

確率遷移行列による命令先読みキューの動的挙動解析†

出口 光一郎^{††} 森 下 巖^{††}

マイクロプロセッサ内に命令先読みキューをもつことで、プロセッサとバスの効率が大きく上がることが知られており、すでに広く採用されている。その先読みキュー内に保持される命令語数の挙動解析は基本的には待ち行列の問題であるが、キューの容量による上限や、ブランチ命令でキュー内の命令が一まとめに捨てられること、命令実行時間の分布がきれいな関数系で与えられないことなどから容易ではなかった。本論文では、キューの挙動をキュー内の命令語数、命令先読み方式、実行プログラムの統計パラメータなどで決まるある有限状態をもつマルコフ連鎖として表現する。一方、キューの使用効率は、キュー内に保持される命令語数に対する確率分布の時間平均で表す。この使用効率は、上記のマルコフ連鎖の確率遷移行列をもとに計算できるが、大次元の行列を扱うことになるので計算は現実的でない。そこで、本論文では、十分長い周期ごとにキュー内の命令語長を観測することにして、前記のマルコフ連鎖からキュー内の命令語数のみを状態とする新しいマルコフ連鎖を構成し、問題の低次元化をはかる。キューの使用効率はこのマルコフ連鎖の確率遷移行列から直接に計算できる。本論文では、以上の解析法の原理とともに具体的な計算法を示す。そして、いくつかの解析例を示すとともに、そのシミュレーションによる結果と対照して、よく一致していることも示す。

1. ま え が き

近年の LSI 技術の急速な発達により、マイクロプロセッサ・チップの集積度も飛躍的に向上しつつある。そこで、マイクロプロセッサの処理能力を上げるためにはどのような機能をチップ内にどのような形態で組み込んでいくかが問題となってきたり、多くの議論がされている¹⁾。そのなかでも、命令の先読みキューをプロセッサ内にもたせることで、処理能率が大きく上がることが知られている²⁾。マイクロコンピュータでは、プロセッサとメモリ間のバスのデータ転送効率が処理速度にとっての究極のネックとなってしまうが、命令の実行に先立って命令語をプロセッサ内のキューに先読みして保持しておくことで、命令実行と命令フェッチが並行して行え、バスのあき時間を有効利用できるからである。また、各命令ごとの実行時間の差を吸収することができ、メモリのアクセス時間にも余裕ができて、コスト面での負担も軽減できる。このため、命令の先読み機構は、すでに 16 ビット・マイクロプロセッサで広く採用されている。

ところが、この命令先読みキューとして何語分のバッファを用意すべきか、どのような制御方式がよいか、そのときキューがどのくらいの効率で使われる

かの解析は、実際には容易でなかった。命令先読みキュー内に保持される命令語数の挙動解析は、実行待ちの命令語が順次キュー内に読み込まれ、一方でいちばん古い命令語から実行にともなってキューから捨てられていくという、基本的には待ち行列の問題とみなせる。しかし、保持できる命令語数に上限があること、ブランチ命令の実行によってキュー内に先読みしてある命令語は一まとめに捨てられてしまうことがあること、命令実行時間の生起分布がきれいな関数系で与えられないことなどが解析を困難にしている³⁾。

本論文では、キュー内に保持される命令語数の動的挙動を、キューの状態の時間の経過にともなう変化を確率遷移行列として記述して解析する手法について述べる。

命令先読みキューへはある時間間隔ごとに命令語がフェッチされ、一方でそれぞれの命令語によって異なる実行時間ごとにキューから命令語がとり出される。また、ブランチ命令ではキュー内の命令語が捨てられ、ブランチ先の命令からフェッチし直す。こうして、キュー内に保持される命令語数は刻々変化する。ただし、この変化は確率的である。したがって、本論文では、このようにして変化する命令語数に対する時間平均としての生起確率分布を求める。この平均確率は、キューの使用効率を表していることになる。

まず、キューの状態とその遷移をマルコフ連鎖として表現する。このマルコフ連鎖の遷移を記述する確率遷移行列は、先読みキューへの命令フェッチ周期などのキューの制御パラメータと、命令実行時間長の種類

† Dynamic Analysis of Instruction Pre-Fetch Queue by Probability Transition Matrix by KOICHIRO DEGUCHI and IWAO MORISHITA (Department of Mathematical Engineering and Instrumentation Physics, Faculty of Engineering, University of Tokyo).

†† 東京大学工学部計数工学科

とそのそれぞれの出現確率やブランチ命令の出現確率といったプログラムの統計パラメータによって決定される。上記のキューの使用効率はこの確率遷移行列から直接に計算されることを示す。ただし、この計算は大次元の行列を扱うので現実的でない。

そこで、次にキューの状態、とくにキュー内に保持される命令語数の変化をより低い次元のマルコフ連鎖として記述することを考える。そのため、キュー内の命令語数を十分に長い周期ごとに観測することによってキュー内の命令語数の変化のみを記述するマルコフ連鎖を形成する。そして、このマルコフ連鎖の確率遷移行列から、上記の使用効率を計算する。

本論文では、以下にこの解析法の原理と具体的な計算法を示す。そして、いくつかのパラメータに対して得た解析結果とシミュレーションによる実験結果を示す。両者はよく一致していた。

2. 命令先読みキューとその使用効率

有限語の容量をもつ命令先読みキューはある有限状態をもつ。その状態遷移は、キューへの命令語の入出力、すなわち、キューの制御方式と実行プログラムの統計パラメータで決定される。キューの挙動を解析し効率を求める手法としては、これらの制御方式やパラメータの修正、変更に対して容易に対応できるものでなくてはならない。本手法もそのような解析法である。ただし、ここでは、キューの挙動解析法を具体的に示すため、まず、キューへの命令語の入出力に対して、以下のような制御がなされるものとする(図1)。

(1) キューの容量は M 語とする。

(2) 命令フェッチは一定周期ごとに行われ、1語ずつメモリからキューに読み込まれる。この読み込みの周期を aT とする。ただし、 T はプロセッサのクロック周期である。そして、読み込みの時点でキュー内がすでに M 語いっぱいになっている場合は、その時点での命令フェッチは行わない。

(3) 各命令実行開始時にキューからいちばん古い命令語が1語ずつ読まれ、捨てられる。読出しの間隔は実行中の命令の実行時間長により異なるが、最小でも1クロックよりは長いことになる。2語命令、3語命令などは、それぞれ最後の1語以外は実行時間1クロック周期の命令語であるとみなす。

(4) キューが空のときは、次の命令実行開始は命令語がフェッチされるまで待つ。

(5) ブランチ命令ではキュー内の命令語すべてが

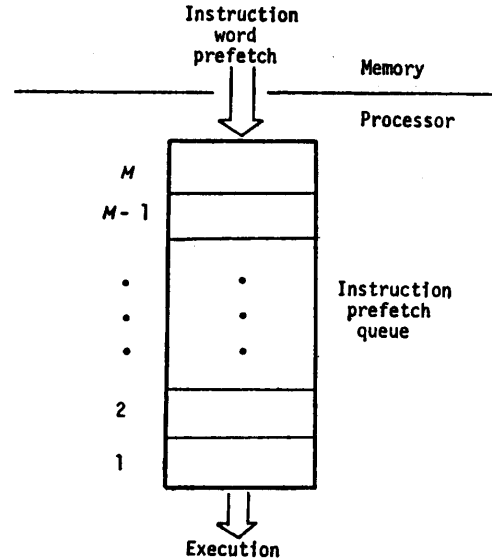


図1 命令先読みキューの概要

Fig. 1 Schematic diagram of instruction prefetch queue.

捨てられ、ブランチ先からの命令語のフェッチを新たに開始する。

この先読みキュー制御に対し、実行されるプログラムの統計パラメータは次のように表されるものとする。このパラメータは、一つのプログラムを通して一定であるとする。

(1)' 命令の実行時間長は n 種類あって、それぞれの実行時間長は、

$$\{x_1T, x_2T, x_3T, \dots, x_nT\} \quad (1)$$

である。そして、それぞれの長さの命令の出現確率は

$$\{q_{x_1}, q_{x_2}, q_{x_3}, \dots, q_{x_n}\} \quad (2)$$

である。すなわち、 q_i は実行時間長 iT の命令の出現確率で、

$$qx_i > 0, \quad \sum_{i=1}^n q_{x_i} = 1 \quad (3)$$

また、引き続き命令の出現順序は独立であるとする。

(2)' ブランチ命令の実行時間を b 、その出現確率を p_b とする。ただし、(1)' での実行時間とその出現確率にこのブランチ命令も含まれているものとする。

(3)' 命令読み込み周期 a は、最長の命令実行時間より十分短いとする。実際、そうでなければ、先読みキュー自体は意味をもたない。

このような命令先読みキューに対して、本論文では、キューの使用効率を次のように定義する。

プログラム実行中の時刻 tT (以下ではこの時刻をクロック t というように表す) にキュー内に保持されている命令語数が i である確率を $u_i(t) (i=0, 1, \dots, M)$ とする。ここで、

$$\sum_{i=0}^M u_i(t) = 1 \quad (4)$$

そして、この $u_i(t)$ を第 i 要素とする $M+1$ 次元ベクトルを $\mathbf{u}(t)$ とする。すなわち、

$$\mathbf{u}(t) = (u_0(t), u_1(t), \dots, u_M(t)) \quad (5)$$

キューの使用効率 \bar{u} は、この $\mathbf{u}(t)$ の時間平均、

$$\bar{u} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} (\mathbf{u}(1) + \mathbf{u}(2) + \dots + \mathbf{u}(l)) \quad (6)$$

で表す。すなわち、キュー内に保持されていた語数が、それぞれ時間的な平均としてどのくらいの確率であったかで、キューの使用効率を表す。

以下でキューの挙動を詳細に検討することで、(6) の \bar{u} が初期状態によらず上記の制御パラメータから直接に求まることを示し、またその具体的な計算法を示す。

3. 命令先読みキューの挙動とその記述

ここでは、キューの状態とその挙動についてより詳細に検討し、それをもとに前記のキューの使用効率 \bar{u} について議論する。

2章で示したキューの各クロック周期ごとの状態は、

$$(Q, R, S) \quad (7)$$

と記述される。ただし、 Q はキュー内の命令語数、 R はその時点で実行中の命令は実行完了まで残りあと何クロックを要するか、 S は次の命令フェッチまでの残りのクロック数を表す。ここで、

$$\begin{aligned} Q &= 0, 1, \dots, M \\ R &= 0, 1, \dots, N-1 \\ S &= 0, 1, \dots, a-1 \end{aligned} \quad (8)$$

である。ただし、 $N = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 。したがって、キューのとる可能な状態数は $(M+1) \times N \times a$ となる。

2章で与えたキューの制御方式によると、各状態は、クロック $t \sim t+1$ の間にそれぞれある確率で新しい状態へ移るものとみなせる。この遷移を図2にその遷移確率とともに示す。図では、クロック t での状態を場合分けして、それぞれの遷移の仕方を示している。ここで、命令実行の開始に際しては、命令の種類はキューの先頭から取り出された時点で確率的に定ま

るものとする。また、

$$q_{x_i}^* = \begin{cases} q_{x_i} : x_i \neq b \\ q_0 - p_0 : x_i = b \end{cases} \quad (9)$$

である。

まず、図2で(1)の $R \neq 0, S \neq 0$ の状態は、クロックが1進むに従って、 R, S の値が1減ぜられた状態へと移る。(2)の $R \neq 0, S = 0$ の状態では、命令語の先読みが行われ、 $(Q+1, R-1, a-1)$ の状態へ移る。ただし、 $Q=M$ のときは読み込みは行われない。

また、(3)の $R=0, S \neq 0$ の状態では、 $Q \neq 0$ であれば、キューから命令語がとり出される。その命令語がブランチ命令以外の命令で、 x_1, x_2, \dots, x_n の時間長の命令である確率は $q_{x_1}^*, q_{x_2}^*, \dots, q_{x_n}^*$ であるので、それぞれこの確率で新しい状態 $(Q-1, x_i-1, S-1)$ ($i=1 \sim n$) へ遷移する。また、ブランチ命令の出現確率は p_0 であるので、確率 p_0 で $(0, b-1, S-1)$ へと遷移する。 Q が0であるときは、命令の実行は行われず、 $(0, 0, S-1)$ へと遷移する。

(4)の $R=0, S=0$ の状態では、次の命令の実行開始と命令の先読みが同時に行われる。このときは、ちょうど(2)と(3)の遷移を合わせた状態遷移が行われるが、 $Q=0$ のときは、ここでは読み込んだ命令が即座に実行されるものとする。

このようにして、最初にキューがある状態にあったとすると、その後のクロックごとに図に示すように確率的に状態を遷移し、それぞれある確率でどれかの状態をとることになる。すなわち、キューの挙動は、 (Q, R, S) をパラメータとする $(M+1) \times N \times a$ 個の状態をもつマルコフ連鎖とみなすことができる。そして、クロック t でキューが状態 (Q, R, S) にある確率を

$$p(t; Q, R, S) \quad (10)$$

で表す。ここで、各 $t=0, 1, \dots$ に対して、

$$\sum_{Q=0}^M \sum_{R=0}^{N-1} \sum_{S=0}^{a-1} p(t; Q, R, S) = 1 \quad (11)$$

さらに、見やすくするために、この各状態に(8)の (Q, R, S) の組合せに対して辞書式、すなわち $(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 0, 2), \dots, (0, 0, a-1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), \dots, (M, N-1, a-1)$ の順で番号をつけ、クロック t でキューが第 i 番目の状態にある確率を $v_i(t)$ と表す。したがって

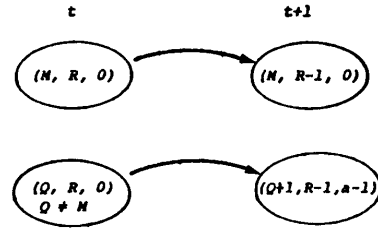
$$\left. \begin{aligned} p(t; Q, R, S) &= v_i(t) \\ i &= Q \cdot N \cdot a + R \cdot a + S + 1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

また、 $v_i(t)$ を第 i 成分とするベクトルを $\mathbf{v}(t)$ 、すな

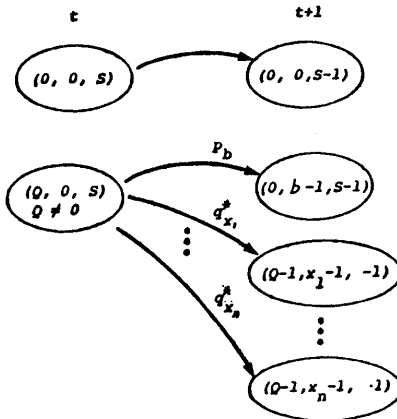
(1) $R \neq 0, S \neq 0.$



(2) $R \neq 0, S = 0.$



(3) $R = 0, S \neq 0.$



(4) $R = 0, S = 0.$

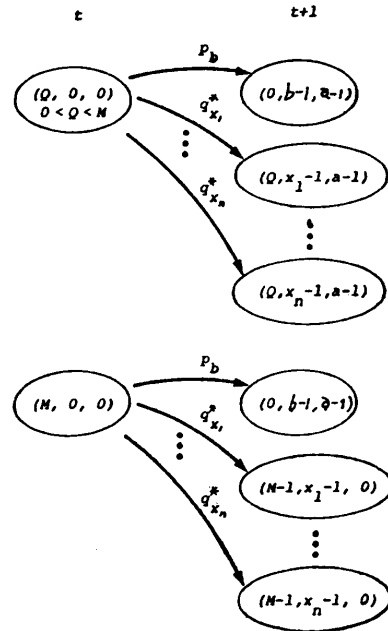


図 2 命令先読みキューの状態 (Q, R, S) のクロックごとの遷移

Fig. 2 Transitions of the state (Q, R, S) of instruction pre-fetch queue at every clock time.

わち,

$$v(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_{(M+1)Na}(t)) \quad (13)$$

とおく.

すると、キューの各状態がクロック t から $t+1$ の間に図2の遷移をするので、 $v(t)$ の変化は

$$v(t+1) = v(t)A \quad (14)$$

と表される。ここで、 A は $(M+1)Na$ 次正方行列であり、

$$A = (a_{ij}) \quad (15)$$

とすると、 a_{ij} は i 番目の状態から j 番目の状態へ移る確率で、図2に示すパラメータからそれぞれが与え

られる。すなわち、 A はキューの挙動を表すマルコフ連鎖の確率遷移行列であり、

$$\sum_j a_{ij} = 1 \quad (16)$$

さて、2章ではキュー内の命令語数に対する確率ベクトル $u(t)$ を与えた。これは、上記の確率ベクトル $v(t)$ を用いると、

$$u(t) = v(t)V \quad (17)$$

と表わされる。ただし、 V は $(M+1) \cdot Na \times (M+1)$ 行列で、

$$V = \begin{pmatrix} \overbrace{\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{matrix}}^{M+1} & & & \\ & & & O \\ & \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{matrix} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{matrix} \end{pmatrix} \quad (18)$$

すると,

$$\begin{aligned} u(t) &= v(t)V \\ &= v(t)AV \\ &\vdots \\ &= v(0)A^tV \end{aligned} \quad (19)$$

であるので, (6)の \bar{u} は,

$$\bar{u} = \bar{v}V \quad (20)$$

と与えられる. ただし,

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} (v(1) + v(2) + \dots + v(l)) \\ &= v(0)\bar{A} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\bar{A} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{l} (A + A^2 + \dots + A^l) \quad (22)$$

である.

一般に(16)の性質をもつ確率遷移行列については, (22)の \bar{A} が存在することが知られている⁴⁾. さらに, 図2より, $v(t)$ と A によって表現されるキューの挙動を表すマルコフ連鎖は非周期的である. また, 2章での(3)'の仮定 ($a < N$) があれば, キューの任意の状態に対して十分時間がたてば他の任意の状態へ0でない確率で到達しうることは直感的に明らかである. すなわち, 確率遷移行列 A は, いわゆる既約である⁷⁾.

$v(t)$, A で表現されるマルコフ連鎖が上記の二つの性質をもつときは, (21), (22)の \bar{v} , \bar{A} について次のことが成立することが知られている⁴⁾⁻⁷⁾.

$$1) \quad \lim_{l \rightarrow \infty} A^l = \bar{A} \quad (23)$$

$$2) \quad \bar{v} \text{ は } v(0) \text{ によらず与えられ,} \\ \bar{v} = \bar{v}A \quad (24)$$

すなわち, 行列 A の固有値 1 に対する固有ベクトルである.

したがって, 以上よりキューの使用効率 \bar{u} は, 形式

的には, 図2の状態遷移によって定義される確率遷移行列 A から(24)および(20)によって求めることができる. ところが, 実際には前述のように行列 A は $(M+1) \cdot N \cdot a$ の次元であり, たとえば M, N が10程度でも数100次元の行列となり, 計算は困難になる. しかし, 一方で, われわれが関心のあるのはキュー内に保持される命令語数 Q に関する確率分布である. そこで, 次章に示すように問題の低次元化をはかり, 使用効率を求めることを考える.

4. 状態の低次元化による解法

4.1 命令語数の周期的観測

最初に定義したキュー内の命令語数に対する確率ベクトル $u(t)$ は, キューのとり状態空間 (Q, R, S) を分割し, 新しく Q のみからなる状態空間を作って, その新しいそれぞれの状態をとる確率を与えている. しかし, 一般にはマルコフ連鎖の状態を状態群に分割し, 新しくそれぞれが一つの状態とみなしてできるプロセスはマルコフ連鎖にはならない⁸⁾. すなわち, いまの場合,

$$\begin{aligned} u(t+1) &= v(t+1)V \\ &= v(t)AV \end{aligned} \quad (25)$$

であるが, これは,

$$u(t+1) = u(t)B \quad (26)$$

となる確率遷移行列 B が存在することを意味しない.

そこで今度は, キュー内の命令語数のある一定クロック周期 L ごとに観測するものとする. すなわち, $t = kL (k=0, 1, \dots)$ での $u_i(t)$, $u(t)$ をそれぞれ $u_i^*(k)$, $u^*(k)$, したがって,

$$\begin{aligned} u_i^*(k) &= u_i(kL) \\ u^*(k) &= (u_1^*(k), u_2^*(k), \dots, u_N^*(k)) \end{aligned} \quad (27)$$

とおき, $u_i^*(k)$, $u^*(k)$ について考える.

いま, この観測クロック周期 L を十分長く, 具体的にはいちばん長い命令実行時間の数倍以上にとるものとする. すると, 観測時刻 $t = kL$ でのキューの詳細な状態のその後の観測時刻へ影響が無視しうようになり, 各 L クロック内での命令出現とキューの挙動の統計的性質は独立かつ同一であるとみなせる. すなわち, クロック kL から $(k+1)L$ の間にキュー内へは基本的には L/a 語読み込まれ, それぞれある確率で1語, 2語, ... が読み出されるものとみなせる. ただし, この間にキュー内の語数は0または M からそれぞれ0未満, $M+1$ 以上の側へは変化せず, また, ある確率でプランチ命令によって語数が0となることがあ

る。

キューの状態とそのクロックごとの遷移については3章にて検討されたように、キュー内の命令語数のみでは表現できない。しかし、観測クロック周期 L が十分に長ければ、上記の確率が、 $t=kL$ での3章で検討したキューの詳細な状態にはよらず、命令語数の変化を表す確率として与えられるであろうと考えられる。

そこで、このような確率を、キュー内に保持されている命令語数が i 語であったとき、その後 L クロックの後に j 語に変化する確率として、それぞれ p_{ij} と表す。ただし、

$$\sum_{j=0}^M p_{ij} = 1 \quad (i=0, 1, \dots, M) \quad (28)$$

p_{ij} は、いまの場合、 $L, a, \{x_i\}, \{q_{zi}\} (i=1, 2, \dots, n)$, p_0 によって決定されることになる。そして、 p_{ij} を要素とする $M+1$ 次正方行列を

$$P = (p_{ij}) \quad (i, j=0, 1, \dots, M) \quad (29)$$

と定義する。この行列 P は、 $u^*(k)$ の変化を表す確率遷移行列である。すなわち、十分に長いクロック周期 L ごとのキュー内の命令語数はマルコフ連鎖をなし、 P はその確率遷移行列であるとみなしていることに他ならない。したがって、

$$\begin{aligned} u^*(k) &= u^*(k-1)P \\ &= u^*(k-2)P^2 \\ &\vdots \\ &= u^*(0)P^k \end{aligned} \quad (30)$$

この行列 P は、3章の確率遷移行列 A を用いると、

$$P = UA^L V \quad (31)$$

ただし、 U はたとえば

$$U = \frac{1}{Na} V' \quad (32)$$

で与えられることになる³⁾。

そして、2章(6)で定義したキューの使用効率 a については、

$$a = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} (u^*(1) + u^*(2) + \dots + u^*(k)) \quad (33)$$

が成立するのは明らかである。したがって、さらに前章での議論と同様にして、

$$a = aP \quad (34)$$

すなわち、 a は行列 P の固有値1に対する固有ベクトルとして与えられる。 P は $M+1$ 次の正方行列であるので、その固有ベクトルを求めることは困難ではない。次にこの確率遷移行列 P の決定法を述べる。

4.2 確率遷移行列 P の決定

確率遷移行列 P は、形式的には(31)によってキュー

の状態の確率遷移行列 A から与えられ、その A は図2に示した状態遷移から決定されることになる。しかし、実際には行列 A は大次元であり図2からこの行列を作り出す手間および、その行列の積の計算はやっかいである。そこで、ここでは図2の状態遷移をもとに行列 P を直接に計算する。

行列 P の要素 p_{ij} は、キュー内の命令語数が i であったときに L クロック後に j に変化する確率である。そこで、 i を固定し、クロック $t=0$ でキュー内に保持されている命令語数が i であるものとする。このことは、(10)の $p(t; Q, R, S)$ を用いると、 $t=0$ での初期状態として、各状態のとり確率を次のように与えることになる。

(1) $Q \neq i$ に対しては

$$p(0; Q, R, S) = 0 \quad (35)$$

(2) $Q = i$ に対しては次の各条件を満たす。

$$i) \sum_{R=0}^{N-1} \sum_{S=0}^{a-1} p(0; i, R, S) = 1 \quad (36)$$

ii) $S=0, 1, \dots, a-1$ の状態は等確率で生じるものとし、各 S に対して、

$$\sum_{R=0}^{N-1} p(0; i, R, S) = \frac{1}{a} \quad (37)$$

iii) $t=0$ でどの実行時間長の命令の第何クロック目を実行中であるかは、命令の出現確率をもとに計算される(付録参照)。すると、 $R=0, 1, \dots, N-1$ に対して、

$$\sum_{S=0}^{a-1} p(0; i, R, S) = \sum_{\{x_i > R\}} q_{zi} \left/ \sum_{i=1}^n x_i q_{zi} \right. \quad (38)$$

以上のi), ii), iii)より $t=0$ での $Q=i$ の各状態に対する確率は、

$$p(0; i, R, S) = \frac{1}{a} \sum_{\{x_i > R\}} q_{zi} \left/ \sum_{i=1}^n x_i q_{zi} \right. \quad (39)$$

と与えればよいことになる。

この初期確率は、図2で与えられる規則に従ってクロックが進むごとにキューの各状態へ再配分され、 $p(1; Q, R, S), p(2; Q, R, S), \dots$ を得る。したがって、 $t=1$ から $t=L$ までのそれぞれのすべての状態に対して、その1クロック前の状態確率から図2の規則によって新しい確率を得、その後、 $t=L$ で $Q=j$ である状態の確率を集計、すなわち、

$$p_{ij} = \sum_{R=0}^{N-1} \sum_{S=0}^{a-1} p(L; j, R, S) \quad (40)$$

によって、 p_{ij} を得る。この操作を $i=0, \dots, M$ に対してそれぞれ行うことで、行列 P を得る。

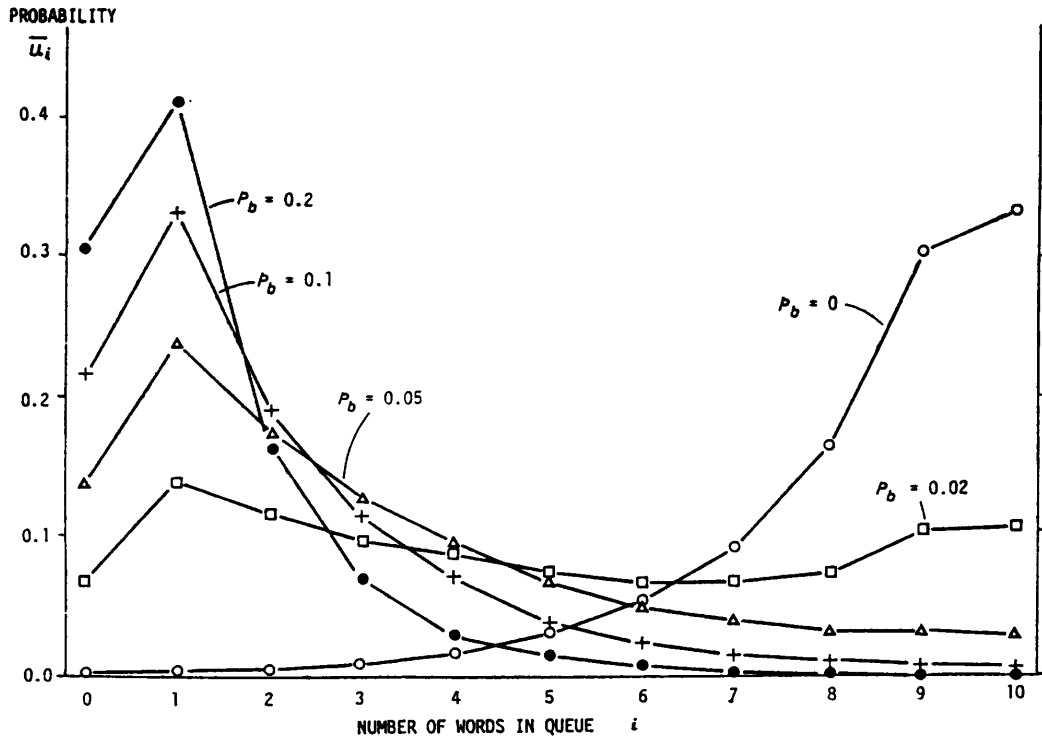


図4 ブランチ命令の出現確率 p_b のキューの使用効率への影響

Fig. 4 Plottings of the averaged probabilities \bar{u}_i for the number of instruction words i in queue with various probabilities p_b of branching instructions.

ら計算されたキュー内に保持される命令語数に対する確率分布の時間平均 \bar{u} の値を表1に示す。同表には、同時に上記のシミュレーションによって各クロックごとにキュー内の命令語数を調べ集計した分布を示す。両者はよく一致していた。

なお、観測周期 L の影響については、この場合では $L=40$ 以上であれば、それぞれについて行列 P は違ったものになるが、 \bar{u} はわずかの誤差内で同じ値を得た。

また、本方法によりブランチ命令の出現確率 p_b の値のキューの使用効率への影響を調べた結果を図4に示す。上記の同一条件のもとに、 $p_b=0, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2$ の場合についての $\bar{u}=(\bar{u}_i)(i=0, 1, \dots, 10)$ をプロットしたものである。 p_b によって命令先読みキューの使用効率が大きく変わることがわかる。

6. むすび

命令先読みキューの動作を解析する手法について述べた。本手法によって、これまでシミュレーションによっていた動作の検証が解析的に行えるようになった。本手法では、キューの制御方式や動作パラメータ

の修正・変更への対応も容易であり、いろいろな状況、制御方式に対する動作特性の検証が行える。

最後に実験例で用いた統計パラメータは人工的なものであり、今後は、実験のプログラムにおける統計を収集することでパラメータを設定し、本手法を用いて解析して、最適なキュー制御方式を明らかにしたい。また、命令の出現確率を独立として扱ったが、相続く命令に相関がある場合などの解析についても検討していきたい。

参考文献

- 1) Patterson, D. and Sequin, C.: Design Consideration for Single-Chip Computers for the Future, *IEEE Trans. Comput.*, C-29, pp. 108-116 (1980).
- 2) Lorin, H.: *Parallelism in Hardware and Software*, Part 2, Prentice-Hall, New Jersey (1972).
- 3) Lavenberg, S. ed.: *Computer Performance Modeling Handbook*, Academic Press, New York (1983).
- 4) 岩堀: グラフと確率行列, 産業図書, 東京 (1974).
- 5) 竹内: 線形数学, 培風館, 東京 (1966).

- 6) 伊理, 韓: 線形代数, 教育出版, 東京(1977).
 7) 小和田: マルコフ連鎖, 白鳥社, 東京(1973).
 8) Kemeng, J.G. and Snell, J.L.: *Finite Markov Chains*, Chap. VI, Van Nostrand Co., New York (1960).

付録 実行命令の残り時間の生起確率

一般的に, 実行時間長が $\{1T, 2T, \dots, NT\}$ の命令がそれぞれ $\{q_1, q_2, \dots, q_N\}$ の出現確率で現れるプログラムを実行中であるとする. このとき, 任意の時点を指定したときに実行中の命令が長さ iT の命令である確率 r_i は,

$$r_i = iq_i \left/ \sum_{j=1}^N jq_j \right. \quad (\text{A1})$$

このとき, この命令の第何クロック目を実行中であるかは等確率であるとする, 残りの実行時間が xT である確率は,

$$r_i | i = q_i \left/ \sum_{j=1}^N jq_j \right. \quad (\text{A2})$$

したがって, その時点で実行中の命令の残り時間 xT の生起確率 $h(x)$ は

$$h(x) = \sum_{i=x+1}^N r_i | i = \sum_{i=x+1}^N q_i \left/ \sum_{j=1}^N jq_j \right. \quad (\text{A3})$$

で与えられる.

(昭和58年12月7日受付)

(昭和59年6月19日採録)