

J_036

グラフィックスボードを用いた Delaunay 三角形分割

A Method for Delaunay Triangulation Generation using Graphics Hardware

鈴木 和愛† 内之宮 仁志† 西尾 孝治‡ 小堀 研一‡
 Kazuchika Suzuki Hitoshi Uchinomiya Koji Nishio Ken-ichi Kobori

1. はじめに

Delaunay 三角形分割は歪みの少ない三角形で空間を分割することができるため、メッシュ生成や数値解析などに用いられている。しかし、多数の頂点データを扱う場合、処理コストが膨大になるといった問題点がある。本研究では、近年性能向上がめざましい 3D グラフィックスボード(以下 GPU)を用いて、Delaunay 三角形分割を高速化する手法を提案する。本手法では、ポロノイ分割と Delaunay 三角形分割が双対関係にあることを利用し、GPU を用いてポロノイ図を高速に作成し、ポロノイ図から得られる情報をもとに Delaunay 三角形分割に近似した結果を得る。

2. 本手法

本手法では、Delaunay 三角形分割とポロノイ分割が双対関係にあることを利用し、GPU を用いてポロノイ図の作成を高速に行い、その結果から Delaunay 三角形分割を行う。

本手法の処理手順は以下ようになる。

- ① ポロノイ図の作成
 - ② ポロノイ図の補正
 - ③ ポロノイ図から Delaunay 三角形分割に変換
- これらについて、以下に詳しく説明する。

2.1 ポロノイ図の作成

ポロノイ図が作成されるまでの流れを図 1 に示し、以下に説明する。

- ① 始めに母点を入力する。
- ② 各母点の領域を円状に広げていく。
- ③ 領域を円状に広げていくと領域同士が衝突し境界線が生成されていく。この境界線は衝突した領域に対応する母点間の垂直二等分線を表し、これがポロノイ辺となる。
- ④ 描画画面が埋め尽くされると、ポロノイ図の作成が終わる。

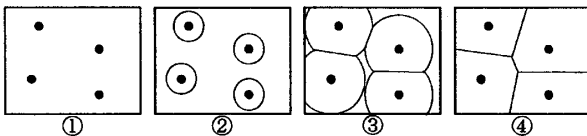


図1 ポロノイ図生成の流れ

各母点が描画されている状態を初期状態とする。このとき、各母点は異なるカラー値を持った 1 ピクセルで表される。一度の処理で各母点の領域を図 2 に示す範囲で拡大していく。図 3 に処理パターンの例を示す。同図に示すように、各ピクセルに対して図 2 の拡大範囲にあたるピクセルを参照する。参照したピクセルにカラー値を持ったピクセルがある場合に、そのカラー値を注目しているピクセル

のカラー値とする。

以上に説明した拡大処理を図 4(a)の状態に対して 1 回行うと、同図(b)に示すような結果が得られ、2 回行うと同図(c)に示すような結果が得られる。

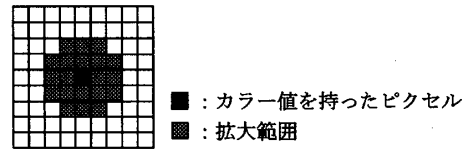


図2 一度に拡大する範囲

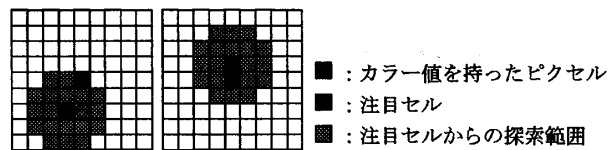


図3 処理パターンの例

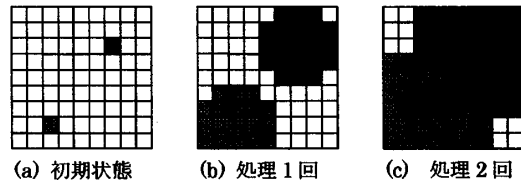


図4 処理結果

2.2 ポロノイ図の補正

ポロノイ図を作成するためには円状に領域を拡大していく必要があるが、本手法では正確な円状に領域を拡大していないため、ポロノイ図に歪みが生じる。以下にこの歪みを補正する方法を説明する。

母点が図 5(a)に示すような位置にある場合、ポロノイ領域の拡大処理をすると、同図(b)のような描画結果が得られる。この描画結果に対してポロノイ図の補正処理を行う。

各ピクセルの 8 近傍のピクセルを調べ、8 近傍のピクセルの中に注目しているピクセルと異なるカラー値を持つピクセルがある場合、その各ピクセルのカラー値が示す母点と注目しているピクセルとの距離の比較を行う。距離の比較は、注目しているピクセルの中心の座標と、各母点の座標のユークリッド距離で行う。そして、距離の短い方の母点のカラー値を注目しているピクセルのカラー値にする。

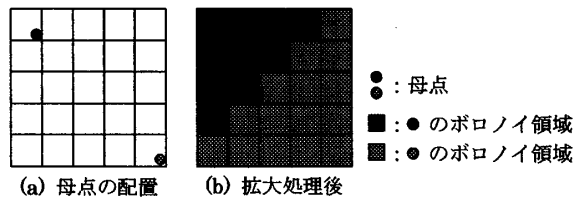


図5 ポロノイ図補正前

† 大阪工業大学大学院情報科学研究科
 ‡ 大阪工業大学情報科学部情報メディア学科

図 5(b)の左下のピクセルに対して以上の処理をした場合、図 6 に示すような線分 a と線分 b の距離の比較を行う。この場合、線分 a の距離の方が短いため、左下のピクセルのカラー値は黒丸の母点のカラー値となる。

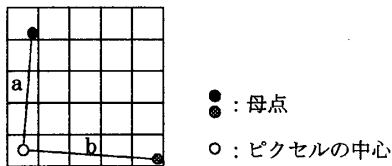


図 6 距離の比較

補正処理を図 5(b)の描画結果に対して行った場合、図 7 のような描画結果が得られる。ポロノイ領域の拡大処理を行った後、その描画結果に対して、この補正処理を行うことでポロノイ図に近似させることができる。

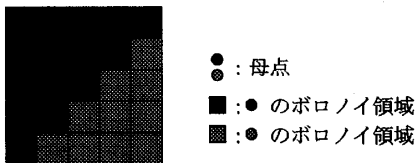


図 7 ポロノイ図補正後

2. 3 Delaunay 三角形分割への変換

ポロノイ図の描画結果から各領域の隣接関係を取得する。隣接関係の取得は GPU を用いて行い、各ピクセルにおいて、図 8 に示す 3 つの隣接するピクセルのカラー値を取得する。注目しているピクセルと隣接しているピクセルのカラー値が異なる場合、それらのカラー値に対応した母点を結ぶ。隣接関係にある各領域に対応する母点同士を結んでいくことで、Delaunay 三角形分割に変換することができる。

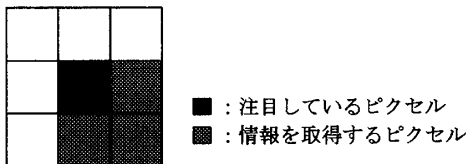


図 8 隣接関係取得

3. 実験・考察

本手法の有効性を検証するために実験を行った。従来法として、本手法と同じく GPU を用いて Delaunay 三角形分割を計算している山本の手法^[1]を挙げる。本手法と従来法の違いは、Delaunay 三角形分割に変換するための描画結果を作成する処理にある。そこで、本手法と従来法の描画処理時間を計測し、比較を行った。また、本手法の全体の処理時間を計測し、検証を行った。解像度は 1024×1024 で実験を行った。実験は、CPU に Intel Core Duo T2400 1.83GHz、GPU に GeForce Go 7400 を使用した。本手法と従来法の描画処理時間を図 9、本手法の全体の処理時間を図 10 に示す。

図 9 より、従来法は母点数が増加するにつれ、描画処理時間が増加するが、本手法は減少することが確認できる。従来法では、GPU で 3 次元凸包を計算し、その結果から Delaunay 三角形分割を求めている。GPU で 3 次元凸包を計算するために、母点の数だけ平面を描画している。そのため、母点数に比例して描画処理時間が増加している。それに対して本手法は、母点数が多いほど描画画面上の母点の

密度が高くなり、各母点の領域拡大処理の回数が減少するため、ポロノイ図の作成時間は減少し、収束していく。また、本手法と従来法の描画処理時間を比較すると、母点数が少ない場合は従来法の方が有効であるが、母点数が多い場合は本手法の方が有効であることが確認できる。

図 10 より、本手法は母点数が増加するにつれ、処理時間が減少していくが、母点数が 40,000 点を越えた辺りから処理時間が増加していることが確認できる。これは、ポロノイ図の作成時間と Delaunay 三角形分割へ変換する処理時間が関係している。本手法は、母点数が多いほどポロノイ図の作成時間は減少し、収束していくが、母点数が増加すれば、描画結果から Delaunay 三角形分割へ変換する処理時間は増加していくため、同図に示したように処理時間が変化している。

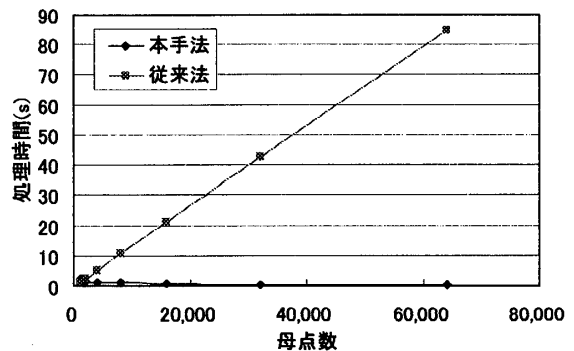


図 9 描画処理時間の比較

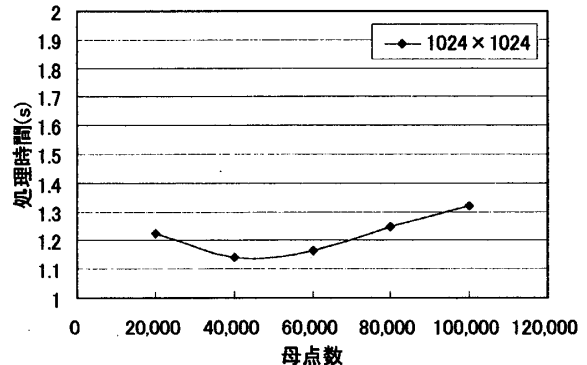


図 10 本手法の全体の処理時間

4. おわりに

本研究では、GPU を用いて Delaunay 三角形分割を高速に計算する手法を提案した。実験より、処理速度を計測し、本手法と従来法の描画処理時間の比較を行った結果、本手法が多数の母点に対しての処理において有効であることが確認できた。

今後の課題として、解像度と母点数の関係により、処理速度と精度がどのように変化するかを明確にし、状況に応じて最適な処理を行うようにすることが挙げられる。

<参考文献>

- [1] 山本 修身: “グラフィックスハードウェアを用いた Delaunay 三角形分割の高速計算”, 日本応用数学会論文集, Vol. 14, No. 4, 2004, pp. 235-266