

数学の相似概念を ICT 教材化するための基礎研究 — 数学教育における相似の定義の歴史的変遷 —

上出 吉則*¹ 辰己 丈夫*²

概要：筆者らは、数学教育用の ICT を活用した教材を製作する場合の基本概念を構築することを目的としている。まず、中学校の数学の教科書で現在利用されている「相似の定義」の歴史的な変遷を調査している。歴史的な変遷を調べることで、数学的背景の深い理解が得られ、ICT を活用した教材構築の基本的な考え方に役立てることが可能となる。調査の結果、現在の中学校で使われている相似の定義は、ユークリッド原論の定義や菊池大麓の定義ではなく、図形の拡大や縮小の概念が使われていることがわかった。また、その原因として、20 世紀初頭に起こったペリー運動がその根底にあることがわかった。

キーワード：数学教育、相似の定義、ICT 教材、ペリー運動、ユークリッド原論

ICT Use in the Similarity figures of Mathematics education at Junior high school

UEDE Yoshinori*¹, TATSUMI Takeo*²

Keywords: Education of Mathematics, Similar triangles, ICT Use in Education, John Perry, Euclid's Elements

1. 背景と研究目的

現在、学校教育における ICT 活用の必要性が、あらためて認識されつつある。たとえば、インターネットに接続されたコンピュータを利用して調べ学習を行ったり、タブレットに代表される携帯型端末を利用してメモを取りながら考えたりするという活動があげられる。

筆者らが関わる数学教育に限定すると、数式処理システムを利用した教育活動や、統計的なシミュレーションの補助教材、および、計算などのドリル型教材などに、ICT を利用したものが見られる。ICT を利用した教具の場合は、紙と鉛筆を利用したものと比較して、さまざまな長所短所が存在するが、なかでも、図形を動かしたり、拡大したりするという作業は、紙を使う場合は相当な時間がかかるのに対して、ICT を利用した場合は簡単に操作が完了し、結果として、学習意欲の持続が期待される。

特に筆者らは、中学校数学における「相似」の取り扱いについて、ICT を活用して学習活動の質を高め、また、より深い理解が得られるのではないかと考えている。上述のとおり図形の拡大／縮小を、紙と鉛筆（ペン）を用いて作図すると、多くの時間がかかるばかりでなく、作図作業にばかり気が取られるようになってしまい、肝心の相似

概念の理解／納得に学習が至らない可能性もあるが、ICT の活用が、ここでは有効に働くと思われるからである。

ところで、中学校の数学における相似については、与えられた 2 つの図形が、何をもって相似であるかという定義を、どのように行うかという問題がある。理論的に十分で、かつ、もっともコンパクトな定義は、数学のような理論的な内容の世界では好まれるが、それは、わかりにくく、学校教育の現場では避けられることも多い。これは、学校教育の現場では、「分かりやすい対象」が好まれるからである、と言える。

また、現在用いられている相似の定義は、紙を利用した作図に基づいて学習する際には適切な定義であっても、ICT を活用した学習現場では、別の定義のほうが、より適切であるかもしれない。そこで我々はまず、相似の定義について、数学教育の観点から歴史的な変遷を調査し、その変遷の理由を明らかにすることから始めることとした。特に、明治 5 年の学制が敷かれて以来の相似の定義について、明治、大正、昭和、平成と年代順に流れを考える予定である。そして、定義そのものと、そこに流れる数学教育の概念も含めて明らかにしたい。

このように、相似の定義を詳しく調べることで、数学教育としての目標の理解につながり、ICT 教材を製作するための知見が得られると思われるであろう。

本稿では、2 で数学的な相似の定義について、3 ではペリー運動について、4 ではペリー運動以降の相似の定義がどのように変わったのかについて、5 では歴史的な流れの

*¹ 堺市立三国丘中学校・放送大学大学院
Sakai Municipal Mikunigaoka Junior High School / The Open University of Japan

*² 放送大学
The Open University of Japan

考察について、6 では相似の定義と ICT 活用について述べる。

2. 相似の定義（ユークリッドから林鶴一まで）

相似の定義について、歴史的考察を加えた上垣らの研究 [1][2]がある。それを参考にして、歴史的な流れを明らかにする。

まずは、この後の説明に用いる 2 つの三角形を考える。（図 1）

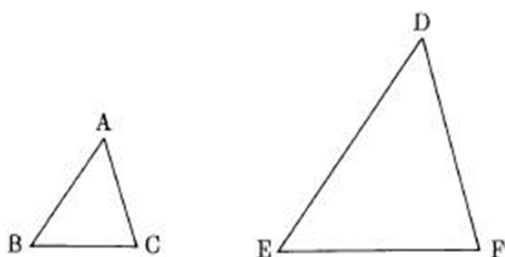


図 1 以後の説明で用いる相似な三角形との名称

2.1 ユークリッドの定義

ユークリッド「原論」[3] の、第 VI 巻の定義 1 に相似な直線図形の定義が記載されている。

その定義は、図 1 において、次のとおりになっている。

$$AB : BC = DE : EF$$

これは、現在の教科書で用いられている以下の表現とはなっていない。

$$AB : DE = BC : EF$$

ユークリッド「原論」は理論的に完全な演繹体系になるように設計されており、相似の定義に先立ち比例の定義を準備し、相似の定義の後に三角形の相似の証明をおこない、首尾一貫性を保っている。

2.2 菊池大麓の定義

菊池大麓は明治 21 年の「初等幾何学教科書」で、次のように相似の定義をおこなっている。その定義は、図 1 において、次のとおりになっている。

$$AB : DE = BC : EF$$

ところが、定理の証明には、次の、ユークリッド「原論」の定義を用いている。

$$AB : BC = DE : EF$$

したがって、定義の併用がおこなわれた。その理由について今回は触れないが、いずれにせよ定義の一貫性を欠く結果となっている。

2.3 林鶴一の定義

林鶴一は明治 37 年の「新撰幾何学教科書」では、次のように相似の定義をおこなっている。その定義は図 1

において、次の通りになっている。

$$AB : DE = BC : EF$$

ここで、菊池大麓の定義の併用から、統一した相似の定義に移行し、相似の定義は 1 つで貫かれたのである。しかし、ユークリッド「原論」とは違う形の定義が我が国では定着することとなった。

3. ペリー運動について

ロンドン王立理科大学教授ジョン・ペリーは 20 世紀初頭の 1901 年（明治 34 年）に英国学術協会のグラスゴー年会において「数学の教育」と題して講演を行った[4]。

その内容は、数学教育の「厳密性と系統性」および「有用性と経験性」について前者を捨て、後者を取り入れよという教育改革運動であった。

アメリカのムーア、ドイツのクライン、フランスのボレルは、各国の事情と提唱者の立場の違いから少しずつ重点の置き方が違っていたが、重要な論点になっていたことについては共通していた。

ペリーの主張は次のようなものである。

- (1) ユークリッドの形態から完全に脱却すること。
- (2) 実践幾何を高度に重んずること。
- (3) 数学の実用的方面を高唱したこと。
- (4) 立体幾何を重んずること。
- (5) 実用的諸種の測定を重んずること。
- (6) 方眼紙の使用を奨励したこと。
- (7) 微積分の思想をなるべく早く得させること。
- (8) 試験のための数学から脱却すること。

ペリー運動の結果、数学教育はユークリッドの形態から脱却し、相似の定義は「静的定義」から「動的・直観的定義」へと移行がおこなわれることになる。

4. 相似の定義（ペリー運動以降の流れ）

4.1 昭和 17 年中等学校教科書會社「数学」の定義

「ある図形を一定の割合で拡大または縮小してできた図形は、もとの図形と相似である。」

相似の定義は「拡大や縮小」の概念の採用がおこなわれた。厳密さを求めるより、直観的な理解を優先した結果と思われる。

4.2 昭和 19 年文部省「数学」の定義

ここでの定義は、図（次頁の図 2）を用い、「このような二つの図形は、相似の位置にあると言い、点 O を相似の中心という。相似の位置に置くことができる二つの図形は相似形である。」となっている。

このように、相似の定義は「相似の位置」の概念の採用がおこなわれた。厳密さを求めるより、直観的な理解を優先した結果と思われる。

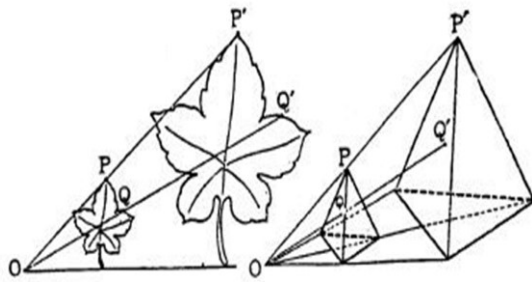


図 2 昭和 19 年文部省「数学」の定義

4.3 昭和 29 年戦後の教科書「中学生の数学」の定義

「二つの図形があって、一方が他方を何倍かに拡大、または何分の一かに縮小したものであるとき、この二つの図形は相似であるという。」

4.4 昭和 37 年教科書「中学校数学 2 学年」の定義

「ある図形を、どの向きにも同じ割合に拡大または縮小した図形は、もとの図形と相似であるという。」

4.5 平成 26 年現行の教科書の定義

「2 つの図形があって、一方が他方を一定の割合に拡大または縮小したものと合同であるとき、この 2 つの図形は相似である。」

5. 歴史的な流れの考察

これまで述べてきたように、明治、大正、昭和、平成と年代順に相似の定義の内容が明らかとなった。

相似の定義の歴史的な変遷をたどると、数学教育としての定義が大きく変容していることが分かる。

- i. 明治時代に、菊池大麓がヨーロッパから数学を持ち帰り国内の学校数学で教科書という形で広めた。その後、林鶴一がその流れを引き継ぐことになる。
- ii. しかし、イギリスで始まったペリー運動で、数学教育は大きく舵取りを変えていくことになる。

「厳密性と系統性」から「有用性と経験性」という流れの中で、ユークリッドの形態から脱却し、図形教育は「静的定義」から「動的・直観的定義」へと移行がおこなわれた。

その結果、相似の定義も「拡大や縮小」の概念の採用がおこなわれ、相似の位置が導入された。厳密さを求めるより、直観的理解を優先した結果と思われる。現行の教科書も明治時代以来のその流れの中にある。

ユークリッドの定義も菊池大麓の定義も、定理としての位置付けならば、依然として光を失ってはいない。重要な概念であることは事実である。

数学教育の歴史を知ることは、過去を知ることではない。これからの数学教育について自らの考え方を持つための知識である。

6. 相似の定義と ICT 教材活用の背景

数学の ICT 教材を構想する場合、その数学的概念の深い理解が不可欠である。数学的な背景を踏まえたうえで製作することが必要になる。教育目的を伴わない教材は、その存在意義を問われかねない事態に陥る可能性がある。

数学教育の ICT 教材を制作するために、知っておくべき背景とはどのような条件を筆者の経験から考えてみた。

i. 数学的理解

線形代数学、関数論といった数学そのものの理解が必要なことは言うまでもない。中学校であれば、図形の相似の概念、図形の合同の概念などの理解が必要となるが、一般の数学のように高度に抽象化された内容と、学習者の状況に応じて具体化された内容を含むことになる。

ii. 数学教育としての目標の理解

数学と数学教育は、言葉の響きは似ているが全く別物と考えてよい。数学は概念や理論の体系であるのに対して数学教育は、学習者が数学をどのように理解し、または認知するかの方法論が主体である。

したがって、数学教育には目標がありその目標に対する考え方が大切になっている。また、学習者の年齢等の心理学的な発達段階に応じた目標設定も必要となってくる。このように、数学教育の目標に沿った ICT 教材製作の研究が必要となる。

iii. 時代を背景とした数学教育の概念

1990 年代に「数学的な見方や考え方」[5]の議論が数学教育の学会で盛んに議論された。その成果が現在の学習指導要領にも取り入れられ、評価観点の一つの項目[6]になっていることは周知の事実である。その当時「数学的な見方や考え方」を題材とした教材が数多く制作され、現在も使われている。

また、1980 年代から「課題解決学習」[7]についての研究が進展して、現在多くの教科書に取り入れられてきた経緯がある。

さらに、今回の学習指導要領では、新しく「アクティブ・ラーニング」[8]が取り入れられ、研究が継続中である。

このように時代を背景とした数学教育の概念を把握することが、ICT 教材製作には必須の条件となっていると考えている。

iv. ICT 教材に適する題材の選択

数学教育の教材を作成する場合、すべて ICT 教材が望ましいかと問われるとそうではない。

場合によっては紙と鉛筆での作図や思考が有効な場面や、ICT 教材では定着率がよくない場面も見られる。

ICT 教材に適した題材や場面を取捨選択する研究

が必要になる。

以上、i から iv のように、数学の ICT 教材を製作する場合の条件は様々な要素があり、そう簡単ではないというのが実情であると思われる。

7. まとめ

相似の定義について明治、大正、昭和、平成と年代順に数学教育の歴史的な変遷を明らかにしてきた。

数学教育の ICT 教材という視点から考えると、同じような教材でも、ユークリッドの立場で教材を製作するのか、菊池大麓の立場で教材を製作するのか、「拡大や縮小」の概念で教材を製作するのか、それを考えると、まったく違った教材となると思われる。

この研究の意義として、ICT 教材の方向性に自らの考え方を持たため基礎研究になれば幸いである。

今後は、現在使われている数学の教科書の比較研究[9]を予定している。相似の定義がどのように扱われているかを報告する予定である。

参考文献

- [1] 上垣 渉、山本裕子：相似形の定義に関する史的考察、三重大学教育学部研究紀要(1995)
- [2] 上垣 渉、山本裕子：相似形の定義の生成過程に関する一考察、三重大学教育学部研究紀要(1996)
- [3] 中村幸四郎、寺坂英孝、伊藤俊太郎、池田美恵訳：ユークリッド原論、共立出版(1996)
- [4] 松宮哲夫：伝説の算数教科書〈緑表紙〉、岩波科学ライブラリー135(2007)
- [5] 古藤怜：数学的な考え方、話題源数学、東京法令出版(1994)
- [6] 国立教育政策研究所：評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料（中学校 数学）(2011)
- [7] 重松 敬一、井戸野佐知子、横弥直浩：算数・数学教育における問題解決学習の研究、奈良教育大学紀要(1995)
- [8] 中央教育審議会：初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について（諮問）(2014)
- [9] 上出吉則：相似の定義についての教科書比較研究、日本数学教育学会誌 特集号(2014)