

# AND 合流ゲートウェイと連結するアクティビティの平均潜在待ち時間とサービス時間の推定法とその検証

野ヶ山 尊秀<sup>1,2,a)</sup> 高橋 治久<sup>2,b)</sup>

概要：開始時刻または完了時刻のみが記録された単一時刻イベントログからは、アクティビティの待ち時間とサービス時間は計算できない。このようなログから統計的に平均潜在待ち時間とサービス時間を推定する方法が知られているが、AND 合流ゲートウェイが含まれる場合には仮定にない並列実行の同期待ち時間が含まれるため適用できない。この論文では、指数分布を仮定して AND 合流ゲートウェイの確率モデルを構築し、平均待ち時間とサービス時間を EM アルゴリズムを用いて統計的に推定する方法を提案する。人工的に生成させたログを用いた数値実験により、提案手法が正しく推定できることを示した。

## 1. はじめに

ビジネスプロセスのモデル化と応用の研究は、欧米において活発に研究されており<sup>\*1</sup>、プロセスマイニングと呼ばれている。ビジネスプロセスは、作業の基本単位であるアクティビティと条件分岐や並列実行を矢印でつないだフローチャートとしてモデル化される。ビジネスプロセスを実行するシステム、ワークフローマネジメントシステム (WFMS) やビジネスプロセスマネジメントシステム (BPMS) などは、プロセス志向型情報システム (PAIS) [1] と呼ばれており、プロセスの実行の履歴をイベントログとして詳細に記録する。プロセスマイニングは、主にこのイベントログから知識を獲得するための技術である [2], [5]。

イベントログからは、アクティビティの待ち時間やサービス時間といった性能指標を得ることができる。こうした指標を用いた性能分析は人件費や設備費に直接関係するため、ビジネスプロセス改善のうち特に重要な工程である。

しかし、多くのプロセスシステムは不完全なイベントログを生成するため、こうした性能指標は信頼できるものにはならないか、計算不可能であることが多い。性能指標に関わるイベントログの不完全さには主に以下の 2 つが考えられる：

- (1) アクティビティに対して一つの時刻しか記録されずアクティビティ所要時間が計算できない場合。多くのプロセスシステムでは、ログの記録の目的が監査や問題判別であるため、開始または終了時刻のみが記録される。その一つの時刻が開始時刻なのか終了時刻なのかわからない場合もある。例えば、Kuo ら [3] は開始時刻のみが記録される医療システムに直面した。他にも、プロセスマイニングの普及を意図したマニフェスト [2], [5] でも同様のイベントログを典型的な例としてあげている。
- (2) 制御がアクティビティに移った正確な時刻や、制御を他のアクティビティに移した正確な時刻が記録されない場合。例えば、処理依頼を受け取ったにも関わらずすぐに受領処理を行わなかった場合や、アクティビティが終了したのちにすぐ次のアクティビティに処理依頼を出さずに溜めてしまった場合は、ログの上では遷移時間が長くなる。

BPMS ベンダーにとってこのような不完全イベントログの分析は、他社との差別化を図るため必須である。例えば、ある顧客が古いプロセスシステムを更改するとき、同時に現行システムの問題を改善した新システム的设计を望む事が多い。現行システムの不完全イベントログを分析し、移行案に加えて改善案を提案できれば、BPMS ベンダーはシステム移行プロジェクトを獲得できる見込みが高まる。

我々は、このような不完全なイベントログであっても統計的に分析する事でサービス時間と待ち時間の平均値を推定する方法を提案した [4], [6]。この方法の本質は、遷移時間が遷移元アクティビティの潜在サービス時間と遷移先アクティビティの潜在待ち時間によって構成されると仮

<sup>1</sup> 日本アイ・ピー・エム株式会社 東京基礎研究所, 19-21 Nihonbashi, Hakozaki-cho, Chuo-ku, Tokyo, 103-8510, Japan

<sup>2</sup> 電気通信大学  
1-5-1 Chofugaoka, Chofu, Tokyo 182-8585, Japan

a) nogayama@jp.ibm.com

b) takaharuroka@uec.ac.jp

\*1 主な国際会議として Business Process Management (BPM), Conference on Advanced Information Systems Engineering (CAiSE) などがある。

定することと、分岐または合流ゲートウェイを通る遷移時間は同じ確率分布に従う潜在待ち時間と潜在サービス時間を共有するという特徴を利用することにある。この仮定は BPMN で定義されているほとんどの要素間の遷移で成り立つが、AND 合流ゲートウェイ<sup>\*2</sup>を経由するアクティビティ遷移では成り立たない。なぜならば、先に到着したすべてのサブプロセスが最後に到着したサブプロセスを待つためにそれより前に到着したサブプロセスには同期待ち時間が加わるため、確率モデルに不整合がでてくるためである。

本研究では、こうした現実的な問題を解決するため、[6]を拡張し潜在時間として指数分布を採用した、AND 合流ゲートウェイを含むプロセスの不完全イベントログから、EM アルゴリズムにより平均潜在待ち時間とサービス時間を算出する方法を提案する。○提案手法の検証では、AND 合流ゲートウェイを通過するプロセスのログを生成し、提案手法が正しく推定できることにより示す。

我々は、こうした不完全イベントログの元で AND 合流ゲートウェイに連結するアクティビティの潜在待ち時間とサービス時間を推定する方法を提案している [7]。しかし [7] ではひとつの問題設定でのみ検証したため、異なるパラメタや異なるビジネスプロセスにおいて推定精度がどのように変わるかは明らかではなかった。本論文では、この手法を用いて様々な設定の下でパラメタ推定を行い、どのような状況で推定精度が悪くまたは良くなるのかを検証した。

## 2. 経験則による初期値の設定

提案手法 [7] では初期値に触れなかったが、良い初期値から繰り返しアルゴリズムを開始することは計算コストや精度向上の観点からも利点が多い。そのためこの節では、経験則により初期値を設定する方法について述べる。

勾配法や EM アルゴリズムのような最適化アルゴリズムは局所的最適解を求めることができるが、それが大域的最適解であるとは限らない。局所的最適解が複数存在する場合、初期値に依存して求める解が異なるためである。本研究では、標本から小さなコストで計算できる解を求めパラメタ推定アルゴリズムの初期値として用いる。

AND 合流ゲートウェイを通過しない  $i$  から  $j$  への遷移時間  $t_{ij}$  が観測された場合、仮定より遷移元の潜在待ち時間  $s_i$  と遷移先の潜在サービス時間  $w_j$  の和で構成されている。特に前提知識が無い場合どちらかが大きく小さいとは言えない。すなわち二つの潜在時間は等しく  $s_i = w_j = t_{ij}/2$  であったと考える。

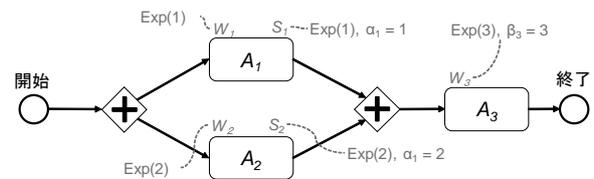


図 1 実験に使用した AND 合流ゲートウェイと確率分布  
Fig. 1 An AND-join gateway and probabilistic distributions used in the experiment

AND 合流ゲートウェイを通過する遷移元アクティビティ集合  $I$  からアクティビティ  $j$  への遷移時間  $t_{Ij}$  が観測された場合、クリティカルフローとなったばあいは前述の 2 つの時間の和で構成され、ならなかった場合は同期待ち時間を加えた 3 つの時間で構成される。どちらの場合かは本論文で前提としている不完全イベントログからはわからないことと、遷移元アクティビティが複数あった場合ひとつを除いてすべてがクリティカルフローにならないことから、すべての遷移時間が 3 つの時間の和によって構成されそれらが等しいと考え、観測された  $t_{ij}$   $i \in I$  に対して  $t_{ij}/3$  をそれぞれの実現値として考える。

このようにすべての観測された遷移時間に対して経験則によって算出した実現値の平均値をパラメタの初期値とする。

## 3. 実験

この節では、真の値が分かっているデータを AND 合流ゲートウェイで生成し、提案手法が潜在平均待ち時間とサービス時間を推定できることを実験により示す。提案手法は GNU Octave を用いて実装した。また、一般化 EM アルゴリズムの更新には Octave に標準添付される準ニュートン法を関数 `sqp` を通じて利用した。

### 3.1 標本数と推定精度の関係

AND ゲートウェイを含む単純なビジネスプロセスを用いて、標本数に対する提案手法の推定精度について実験により評価する。図 1 に示す AND 合流ゲートウェイを構成し、 $A_1$  の潜在サービス時間を  $S_1 \sim \text{Exp}(1)$ 、潜在待ち時間を  $W_1 \sim \text{Exp}(1)$ 、 $A_2$  の潜在サービス時間を  $S_2 \sim \text{Exp}(2)$ 、潜在待ち時間を  $W_2 \sim \text{Exp}(2)$ 、 $A_3$  の潜在待ち時間を  $W_3 \sim \text{Exp}(3)$  とする。観測した時間を元に推定すべき真の値は、 $A_1$  の平均潜在サービス時間は  $E[S_1] = \alpha_1 = 1$ 、 $A_2$  の平均潜在サービス時間は  $E[S_2] = \alpha_2 = 2$ 、 $A_3$  の平均潜在待ち時間は  $E[W_3] = \beta_3 = 3$  である。AND 合流ゲートウェイを通過する遷移時間のセットを乱数を用いて生成し、そのデータを元に推定を行った。

図 2 に、生成したプロセスインスタンス数 25, 50, 100, 200, 400, 800, 1600, 3200 における推定値の 10 回の実験の平均値を棒グラフとして示した。誤差バーは、

<sup>\*2</sup> OR 合流ゲートウェイは AND 合流と XOR 合流のいずれかとして動作するため、AND 合流として動作したときの OR 合流ゲートウェイも同様であるが、本論文ではそれも含めて AND 合流ゲートウェイと呼ぶことにする。

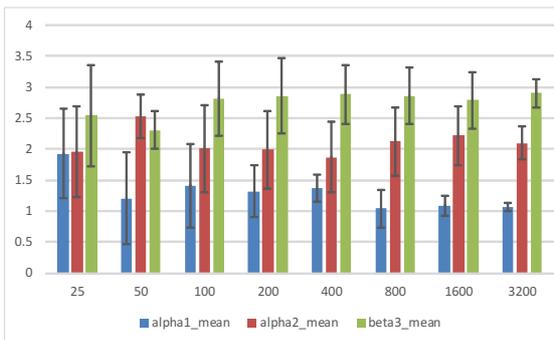


図 2 標本数と推定値の関係  
Fig. 2 Estimators v.s. sample size

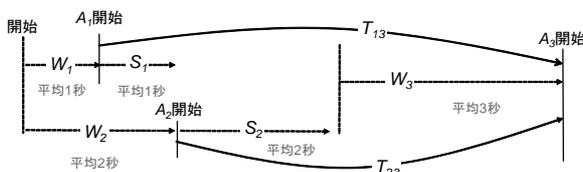


図 3 AND 合流ゲートウェイ (図 1) の平均的なイベントの関係  
Fig. 3 An AND-join gateway and probabilistic distributions used in experiment

10 回の実験の標準偏差を示す。

この図より、標本数が増えると推定値が真の値  $(\alpha_1, \alpha_2, \beta_3) = (1, 2, 3)$  に近づき、推定値の分散も小さくなるのがわかる。

図 3 に、この実験で使用したイベントの平均的な時間軸での工程を示した。プロセスが開始ノードから開始し、AND 分岐ゲートウェイによって二つの並列プロセスに分割される。 $A_1$  の潜在待ち時間に平均 1 秒、潜在サービス時間に平均 1 秒消費した後、多くの場合もうひとつのプロセスを待つ。 $A_2$  の潜在待ち時間に平均 2 秒、潜在サービス時間に平均 2 秒消費した後、AND 合流ゲートウェイで二つのプロセスを合流させた後に  $A_3$  の潜在待ち時間に平均 3 秒消費する。この場合観測可能な性能指標は、 $A_1$  の開始時刻から  $A_3$  への開始時刻の時間間隔  $T_{12}$  と、 $A_2$  の開始時刻から  $A_3$  への開始時刻の時間間隔  $T_{23}$  のみである。

このビジネスプロセスでは、平均的に  $T_{12}$  は  $T_{23}$  よりも大きくなる。このため、初期値を 2 節で示した方法で設定した場合、 $A_1$  の潜在サービス時間  $W_1$  が  $A_2$  の潜在サービス時間  $W_2$  よりも大きくなる。真の解に近づくためには、逐次更新の途中でこの大小関係を逆転させなければならない。標本数が少ないとき、この大小関係を崩すことができずに逐次更新が収束する場合があったため、この問題には局所解が存在していることが実験により分かった。一方、標本数を多いときはこの大小関係を逆転させ真の解付近までパラメタが移動する。

### 3.2 様々な大小関係のパラメタに対する推定精度の変化

本節では、図 1 の  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_3$  に大きさが異なる真の値 5 と 1 を設定し、どのような大小関係のときに推定が正しく動作するかを検証する。5 と 1 を代入した異なる真の値  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_3$  の 7 通りの組み合わせについてそれぞれプロセスインスタンスを 800 生成し、推定値の 10 回の実験の平均値と標準偏差と真の値との誤差の平均値と汎化誤差を表 1 に示した。ここで汎化誤差の平均値とは、推定値と真の値との差の絶対値の 10 回の実験の平均値である。

設定 1, 2, 3, 4 のとき、小さな誤差で推定できたが、設定 5, 6, 7 のときは、大小関係が真の値と異なるパラメタが推定された。設定 1, 2, 3, 4 に共通する点は、遷移先の平均潜在待ち時間が、遷移元の平均潜在サービス時間と同じかそれよりも大きいことである。一方、設定 5, 6, 7 に共通する点は遷移先の平均潜在待ち時間が、遷移元の平均潜在サービス時間よりも小さいことである。このことから、遷移もとの平均潜在サービス時間が大きく、かつ偏りがあるような場合に初期値による問題がおきてくると考えられる。

### 3.3 初期値と推定精度の関係

本節では、前節で推定誤差が大きかった設定 5, 6, 7 について、真の解の近くから推定を始めた場合に真の解の近くに収束するのかどうかを検証する。前節と同様にプロセスインスタンス数 800 で標本を生成し、真の解付近から推定を開始させた 10 回の実験の平均値と標準偏差と汎化誤差を表 2 に示した。

この実験では 3 つの設定すべてにおいて、真の値に近い値を推定できた。このことから、前節での推定誤差が大きかった解が極所解であり、性質の良い初期値から開始すれば推定誤差が小さい推定値に収束することが分かった。設定 6, 7 では真の値に近い推定値がより大きな対数尤度を持った。しかし設定 5 では誤差が大きい極所解による推定値のほうが大きな対数尤度を持った。このことから、対数尤度の大小で極所解同士の良し悪しを決めることができないことがわかった。

### 3.4 プロセスモデルの構造と推定精度の関係

本節では、図 1 に新たにアクティビティ  $A_4$  を加えた図 4 のプロセスモデルを用いて、AND 合流と XOR 合流の両方の遷移時間が観測された場合の推定精度について検証する。3.2 節では、AND 合流ゲートウェイに起因する不完全さにより、初期値による問題が起きていたが、別のパスからのフローが観測され、 $\beta_3$  を共有するような標本が得られた場合、 $\beta_3$  の推定精度が向上することが期待される。このプロセスモデルから観測された標本の尤度関数は、XOR 合流ゲートウェイの尤度  $\log L_1$  と AND 合流ゲートウェイの尤度  $\log L_2$  の和で構成される。前節までの実験では尤度は  $\log L_2$  のみで構成されていたため、この実験では 2 つの

表 1 異なるパラメタの下での推定値と誤差 (プロセスインスタンス数 800, 経験則による初期値)

Table 1 Estimators and errors over various true parameters (800 process instances, heuristic initialization)

| 設定 | パラメタ       | 真の値 | 初期値  | 推定値の平均値   | 汎化誤差の平均値 | 対数尤度の平均値  |
|----|------------|-----|------|-----------|----------|-----------|
| 1  | $\alpha_1$ | 1   | 1.29 | 1.01±0.20 | 0.13     | -0.817893 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 1.01 | 0.92±0.10 | 0.12     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 1.33 | 1.07±0.15 | 0.14     |           |
| 2  | $\alpha_1$ | 1   | 2.77 | 0.99±0.28 | 0.22     | -1.382378 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 2.63 | 1.02±0.13 | 0.10     |           |
|    | $\beta_3$  | 5   | 3.09 | 5.06±0.19 | 0.17     |           |
| 3  | $\alpha_1$ | 1   | 4.05 | 1.57±0.25 | 0.57     | -1.570569 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 4.05 | 4.31±0.43 | 0.69     |           |
|    | $\beta_3$  | 5   | 4.61 | 5.42±0.61 | 0.57     |           |
| 4  | $\alpha_1$ | 5   | 3.87 | 4.68±0.91 | 0.74     | -1.556994 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 3.87 | 1.22±0.27 | 0.29     |           |
|    | $\beta_3$  | 5   | 4.40 | 5.16±0.95 | 0.74     |           |
| 5  | $\alpha_1$ | 1   | 2.58 | 0.49±0.17 | 0.51     | -1.334855 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 2.43 | 1.20±0.14 | 3.80     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.86 | 4.59±0.23 | 3.59     |           |
| 6  | $\alpha_1$ | 5   | 2.44 | 1.71±1.00 | 3.29     | -1.305542 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 2.28 | 0.40±0.13 | 0.60     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.69 | 4.08±0.96 | 3.08     |           |
| 7  | $\alpha_1$ | 5   | 3.38 | 2.64±0.75 | 2.36     | -1.46871  |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 3.30 | 2.00±0.76 | 3.00     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 3.81 | 4.87±0.30 | 3.87     |           |

表 2 異なるパラメタの下での推定値と誤差 (プロセスインスタンス数 800, 真の値に近い初期値)

Table 2 Estimators and errors over various true parameters (800 process instances, initialized by near true parameters)

| 設定 | パラメタ       | 真の値 | 初期値  | 推定値の平均値   | 汎化誤差の平均値 | 対数尤度の平均値  |
|----|------------|-----|------|-----------|----------|-----------|
| 5  | $\alpha_1$ | 1   | 2.00 | 0.95±0.22 | 0.18     | -1.356998 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 4.00 | 5.08±0.22 | 0.20     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.00 | 1.06±0.21 | 0.19     |           |
| 6  | $\alpha_1$ | 5   | 4.00 | 4.91±0.24 | 0.18     | -1.289309 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 2.00 | 1.03±0.30 | 0.23     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.00 | 1.03±0.31 | 0.25     |           |
| 7  | $\alpha_1$ | 5   | 4.00 | 4.55±1.02 | 0.97     | -1.464521 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 4.00 | 5.04±0.67 | 0.54     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.00 | 1.16±0.33 | 0.28     |           |

尤度関数の和を目的関数としたときの挙動を検証することができる。

$A_4$  を通るプロセスインスタンスを 400 生成し,  $A_1, A_2$  を通るプロセスインスタンスを 400 生成し, 合計 800 個のプロセスインスタンスを標本として生成した。真の解付近から推定を開始させた 10 回の実験の平均値と標準偏差と汎化誤差を表 3 に示した。3.2 節と同様に経験則による初期値を用いたにもかかわらず, すべての設定で良い推定値に収束した。このことから, AND 合流ゲートウェイ単体が観測された場合よりも, 部分的にオーバーラップするよ

うに別のフローが観測された場合, 初期値の問題が緩和され, 推定精度が向上することが分かった。

#### 4. おわりに

本研究では, AND 合流ゲートウェイを含むビジネスプロセスからの不完全なイベントログであっても, 平均潜在待ち時間とサービス時間を推定する方法を提案した。これまで現実問題として典型的に観測されるイベントログが不完全であるためにできなかった性能分析が, 提案手法を利用する事で可能になった。このような性能指標はビジネス

表 3 AND 合流と XOR 合流の両方を含むプロセスモデルにおいて、異なるパラメタの下での推定値と誤差（プロセスインスタンス数 800，経験則による初期値）

Table 3 Estimators and errors over various true parameters on the process model which has AND-join and XOR-join (800 process instances, heuristic initialization)

| 設定 | パラメタ       | 真の値 | 初期値  | 推定値の平均値 ± 標準偏差 | 汎化誤差の平均値 | 対数尤度の平均値  |
|----|------------|-----|------|----------------|----------|-----------|
| 1  | $\alpha_1$ | 1   | 1.26 | 0.98±0.17      | 0.15     | -1.067418 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 1.03 | 1.14±0.21      | 0.17     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 1.31 | 0.92±0.21      | 0.16     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 1.33 | 1.05±0.26      | 0.21     |           |
| 2  | $\alpha_1$ | 1   | 2.72 | 1.23±0.58      | 0.44     | -1.816994 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 2.60 | 0.95±0.26      | 0.22     |           |
|    | $\beta_3$  | 5   | 3.29 | 4.84±0.22      | 0.20     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 3.79 | 0.99±0.17      | 0.14     |           |
| 3  | $\alpha_1$ | 1   | 4.04 | 1.49±1.44      | 0.76     | -1.963659 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 4.00 | 4.64±1.23      | 0.66     |           |
|    | $\beta_3$  | 5   | 4.38 | 4.99±0.31      | 0.23     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 4.14 | 0.92±0.19      | 0.17     |           |
| 4  | $\alpha_1$ | 5   | 3.88 | 5.18±0.42      | 0.34     | -1.948688 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 3.85 | 0.94±0.21      | 0.17     |           |
|    | $\beta_3$  | 5   | 4.25 | 4.90±0.24      | 0.20     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 4.16 | 1.05±0.11      | 0.08     |           |
| 5  | $\alpha_1$ | 1   | 2.47 | 1.61±1.35      | 0.80     | -1.416955 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 2.26 | 4.74±0.84      | 0.40     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.35 | 0.89±0.21      | 0.19     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 1.39 | 1.09±0.22      | 0.18     |           |
| 6  | $\alpha_1$ | 5   | 2.34 | 5.07±0.29      | 0.25     | -1.380908 |
|    | $\alpha_2$ | 1   | 2.07 | 1.16±0.38      | 0.31     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.21 | 0.87±0.29      | 0.26     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 1.37 | 1.09±0.27      | 0.24     |           |
| 7  | $\alpha_1$ | 5   | 3.14 | 4.67±0.75      | 0.52     | -1.492248 |
|    | $\alpha_2$ | 5   | 2.92 | 5.01±0.61      | 0.47     |           |
|    | $\beta_3$  | 1   | 2.92 | 1.11±0.19      | 0.18     |           |
|    | $\alpha_4$ | 1   | 1.38 | 0.87±0.23      | 0.22     |           |

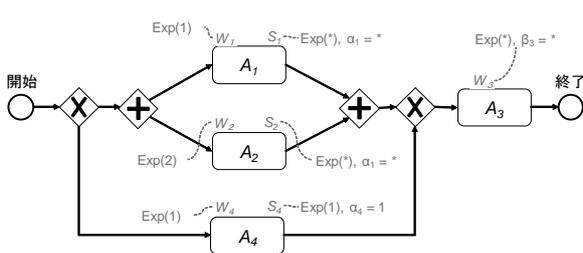


図 4 実験に使用した AND 合流ゲートウェイと確率分布

Fig. 4 An AND-join gateway and probabilistic distributions used in experiment

プロセスの性能改善だけでなく、性能に関する分析の特徴量としても用いることができるため、多くの応用が期待できる。

また、人工的に生成させたログを用いた数値実験により、提案手法が正しく推定できることを示した。この研究で取り組んだ課題は、待ち時間、サービス時間、クリティカルパス、同期待ち時間が観測されないという厳しい条件

であるにも関わらず、正しい推定値を得ることができるとがわかった。また実験の結果、対象となるプロセスモデルに依存して初期値による問題がおきることがわかった。この問題は、同じパラメタを共有するような異なるパスも追加で観測されれば緩和されることがわかった。現実問題として、AND 分岐と合流ゲートウェイだけが単体で用いられるようなビジネスプロセスは稀であり、いくつかのアクティビティやゲートウェイ要素が使われることが多いため、同じパラメタを共有する複数のパスが観測されると思われる。

本論文では説明のため単一時刻イベントログに焦点を当てて論じたが、提案手法は遷移時間を分解する手法であるため、完全なイベントログにおいても適用可能である。

本論文では時間間隔の確率分布として指数分布を仮定した。この仮定は多くの場合で現実的だが、より複雑な場合は整合性を保てなくなる。例えば複数の小さなタスクがアクティビティ内に内包されているが外からそれを観測でき

ない場合，処理時間は指数分布の和になる．こうした一般の処理時間の分布としてはガンマ分布が知られており，提案手法をガンマ分布を基にした手法に拡張すればより多くの場面で整合性を失うことなく推定が可能になるため，今後の研究課題である．

#### 参考文献

- [1] Dumas, M., van der Aalst, W. M. P. and ter Hofstede, A. H. M.: *Process-Aware Information Systems: Bridging People and Software through Process Technology*, Wiley (2005).
- [2] IEEE Task Force on Process Mining: Process mining manifesto, *BPM 2011 Workshops, LNBIP* (Daniel, F., Barkaoui, K. and Dustdar, S., eds.), Vol. 99, Springer, Heidelberg, pp. 169–194 (2012).
- [3] Kuo, Y.-H., Leung, J. M. Y. and Graham, C. A.: Simulation with data scarcity: Developing a simulation model of a hospital emergency department, *Proceedings of the 2012 Winter Simulation Conference*, IEEE, pp. 1–12 (2012).
- [4] Nogayama, T. and Takahashi, H.: Estimation of average latent waiting and service times of activities from event logs, *BPM 2015. LNCS*, Vol. 9253, Springer, Heidelberg, pp. 172–179 (2015).
- [5] 加藤光幾 (訳), IEEE Task Force on Process Mining: プロセスマイニングマニフェスト, <http://www.win.tue.nl/ieeetfpm/lib/exe/fetch.php?media=shared:pmm-japanese-v1.pdf>.
- [6] 野ヶ山尊秀: アクセスログの滞在時間を処理時間と次の遷移ページの前処理時間とに分解する方法, 電子情報通信学会技術研究報告. LOIS, ライフインテリジェンスとオフィス情報システム, Vol. 114, No. 32, pp. 39–43 (2014).
- [7] 野ヶ山尊秀, 高橋治久: AND 合流ゲートウェイと連結するアクティビティの平均潜在待ち時間とサービス時間の推定, 研究報告数理モデル化と問題解決 (MPS), Vol. 106, No. 1, pp. 1–6 (2015).