となるように決定する。

〔手順 4.1〕 連結成分間の作図順序を一つ定めたとき次のような補助グラフを作成する。各連結成分に対して、それに含まれる頂点を一方、それらのコピーを他方とした二部グラフを作り、前者を描き始めの点の候補、後者を描き終りの点の候補の集合と考える。そして、各奇次数点と自分以外の奇次数点のコピーとの間を、手順 3.2 で計算した二度書き線分の長さの枝で結び、偶次数点と自分のコピーとの間を手順 3.3 で計算した二度書き線分の長さの枝で結ぶ。次に、作図順で連続する連結成分に対応する二部グラフの間を、空送りのペンの移動に対応するように、一方の描き終りの点の候補と他方の描き始めの点の候補の間を、頂点間の距離を長さとする枝で結ぶ。ただし、作図開

始点 S は先頭、終了点 T は最後に置く。

図 6 に、図 5 の漢字を偏、旁の順とした例を示す。図 5 で連結成分間の空送りを、S から 1、4 から 9、6 から T とした径路を、図 6 に矢印で示す。

〔手順 4.2〕 補助グラフ上で、S から T への最短経路を求め、その作図順で必要となる余分なペンの移動量を求める。

〔手順 4.3〕 連結成分のすべての順列について、手順 4.1、手順 4.2 を行い、最もペンの移動量が少ないものを採用する。

これで連結成分間の作図順と同時に、空送り線分の端点、二度書きする部分が決定されるので、相当する枝を元のグラフに付け加えてオイラーグラフとする。

〔手順 5〕 一筆書き

手順 4 ででき上がったグラフに対して、一筆書きの経路を求め、ペンの移動順序どおりに最適化漢字作図データを作成する。このとき、作図開始点、終了点と漢字との間のペン移動は登録しない。

4. 最適化の効果

前章で述べた手法を、著者が所属する学科で使用している計算機の漢字作図データ 2,051 文字に適用して最適化データを作成した。ここで、元のデータは標準的な筆順によるものではなく、二度書きを許して、ある程度作図時間の短縮をねらったものであることを注意しておく。最適化処理の結果、作図データに含まれるペンの上下回数の和は 9,812 回から 5,359 回に減少し、ペンの移動距離は縦横 10 mm に描いた場合に、146 m から 141 m に減少した。図 7 に、漢字を 1 字ずつ単独に書いた場合の作図時間の和を (1) に従って計算し、元のデータと最適化データとの比をとったものを示す。最適化のねらいをペンの上下回数を最小限にすることにおいていたので、小さく描く場合に最適化の効果がよく出ている。

図 8 に漢字が登録されている順に続けて横書きを行った場合の作図時間の比を示す。図中の実線は (1) に従って計算した値で、白丸は実際に描かせて作図時間を測定した値である。実際の時間は、縦横 10 mm に描いた場合で、元のデータが 42 分、最適化データが 35 分である。実測値と計算値のズレは、信号をプロッタに送る際の計算機の混み具合によるものである。

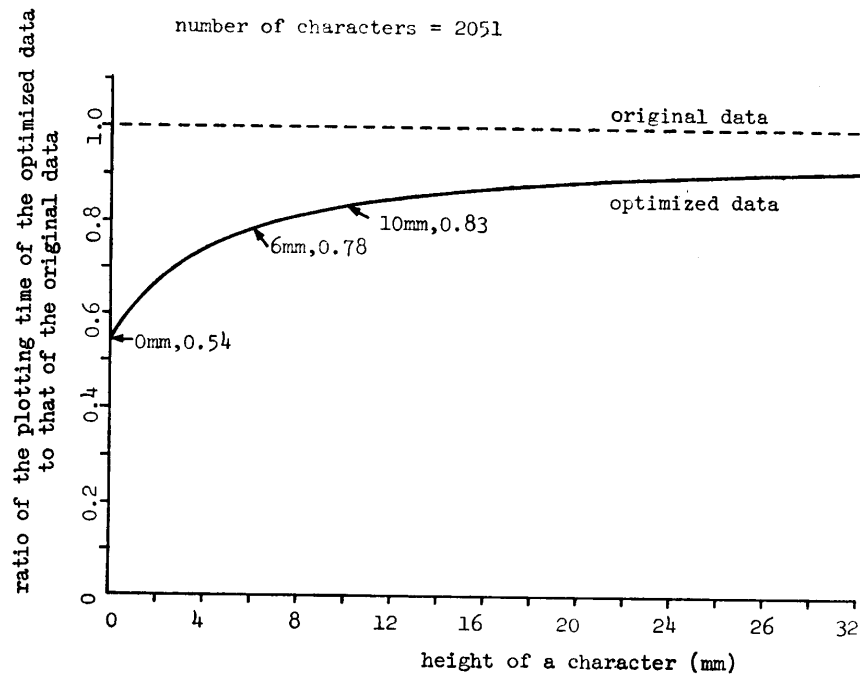


図 7 最適化の効果—漢字 2,051 文字の作図時間の合計の比. 最適化データ/元のデータ
 Fig. 7 Effect of optimization—comparison of the sum of the plotting time to draw 2,051 kanjis separately.

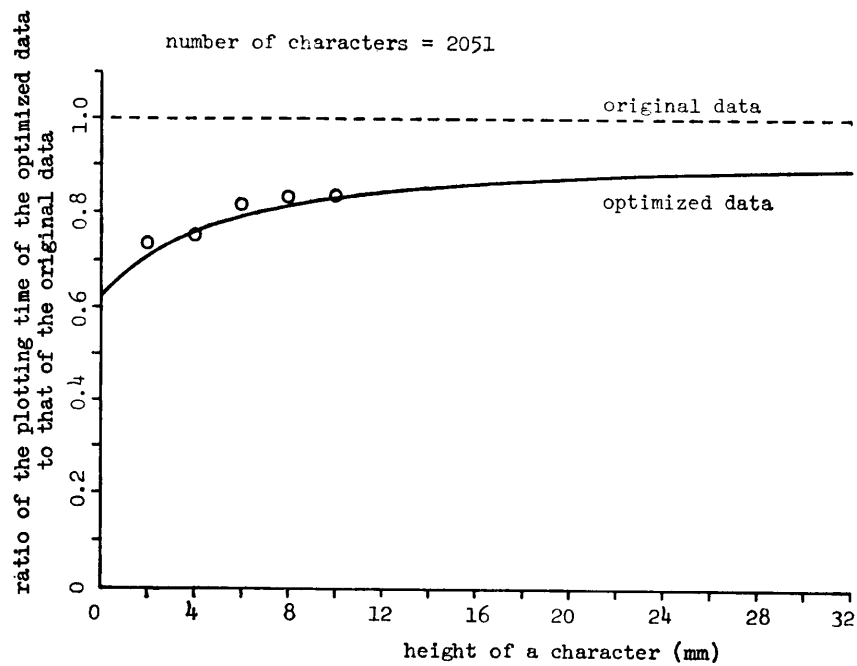


図 8 最適化の効果—漢字 2,051 文字を続けて横書きしたときの作図時間の比
 Fig. 8 Effect of optimization—comparison of the plotting time to draw 2,051 kanjis successively from left to right.

5. む す び

本論文では、XY プロッタによる作図の時間を短縮することをねらいとして、漢字作図データに対してペンの上下動作を最小限におさえた最適化を行う手法について述べた。また実際のデータに適用した結果、漢字を小さく描く場合により効果が大きく、実用的な大きさに対しては十分効果のある最適化作図データを作成することができた。

2章で述べたように、漢字の大きさを定めたときには、ペンの上下動作時間を移動距離に換算することができるので、本論文の結果よりも作図時間の短い作図順序を求めることができる。この場合には、空送り線分の長さは2点間の直線距離と上下動作時間の換算値の和と考えればよい。最適化の手順は、まずグラフを連結とするような(連結成分数-1)本の枝の追加の仕方一つ一つについて、できた連結グラフの奇次数点間を空送りまたは二度書きの短いほうの枝で結んでできる完全グラフの最小重み完全マッチング問題を解き、そしてそれらのなかで追加する枝の長さの総和が最短となるものを見いだすことになる。したがって、この問題は本論文で扱った問題に比較してはるかに手間がかかる。

最後に計算機処理にかかった時間について触れておこう。処理の中心となる最小重み完全マッチング問題は計算時間を考慮せず、すべての組合せを調べて解いている。実際の作業は、三菱電機 MELCOM 700 III の TSS 端末を用い、100 文字程度ずつ処理を行い、最終的なファイルを作成するまで、だいたい午後3日間を要した。

謝辞 漢字作図データの使用に関して数々の便宜を与えてくださった三菱電機株式会社、プログラムの作成、計算にご協力くださった著者の研究室の臼坂時雄氏、原田豊臣氏に感謝いたします。また、多くの有益な助言をくださった東京大学工学部伊理正夫教授に感謝いたします。

参 考 文 献

1) Avis, D.: A Survey of Heuristics for the

Weighted Matching Problem, Technical Report No. SOCS-82.4, McGill University (1982).

- 2) Iri, M., Murota, K. and Matsui, S.: Linear-Time Approximation Algorithms for Finding the Minimum-Weight Perfect Matching on a Plane, *Inf. Process. Lett.*, Vol. 12, No. 4, pp. 206-209 (1981).
- 3) Iri, M., Murota, K. and Matsui, S.: Linear-Time Heuristics for the Minimum-Weight Perfect Matching on a Plane with an Application to the Plotter Algorithm, Report Memorandum RMI 81-07, Department of Mathematical Engineering and Instrumentation Physics, University of Tokyo (1981).
- 4) Iri, M., Murota, K. and Matsui, S.: An Approximate Solution for the Problem of Optimizing the Plotter Pen Movement, *Proc. 10th IFIP Conf. on System Modeling and Optimization, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 38, Balakrishnan, A. V. and Thoma, M. (eds.), pp. 572-580, Springer-Verlag, New York (1982).
- 5) Iri, M., Murota, K. and Matsui, S.: Heuristics for Planar Minimum-Weight Perfect Matchings, *Networks*, Vol. 13, No. 1, pp. 67-92 (1983).
- 6) Leipälä, T. and Nevalainen, O.: A Plotter Sequencing System, *Comput. J.*, Vol. 22, No. 4, pp. 313-316 (1979).
- 7) Reingold, E. M. and Tarjan, R. E.: On a Greedy Heuristic for Complete Matching, *SIAM J. Comput.*, Vol. 10, No. 4, pp. 676-681 (1981).
- 8) Supowit, K. J., Plaisted, D. A. and Reingold, E. M.: Heuristics for Weighted Perfect Matching, *Proc. 12th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, pp. 398-414 (1980).
- 9) 田口 東:プロッターの描線順序の最適化, 第3回数理計画シンポジウム論文集, pp. 137-148 (1982).
- 10) MELCOM 文字作図用サブルーチン・パッケージ使用手引書, 三菱電機(株) (1978).
- 11) MELCOM 周辺装置 M 2336-1/2/3 XY プロッタ装置説明書, 三菱電機(株) (1975).

(昭和58年6月20日受付)

(昭和58年10月11日採録)