ベクトル計算機を含む一地域複合計算機システムの最適設計†

藤井 実†† 横川 三津夫††

近年，計算機利用の多様化，増大にともない，一地域に複数の計算機を設置するユーザが増えてきた．本論文では，このような一地域複合計算機システムの構成設計に焦点をあて，与えられた計算需要が処理可能なコスト最小の最適計算機構成を求める混合整数計画モデルについて記述する．本モデルは，既存のモデルに比べ以下の特長をもつ．(i)ベクトル計算機を対象計算機として扱える．(ii)2レベルの目的関数を用いることにより，最適計算機構成と最適計算機構成のもとでの最適ジョブ負荷配分を同時に求めることができる．(iii)計算機システムの運用形態，運用時間帯などに複数の種別が設定でき，さまざまな運用制約を記述できる．(iv)線形モデルであるため，幅広く使われている数理計画汎用ソフトウェアで容易に解くことができる．

1. はじめに

複合計算機システムの構成設計をおこなう場合，独立したオペレーティング・システム（以下，OS と略す）のもとで動く計算機システムの数をいくつにするか，各計算機システムに割り当てる計算機をどの機種にするかは大きな問題である．

1計算機システム内の機器構成最適化に関する研究には，Kuck[1]，Trivedi et al.[2] などがある．Kuck は，演算装置(以下，CPU と略す)，メモリ，磁気ディスクの最適処理能力を解析的に求めている．Trivedi は，central server model における機器構成において，コスト制約のもとでトータル・スループットを最大にする CPU 処理能力，磁気ディスク容量，ファイル割り当て先を非線形計画モデルで求めている．

複合計算機システムを対象とした最適化モデルには，Chen and Akoka[3]，Ma and Lee[4]，北嶋他[5] がある．これらはすべて地域分散形計算機システムを対象とした非線形整数計画モデルで，データ通信の概念をモデルの中に取り入れている．Chen らはデータベース検索問題を，Ma らは処理順序に制約のあるタスク割り当て問題をそれぞれ非線形 0-1 整数計画モデルで表し，問題の性質を利用した独自の解法を提案して解いている．北嶋らは計算機システムの構成設計支援技法として，性能評価用待ち行列モデル，機能配分非線形 0-1 整数計画モデル，機器構成非線形整数計画モデルの考え方を提案し，近似解法を使って徐々に満足解を求めていく手法を示している．しかし，これらのモデルは，それぞれ問題の性質を利用した独自の非線形解法によって解かれているため，他の問題に適用して解くのは容易でない．

本論文で提案するモデルは，一地域複合計算機システムを対象としたモデルである．これらは，Chen らの通信回線を必要とする地域分散形複合計算機システムを対象としたモデルと異なる．計算需要，対象計算機の価格，性能などを入力すると，種々の運用制約のもとで，与えられた計算需要を処理可能なコスト最小の最適計算機構成（システム数と各システムに割り当てる計算機）が解として求められる．既存のモデルに比べ以下の特長をもつ．

(i) 近年，科学技術計算分野で注目されているベクトル計算機[6],[7] を対象計算機として扱える．

(ii) 2レベルの目的関数を用いることにより，最適計算機構成と最適計算機構成のもとでの最適ジョブ負荷配分を同時に求めることができる．

(iii) 計算機システムの運用形態，運用時間帯などに複数の種別が設定でき，さまざまな運用制約を記述できる．

(iv) 線形の混合整数計画モデル[8] であるため，幅広く使われている MPSX 系の数理計画用汎用ソフトウェア[9] などで容易に解くことができる．

短所としては，以下の点があげられる．

(1) 計算機システムが CPU のみでモデル化され，メモリ，2次記憶などが考慮されていない．

(2) 異種計算機で複合計算機システムを構成したときのデメリット（ファイル転送，処理環境の整備など必要），高速計算機によるジョブのターンアラウンド短縮効果，ベクトル計算機向きにプロ

† An Optimal Design of a Computer Complex in an Area Including Vector Computers by MINORU FUJII and MITSUO YOKOKAWA (Computing Center, Japan Atomic Energy Research Institute).

†† 日本原子力研究所計算センター

グラムを再構成する費用などが考慮されていない.

これらは今後の課題として残される.

以下, 2章で最適計算機構成を求める混合整数計画モデルを記述し, 3章ではこれを最適計算機構成のもとで最適ジョブ負荷配分も同時に求めることができるように拡張する. 4章ではこのモデルをベクトル計算機の経済性評価に適用した例を示す.

2. 最適計算機構成を求める混合整数計画モデル

2.1 ベクトル計算機の考慮

近年, 商用スーパコンピュータが相次いで発表されている[6),7)]. これらはすべてベクトル処理方式を採用した科学技術計算向きのパイプライン型ベクトル計算機である. 最高速のスカラ計算機に比べて価格もそれほど高くなく, スカラ計算速度においても劣らないため, ベクトル計算機向きのジョブを多量にもつユーザにとって, ベクトル計算機の導入は魅力のあるものになっている.

本モデルでは, 以下のようにしてこのベクトル計算機を評価対象計算機として扱えるようにする.

一般にベクトル計算機での処理速度向上比vは,

$$v=\frac{1}{(1-V)+V/K} \tag{2.1}$$

で近似される[10),11)]. ここで, Vはベクトル化率, Kはベクトル演算部性能向上比 (ベクトル長, 演算子数, 演算内容に依存する) である. このvは, ジョブごと, ベクトル計算機ごとに異なる. そこで, 本モデルでは, vの値 (ベクトル処理効果の度合い) に応じてジョブ種別を設け, ジョブ種別ごとにそれぞれの対象計算機におけるvの値を入力データとして与える.

2.2 モデル記述

モデルを記述するために次の記号を導入する.

M_i: 独立した OS のもとで動く計算機種 ($i=1, \cdots, m$)

F_j: 計算機システムの運用形態 ($j=1, \cdots, n$)

J_k: ジョブ種別 ($k=1, \cdots, p$)

T_t: 計算機システムの運用時間帯 ($t=1, \cdots, q$)

S_{ij}: 計算機 M_i を F_j で運用する計算機システム

複合計算機システムを構成する計算機候補群は, 評価対象計算機 M_i としてm種与えることができる. 密結合計算機は1台の計算機として扱われ, 1計算機システムは1台の計算機で構成されるものとする.

計算機システムの運用形態 F_j は, n種類 (たとえばバッチ処理専用, TSS 処理とバッチ処理混用など) 定義でき, 計算機システムはこのいずれかの形態で運用されるものとする.

計算需要は, p個のジョブ種別 J_k に分けて定義でき, 任意期間 (本モデルでは以後1日を仮定する) に処理すべきユーザ・ジョブの CPU 使用時間として与える. メモリ量, 2次記憶への入出力回数などは考慮していない.

計算機システムの運用時間帯 T_t は, q種類 (たとえば昼間, 夜間など) に分けて定義でき, 計算需要のうち昼間に処理しなければならない割合などが制約式で定義できるようになっている.

また, 以下の記述を簡単にするため, 計算機 M_i を F_j で運用する計算機システムを S_{ij} で表す.

この章で示す混合整数計画モデルは, (2.9)～(2.12)で定式化される. 以下に変数, 入力データ, 制約式, 目的関数について記述する.

2.3 変 数

このモデルで使用する変数は, 次の2種類である.

y_{ij}: 複合計算機システムにおいて, 計算機システム S_{ij} の採用される数を示す非負整数変数.

x_{kijt}: ジョブ種別 J_k の計算需要のうち, 計算機システム S_{ij} で運用時間帯 T_t に処理される割合を示す非負実数変数.

2.4 入力データ

(1) 計 算 需 要

d_k: ジョブ種別 J_k の1日の計算需要. 対象計算機 M_i のうち, スカラ計算機でいちばん処理能力の低い計算機の CPU 時間に換算して与える.

r_{kt}: 計算需要 d_k のうち, 運用時間帯 T_t に処理しなければならない計算需要割合.

(2) 対象計算機の価格, 性能

c_i: 計算機 M_i のコスト. 計算需要 d_k で CPU 時間の定義に用いたスカラ計算機のコストを 1.0 に基準化し, 相対コストとして与える.

u_i: 計算機 M_i のスカラ処理能力. CPU 時間の定義に用いたスカラ計算機のスカラ処理能力を 1.0 に基準化し, 相対処理能力として与える.

v_{ik}: ジョブ種別 J_k の計算需要を計算機 M_i で処理した場合のベクトル処理による処理速度向

上比．対象計算機がスカラ計算機の場合は 1.0 を与える．

(3) OS の使う CPU 時間割合

ε_{ijt}：計算機システム S_{ij} の運用時間帯 T_t において，OS などユーザ・ジョブ以外の使う CPU 時間割合（オーバヘッド率）．$0.0 \leqq \varepsilon_{ijt} < 1.0$ である．$1.0-\varepsilon_{ijt}$ がユーザ・ジョブ（計算需要）に使用可能な CPU 時間割合となる．

(4) 計算機システムの運用時間

h_t：運用時間帯 T_t の時間．

(5) 最大許容システム数．

N：複合計算機システムに許容される最大システム数．

2.5 制約式

本論文で示すモデルの基本的な制約式は，次の 3 種類である．実際に適用する場合には，各ユーザ固有の運用制約などを追加するのが望ましい．

(1) システム数制約（1 本）

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} y_{ij} \leqq N \tag{2.2}$$

これは，システム数が最大 N まで許されることを示す．y_{ij} は非負整数変数であるから，$y_{ij} \leqq N$ となる．

(2) ジョブ処理制約（$p\times(q+1)$ 本）

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{q} x_{kijt}=1.0 \quad (k=1,\cdots,p) \tag{2.3}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{kijt} \geqq r_{kt} \quad (k=1,\cdots,p\,;\ t=1,\cdots,q) \tag{2.4}$$

(2.3) は，1 日制約で，各ジョブ種別の計算需要がいずれかの計算機システムですべて処理されることを示す．(2.4) は，運用時間帯ごとの制約で，各ジョブ種別の計算需要のうち少なくとも r_{kt} の割合は運用時間帯 T_t で処理されなければならないことを示す．このモデルの最適解において，$x_{kijt}>0$ となる負荷配分先の計算機システム S_{ij} が $y_{ij}>0$ として存在することは，次の計算機処理能力制約式で保証される．

(3) 計算機処理能力制約（$m\times n\times q$ 本）

$$\sum_{k=1}^{p}\frac{d_k}{v_k}x_{kijt} \leqq (1.0-\varepsilon_{ijt})h_t u_i y_{ij}$$
$$(i=1,\cdots,m\,;\ j=1,\cdots,n\,;\ t=1,\cdots,q) \tag{2.5}$$

左辺は，計算機システム S_{ij} の運用時間帯 T_t に負荷配分される計算需要で，右辺の S_{ij} の T_t における処理能力以下であることを示す．両辺とも $u_i=1.0$ と基準化したスカラ計算機の CPU 時間単位で表されている．

2.6 目的関数

$$G=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_i y_{ij} \Rightarrow \text{最小} \tag{2.6}$$

これは，計算需要を処理可能な計算機構成のなかで，計算機コストの和が最小となるものを最適とすることを示す．

2.7 混合整数計画問題への定式化

2.3〜2.6 節で定義したモデルを混合整数計画問題に定式化する．y_{ij}, x_{kijt} をそれぞれ，

$$\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}=[y_{11}, y_{12}, \cdots, y_{ij}, \cdots, y_{mn}] \tag{2.7}$$

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}=[x_{1111}, x_{1112}, \cdots, x_{kijt}, \cdots, x_{pmnq}] \tag{2.8}$$

とベクトル表現する．ここで $\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}$ はそれぞれ $\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}$ の転置ベクトルを示す．次に制約式 (2.2)〜(2.5)，評価関数 (2.6) に使用されている y_{ij}，x_{kijt} を (2.7)，(2.8) の $\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}$ に対応させて記述することにより，このモデルは以下に示す混合整数計画問題に定式化される．

［混合整数計画問題］

$$\begin{cases} \text{制約式}: A\boldsymbol{x}+B\boldsymbol{y} \leqq \boldsymbol{b} & (2.9) \\ \qquad\qquad \boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{0},\ \text{実数} & (2.10) \\ \qquad\qquad \boldsymbol{0} \leqq \boldsymbol{y} \leqq \boldsymbol{N},\ \text{整数} & (2.11) \\ \text{目的関数}: \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \Rightarrow \text{最小} & (2.12) \end{cases}$$

ここで，A, B はそれぞれ (2.2)〜(2.5) における $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ の係数行列，$\boldsymbol{b}$ は定数ベクトルである．$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}$ は $\boldsymbol{c}$ の転置ベクトルである．$\boldsymbol{0}, \boldsymbol{N}$ はそれぞれ全要素が $0, N$ の値をもつ列ベクトルである．

この混合整数計画問題の最適解を $(\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{y}^*)$ とすると，$\boldsymbol{y}^*$ のなかで正の値をとった y^*_{ij} が最適計算機構成において必要とされる計算機システム S_{ij} の数であり，$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} y^*_{ij}$ がコスト最小の総システム数となる．

3. 最適計算機構成と最適計算機構成のもとでの最適ジョブ負荷配分を同時に求める混合整数計画モデル

2 章では，最適計算機構成を求めるモデルを示した．本章では，このモデルを最適計算機構成のもとで総計算機運転時間を最小とする最適ジョブ負荷配分も同時に求めることができるように拡張する．

この問題は，一般には多目的計画法[12]において目的関数に優先順位をつける辞書的配列法によって解かれる．これは，G_1 を 2 章と同様に総計算機コストを最

小にする最適計算機構成を求める目的関数，G_2 を総計算機運転時間を最小にする最適ジョブ負荷配分を求める目的関数とすると，まず G_1 を最小化する問題を解き，次に G_1 の最小値を G_1^* とすると $G_1=G_1^*$ を制約式に追加して G_2 を最小化する問題を解く方法である．

本論文では，優先順位の高い上位の目的関数 G_1 が整数変数のみで構成されていることを利用して，この問題を1回で解けるようにする．

この問題の目的関数 G を次のように定める．

$$G=\omega G_1+G_2 \Rightarrow 最小 \tag{3.1}$$

ここで，

$$G_1=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_i y_{ij} \tag{3.2}$$

$$G_2=\sum_{k=1}^{p}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{q}\frac{d_k x_{kijt}}{(1.0-\varepsilon_{ijt})u_i v_{tk}} \tag{3.3}$$

である．ω は，入力データで，

$$\omega>\omega_1 G_2^{max} \tag{3.4}$$

を満足するように与える．ω_1 は，計算機コスト c_i の入力精度の逆数で，たとえば c_i を小数点以下2桁の精度でデータ入力するならば $\omega_1=100$ とする．G_2^{max} は，G_2 のとりうる最大値で，N システムの1日の計算機運転時間の和であるから，上限をあらかじめ計算できる．

ゆえに，y_{ij} が非負整数変数であることから，(3.4)を満足する ω を用いれば，(3.1)における ωG_1 の最小計算単位は，G_2 のとりうる最大値 G_2^{max} より大きいことが保証される．このことは，(3.1)の目的関数 G を用いると，計算機構成の最適化がジョブ負荷配分の最適化より優先されて行われ，同時にジョブ負荷配分の最適化も行うことができる．(3.1)は，多目的計画法の重みパラメータ法として見かける形であるが，優先度の高い上位の目的関数の最小計算単位と優先度の低い下位の目的関数の上限があらかじめ計算できる場合は，辞書的配列法によって複数回の実行で最適解が得られる問題をこのように1回で解くようにすることができる．

4. ベクトル計算機の経済性評価の適用例

4.1 適用問題

2，3章で示した混合整数計画モデルをベクトル計算機の経済性評価に適用した例を示す．これは，筆者らの計算センターの場合，いつ，どの程度ジョブがベクトル計算機向きになったときにベクトル計算機が全体システムのなかで経済的に意味をもつかを調べたものである．昭和59年度～昭和62年度の予測計算需要に対して，ジョブのベクトル処理移行割合を変えてケース・スタディを行ったものである．

4.2 対象とする計算機種

科学技術計算用大型計算機をベクトル処理能力によって次のように3分類する．

V：ベクトル計算機 (CRAY 1M, CRAY X-MP, FACOM VP-100/200, HITAC S 810-10/20 など)．

I：簡易型ベクトル計算機 (HITAC M-280 H IAP 付き，ACOS 1000 (IAP 標準) など)．

S：汎用大型スカラ計算機 (IBM 3081 D, FACOM M-380, HITAC M-280 H など)．

この適用例においては，1システムを構成する計算機として以下の6機種を比較対象とした．

M_1: V 2, M_2: V 1, M_3: I-I,

M_4: I, M_5: S-S, M_6: S

V 2, V 1 は，ベクトル計算機で，V 2 のほうが V 1 よりベクトル処理能力が高いとする．I-I, S-S は，密結合 2 CPU 構成の計算機を示す．ただし，この適用例の M_1～M_6 は，必ずしも特定の商用機に対応させたものではない．

4.3 計算機システムの運用形態

全体システムは最大4システムまで許容する．各計算機システムの運用形態は，次の F_1, F_2 の2通りとする．

F_1: 1日中，バッチ処理専用

F_2: 昼間は TSS 処理とバッチ処理混用，夜間はバッチ処理専用

また，1日の運用時間帯は，次の T_1, T_2 の二つに分ける．

T_1: 昼間の運用時間

T_2: 夜間の運用時間

4.4 ジョブ種別

バッチジョブは，ベクトル処理の効果度合いに応じて J_1～J_4 の4種類，TSS ジョブは，ベクトル処理の効果がないものとして J_5 の1種類を設け，合計5種類のジョブ種別とする．

J_1: スカラジョブ (ベクトル処理効果なし)

J_2: 低ベクトルジョブ (〃 低い)

J_3: 中ベクトルジョブ (〃 普通)

J_4: 高ベクトルジョブ (〃 高い)

J_5: TSS ジョブ

4.5 変数の定義

表1に計算機システム S_{ij} の採用される数を示す非負整数変数 y_{ij} を示す.

表2に計算需要の負荷配分先を示す非負実数変数 x_{kijt} を示す.

4.6 制約式の定義

4.3 節で示した運用形態を 2 章で示した制約式の考え方に適用すると以下のようになる.

（1） システム数制約（1本）

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{2} y_{ij} \leqq 4 \tag{4.1}$$

（2） ジョブ処理制約（9本）

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} x_{kijt}=1.0 \quad (k=1,\cdots,4) \tag{4.2}$$

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{2} x_{kij1} \geqq r_k \quad (k=1,\cdots,4) \tag{4.3}$$

$$\sum_{i=1}^{6} x_{5i21}=1.0 \tag{4.4}$$

(4.2), (4.3)は，それぞれバッチジョブ種別に対する 1 日制約，昼間制約である．夜間の制約は設けていない．(4.4)は，TSS ジョブ種別に対する制約である．TSS の計算需要 (d_5) は，TSS 処理を行っている計算機システム (S_{i2}) で昼間 (T_1) にすべて処理されることを示している.

（3） 計算機処理能力制約（24本）

$$\sum_{k=1}^{5}\frac{d_k}{v_{ik}} x_{kijt} \leqq (1.0-\varepsilon_{ijt}) h_t u_i y_{ij}$$
$$(i=1,\cdots,6;\ j=1,2;\ t=1,2) \tag{4.5}$$

4.7 入力データ

（1） 計 算 需 要

表3にベースケース（表6の S59.4321 のケースに対応）の計算需要 d_k とこのうち昼間の運用時間帯 T_1 で処理しなければならない割合 r_k を与える．計算需要は，スカラ計算機 S(FACOM M-380 を想定）の CPU 時間で表している.

（2） 計算機の価格，性能

表4に計算機コスト c_i と性能 u_i, v_{ik} を与える．密結合 2 CPU 構成の場合は，1 CPU に対してコストを 1.6 倍，スカラ処理能力を 1.8 倍としている.

（3） OS の使う CPU 時間割合

表5に OS の使う CPU 時間割合 ε_{ijt} を与える．現在のところ，ベクトル計算機は TSS 処理には不向きなので，$\varepsilon_{121}=\varepsilon_{221}=0.50$ と高くした．2 CPU 構成の計算機の場合，$\varepsilon=0.06$ は 1 CPU に換算すると性能比を 1.8 倍としているので 0.108 になる.

（4） 計算機システムの運用時間

昼間の運用時間 $h_1=10$ 時間，夜間の運用時間 $h_2=13$ 時間とする.

4.8 評 価 関 数

$$G=\omega\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{2} c_i y_{ij} + \sum_{k=1}^{5}\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{2}\sum_{t=1}^{2}\frac{d_k x_{kijt}}{(1.0-\varepsilon_{ijt}) u_i v_{ik}} \Rightarrow 最小 \tag{4.6}$$

ここで，ω は，c_i を小数点以下第 2 位まで入力データで与え，Gの第 2 項が 1 日の計算機運転時間の和を

表 1 整数変数 y_{ij}
Table 1 Integer variable y_{ij}.

計算機：M_i	運用形態：F_j	
	F_1 (バッチ専用)	F_2 (TSS, バッチ混用)
M_1 (V 2)	y_{11}	y_{12}
M_2 (V 1)	y_{21}	y_{22}
M_3 (I-I)	y_{31}	y_{32}
M_4 (I)	y_{41}	y_{42}
M_5 (S-S)	y_{51}	y_{52}
M_6 (S)	y_{61}	y_{62}

表 2 実 数 変 数 x_{kijt}
Table 2 Real variable x_{kijt}.

<table>
<tr><td rowspan="3">ジョブ種別 J_k</td><td>運用形態：F_j</td><td colspan="12">F_1</td><td colspan="12">F_2</td></tr>
<tr><td>計 算 機：M_i</td><td colspan="2">M_1</td><td colspan="2">M_2</td><td colspan="2">M_3</td><td colspan="2">M_4</td><td colspan="2">M_5</td><td colspan="2">M_6</td><td colspan="2">M_1</td><td colspan="2">M_2</td><td colspan="2">M_3</td><td colspan="2">M_4</td><td colspan="2">M_5</td><td colspan="2">M_6</td></tr>
<tr><td>運用時間帯：T_t</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td><td>T_1</td><td>T_2</td></tr>
<tr><td colspan="2">J_1 (スカラジョブ)</td><td colspan="24" rowspan="5">$x_{kijt}\begin{cases}k=1,\cdots,5\\ i=1,\cdots,6\\ j=1,2\\ t=1,2\end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">J_2 (低ベクトルジョブ)</td></tr>
<tr><td colspan="2">J_3 (中 〃)</td></tr>
<tr><td colspan="2">J_4 (高 〃)</td></tr>
<tr><td colspan="2">J_5 (TSS ジョブ)</td></tr>
</table>

表 3 計算需要 (CASE=S 59.4321)
Table 3 CPU demands (CASE=S 59.4321).

ジョブ種別 J_k	計算需要 d_k	昼間の処理割合 r_k
J_1	34.72H	0.4
J_2	26.04	0.3
J_3	17.36	0.2
J_4	8.68	0.1
J_5	4.20	1.0

表 4 計算機の価格，性能
Table 4 Cost and processing speeds of each computer.

計算機 M_i	コスト c_i	スカラ性能 u_i	ベクトル処理による速度向上比 v_{ik}				
			J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
M_1(V 2)	2.0	1.0	1.0	2.0	5.0	18.0	1.0
M_2(V 1)	1.5	1.0	1.0	1.8	4.0	10.0	1.0
M_3(I-I)	1.84	1.8	1.0	1.3	1.8	3.0	1.0
M_4(I)	1.15	1.0	1.0	1.3	1.8	3.0	1.0
M_5(S-S)	1.6	1.8	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
M_6(S)	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

表 5 OS の CPU 使用割合
Table 5 Used ratio of CPU time by OS.

M_i \ F_j / T_t	F_1(バッチ専用)		F_2(TSS, バッチ混用)	
	T_1(昼間)	T_2(夜間)	T_1(昼間)	T_2(夜間)
M_1(V 2)	0.08	0.08	0.50	0.08
M_2(V 1)	0.08	0.08	0.50	0.08
M_3(I-I)	0.06	0.06	0.15	0.06
M_4(I)	0.08	0.08	0.20	0.08
M_5(S-S)	0.06	0.06	0.15	0.06
M_6(S)	0.08	0.08	0.20	0.08

示していることから，100×4(システム)×24(時間)=9,600 より大きい 10^5 を与える．

4.9 ケース・スタディの結果

表 6 にケース内容と計算結果を示す．ケース番号 S××.△△△△ は，××が年度，△△△△がそれぞれバッチ計算需要に対するジョブ種別 J_1, J_2, J_3, J_4 の計算需要割合を 10 分比で示したものである．計算需要は，1 年のうちで需要がピークとなる年度末の 1 日平均 (S 58 年度実績) をとり，バッチ計算需要，TSS 計算需要とも今後年率 40% 増で推移するものとしてケース・スタディを行っている．

表 6 の S 62.2251 のケースは，4 システム構成 (TSS 混用に S-S，バッチ専用に V 2, V 1, I-I) を採用したときが最も計算機コストが安く，S 計算機 1 台の 6.94 倍 (総コストにおいては，計算機コストが $\omega=10^5$ 倍されている) かかることを示している．また，4 システムの計算機運転時間の和は 89.78 時間で，表 7 のジョブ負荷配分が行われたときに最小となっている．処理能力余裕 CAP 211=2.05 は，処理能力制約 ($i=2$, $j=1, t=1$) において，スラック変数[12]が 2.05 をとり，V 1 計算機のバッチ専用システムの昼間の運用時間帯にまだ処理能力余裕があることを示す．

S 62.3241 のケースは，対象計算機がこのままでは 5 システム以上でないと計算需要をすべて処理できないことを示している．

この計算は，富士通社の数理計画法システム MPS/X-MIP[13]を用いて行われ，FACOM M-380 計算機で 1 ケース平均 5 秒の CPU 時間がかかった．混合整数

表 6 最適計算機システム構成
Table 6 Optimal computer complex.

ケース番号	TSS 混用 1	バッチ専用 2	3	4	総コスト	処理能力余裕
S 59. 6130	S	I	S-S		375066.18	CAP 622=2.58
〃 4321	S-S	I-I			344042.98	CAP 521=3.57, CAP 522=1.17
〃 3331	S-S	V1			310042.44	CAP 521=0.68
S 60. 5230	S-S	V1	S-S		470064.69	CAP 211=2.74, CAP 521=2.02
〃 3331	S-S	V1	I		425065.69	CAP 412=3.04
〃 2341	S	V1	S-S		410061.85	CAP 621=2.10, CAP 622=4.16
S 61. 4231	S-S	V1	I	S-S	585088.24	CAP 412=3.47
〃 2341	S-S	V1	I	I	540090.78	CAP 412=1.11
〃 2151	S-S	V2	S		460064.98	CAP 612=3.70
S 62. 3241	解不能 (4 システム以内では不可)				—	—
〃 2251	S-S	V2	V1	I-I	694089.78	CAP 211=2.05
〃 1162	S-S	V1	V1	S	560089.68	CAP 612=2.14

表 7 最適ジョブ負荷配分 (CASE=S 62. 2251)
Table 7 Optimal job allocation (CASE=S 62. 2251).

ジョブ種別	時間帯	バッチ専用						TSS 混用					
		V2	V1	I-I	I	S-S	S	V2	V1	I-I	I	S-S	S
スカラ	昼			0.32								0.08	
	夜			0.14								0.46	
低ベクトル	昼		0.27	0.05									
	夜		0.26	0.42									
中ベクトル	昼	0.38											
	夜	0.45	0.17										
高ベクトル	昼	0.10											
	夜	0.90											
TSS	昼											1.00	
	夜												

計画問題用の MIP モジュールの使用においては，準整数トレランス FTOLIMX[14] の標準値を 0.0001 に変更して使った．

5. おわりに

一地域複合計算機システムの最適計算機構成を求める混合整数計画モデルとベクトル計算機の経済性評価への適用例を示した．

地域分散形複合計算機システムを対象とした従来の最適化モデルは，

(イ) 非線形モデルで，しかも問題の性質を利用したアルゴリズムで解かれているため，他の問題に適用して解くのは容易でない．

(ロ) 整数変数のみで記述されているため，タスク単位でモデルを記述する必要があり，不特定多数の計算需要をもつ問題には適用できない．

など可用性に乏しい面があった．

本モデルも，ベクトル計算機を対象計算機として扱えるようにしたため，当初は非線形混合 0-1 整数計画モデルで記述され，解法に困った．しかし，変数を増やし，モデルを再構成することにより，同じ問題をより詳しく解ける線形の混合整数計画モデルに改良できた．このため，既存の汎用ソフトウェアで簡単に解けるようになっている．(Chen, Ma のモデルも，X_i, X_j がともに 0-1 整数変数のとき，$X_i \times X_j$ の形ですべての非線形項が現れているので，X_{ij} の形で 0-1 変数を定義すれば線形モデルで記述可能と思われる)．

計算機の高速化にともない，数理計画分野では，線形モデルであればかなり大きな問題でも汎用ソフトウェアでさほど計算時間を気にすることなく解けるようになっている．このため，本モデルも，(1) メモリ，2 次記憶を考慮する，(2) 計算機システムを使う人間のコストを考慮する，(3) 多年度モデルにする，などの拡張が今後課題として残される．

計算機構成の設計，計算機の比較評価などは，単に計算機コストのみでなく，計算機の使いやすさなど人間・計算機系全体を考慮して行わねばならない．本モデルは，こうした問題点を考慮した上で使用されるならば，計算機交換時などにおいて有用なツールとなりうる．

参考文献

1) Kuck, D. J.: *The Structure of Computers and Computations*, Vol. 1, John Wiley & Sons, New York (1978).
2) Trivedi, K. S. et al.: Optical Selection of CPU Speed, Device Capacities, and File Assignments, *J. ACM*, Vol. 27, No. 3, pp. 457–473 (1980).
3) Chen, P. P. and Akoka, J.: Optical Design of Distributed Information Systems, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-29, No. 12, pp. 1068–1080 (1980).
4) Ma, P. R. and Lee, E. Y. S.: A Task Allocation Model for Distributed Computing Systems, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-31, No. 1, pp. 41–47 (1982).
5) 北嶋弘行他：計算機システムの構成設計支援技法 ISCP/S, 情報処理学会計算機システムの制御と評価研究会資料，17-6, pp. 1–8 (1982. 10).
6) 田中善一郎：500 MFLOPS 級の商用スーパコンピュータが稼動へ，日経コンピュータ，No. 314, pp. 108–126 (1983).
7) 唐木幸比吉他：特集＝スーパーコンピュータ，*Computer Today*, No. 2, サイエンス社，東京

(1984).
8) 刀根　薫：数理計画，朝倉書店，東京 (1978).
9) 中原啓一他：新版システムズエンジニアハンドブック，オーム社，東京 (1982).
10) (株)富士通：FACOM VP システムプログラミング手引書 (FORTRAN 77/VP V10L10 用)，富士通マニュアル，VP-P 8301-3 (1984. 3).
11) 浅井　清：スーパー・コンピュータの動向と原子力分野におけるベクトル計算処理，原子力学会第16回「炉物理夏の学校」テキスト，pp. 69-88 (1984. 7).
12) 西川禕一他：最適化，岩波書店，東京 (1982).
13) (株)富士通：MPS/X 解説書，富士通マニュアル，70 AR-0500-2 (1978. 5).
14) (株)富士通：MPS/X 使用手引書，富士通マニュアル，64 AR-0500-2 (1978. 5).

(昭和59年8月27日受付)
(昭和60年2月21日採録)