

# Conjugate Gradient 法を用いた光散乱体中の光学パラメータ推定

## Noninvasive Optical Parameter Determination for Optical Scattering Medium Utilizing Conjugate Gradient Method

松浦 啓文  
Takafumi Matsuura

加藤 宏樹  
Hiroki Kato

小泉 槟吾  
Shingo Koizumi

谷藤 忠敏  
Tadatoshi Tanifuji

### 1. まえがき

生体血液中の酸化及び還元ヘモグロビンの光吸収係数波長依存性の相異を利用して生体活動を可視化する時間領域拡散光トモグラフィ(TDOT;Time-resolved Diffused Optical Tomography)実現可能性が指摘されている<sup>(1)</sup>。TDOTを光学的厚みの大きな実際の生体に適用するためには、後方散乱光パルスのみを用いた光学パラメータ推定法が望ましい<sup>(1)</sup>。推定する光学パラメータが数百～数千にも達するTDOTの逆問題解析法としてConjugate Gradient法<sup>(2), (3)</sup>とTruncated Newton法<sup>(4)</sup>がロバスト性が高いと言われている。本報告は、筆者らが定式化した不均一グリッドを用いたFDTD(Finite Difference Time Domain)法<sup>(5), (6)</sup>をConjugate Gradient法による逆問題解析へ適用し、後方散乱光パルスのみから光学パラメータ推定を行った結果を報告する。

### 2. 光学パラメータ推定法

本報告では簡単のため光学パラメータ推定は2次元光散乱体について行った。

#### 2.1 FDTD法による順方向解析

TDOTの光学パラメータ推定を行う際の計算時間短縮と使用メモリ削減のため、図1に示すように散乱体を $2^2$ 、 $4^2$ 及び $8^2\text{mm}^2$ の不均一グリッド<sup>(6)</sup>に離散化した。一般的に後方散乱光パルス波形への光学パラメータの影響は表面から離れるに従い小さくなる。また不均一グリッドを用いることにより逆問題解析におけるパラメータ数を1/3程度に減少できる。このため図1に示す離散化法は逆問題解析におけるローカルミニマムを避けるために有効であると考えられる。なお本解析法は積分型の光拡散方程式をベースにしているので、格子内で光学パラメータが不均一な場合でも数値解析誤差は原理的に生じず、格子サイズ上限は差分誤差のみで規定される<sup>(6)</sup>。

#### 2.2 Conjugate Gradient法による逆問題解析

光学パラメータ推定は以下の自乗残差 $\chi^2$ の最小値を探索することにより行う。

$$\chi^2 = \sum_{s \in M} \sum_n \frac{(Y_s^n - U_s^n(\zeta))^2}{2\sigma(s,n)^2} \quad (1)$$

ここで $M$ は検出位置の集合を示し、 $Y_s^n$ 及び $U_s^n(\zeta)$ は時刻 $n\Delta t$ 、検出位置 $s$ の光パルス振幅実測値及び理論値を示す。また $\zeta$ は光学パラメータ、 $\sigma(s,n)$ はノイズ標準偏差を示し、 $Y_s^n$ は理論波形にポアソン乱数を重畠することで生成した。図1に示すように、散乱体表面に24mm間隔に3個の光源、12mm間隔に5個の検出器を配置した。時間ステップ $n$ は600とし、 $Y_s^n$ はピーク値から $10^4$ 以上の値を

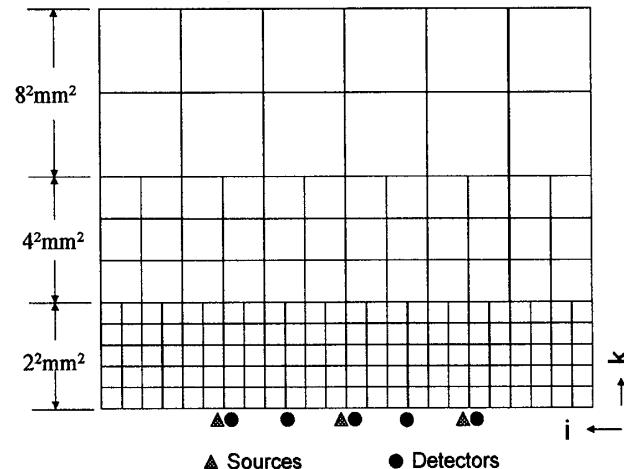


図1 2次元不均一グリッドの構成と光源・検出器配置

使用した。

光学パラメータ推定は以下のConjugate Gradient法<sup>(2)</sup>に依った。各Yee格子の光学パラメータ $\zeta$ による $\chi^2$ の全微分 $\mathbf{g}_i$ を次式で計算する。

$$\mathbf{g}_i = \frac{d\chi^2}{d\zeta} = \frac{\chi^2(\zeta + \Delta\zeta/2) - \chi^2(\zeta - \Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta} \quad (2)$$

$\mathbf{g}_i$ の初期ベクトルを $\mathbf{g}_0$ とし対応する共役ベクトルを $\mathbf{h}_0 = \mathbf{g}_0$ に設定する。 $\mathbf{h}_0$ の方向にline minimizationを行い $\chi^2$ の最小点で $\mathbf{g}_1$ を計算しこれと共に共役なベクトル $\mathbf{h}_1$ 方向に再びline minimizationを行う。以下の式に従って $\mathbf{h}_{i+1}$ を計算して、同様の操作を繰り返し $\chi^2$ の最小値を探査する。

$$\mathbf{h}_{i+1} = \mathbf{g}_{i+1} + \gamma_i \mathbf{h}_i \quad (3)$$

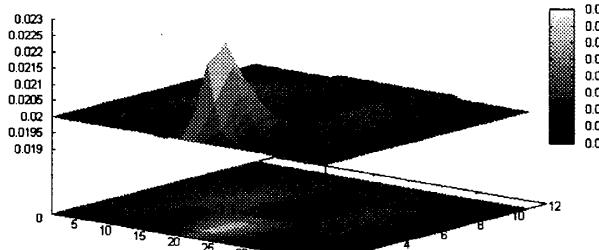
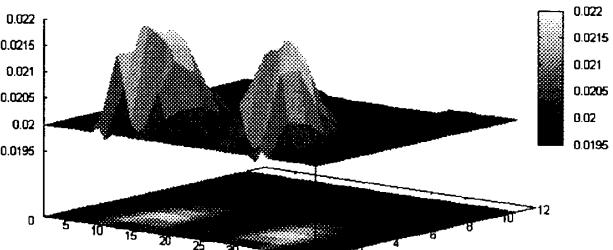
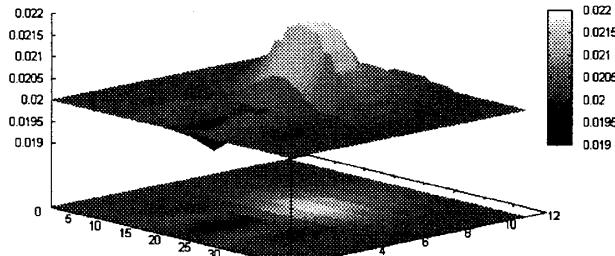
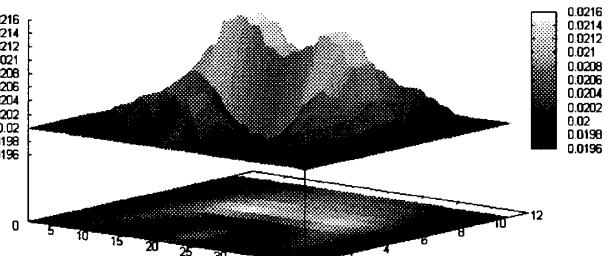
$$\gamma_i = \frac{(\mathbf{g}_{i+1} - \mathbf{g}_i) \cdot \mathbf{g}_{i+1}}{\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{g}_i} \quad (4)$$

### 3. 光学パラメータ推定結果

$80 \times 38 \text{ mm}^2$ の2次元光散乱体中の光学パラメータを2.2節の方法により推定した結果を述べる。なお本検討では図1の $8^2\text{mm}^2$ グリッドを除いた309個の光学パラメータを推定した。以下Yee格子の位置を図1の(i,k)で示す。

#### 3.1 光吸収係数推定結果

図1で背景の光吸収及び散乱係数をそれぞれ $0.02 (\text{mm}^{-1})$ 及び $2.0 (\text{mm}^{-1})$ と仮定し、(20,2)のYee格子光吸収係数のみが $0.04 (\text{mm}^{-1})$ に変化した時の光吸収係数を推定した。初期値を全て $0.02 (\text{mm}^{-1})$ としたときの推定結果を図2に示す。推定値に誤差があるが $2^2\text{mm}^2$ 単位グリッドの光吸

図2  $2^2\text{mm}^2$ Yee格子の吸収係数が変化した時の推定値分布図3  $2^2\text{mm}^2$ Yee格子の孤立2領域の吸収係数が変化した時の推定値分布図4  $4^2\text{mm}^2$ Yee格子吸収係数が変化した時の推定値分布図5  $4^2\text{mm}^2$ Yee格子の孤立2領域の吸収係数が変化した時の推定値分布

吸係数変化は同定可能である。

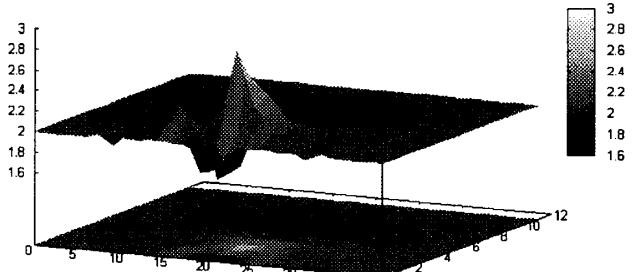
本推定法の空間分解能の目安を得るために、20mm 離れた(10,2)及び(30,2)の $2^2\text{mm}^2$ Yee 格子光吸収係数を $0.04(\text{mm}^{-1})$ に変化したときの推定結果を図3に示す。2個の領域の光吸収係数変化は分離して同定可能なことが分かる。

次に、散乱体深部の推定可能性を調べるために( $k=6\sim 8$ )の $4^2\text{mm}^2$ グリッドの Yee 格子光吸収係数の推定を行った。まず(10,6)の光吸収係数を $0.04(\text{mm}^{-1})$ として光吸収係数の推定を行った結果を図4に示す。図からこの場合も光吸収係数変化は同定可能なことが分かる。なお(10,7)及び及び(10,8)についても同様の推定を行った結果、光吸収係数変化の同定は可能なことが分かった。但しコントラストは $k$ の値が増えるに従い劣化する。次に光吸収係数が $0.03(\text{mm}^{-1})$ に変化した場合について同様の推定を行ったが、推定精度は前の結果とほぼ同様であった。以上は光散乱係数が $2.0(\text{mm}^{-1})$ の場合を推定したが、これを $1.0(\text{mm}^{-1})$ に変化した場合推定精度のわずかな向上が見られた。

図5は32mm 離れた(6,6),(14,6)の Yee 格子光吸収係数を $0.04(\text{mm}^{-1})$ に変化としたときの推定結果を示す。図から、2個の領域の光吸収係数変化は分離同定可能であることが分かる。

### 3.2 光散乱係数推定結果

$k=0\sim 5$  の $2^2\text{mm}^2$ グリッドにおける Yee 格子光散乱係数変化について推定した結果について述べる。散乱係数は吸収係数に比べグリッド単位の推定が困難なため、4 個の Yee 格子 (20,2),(21,2),(20,3),(21,3) の光散乱係数を $4.0(\text{mm}^{-1})$ に変化したときの推定を行った。初期値を全て $2.0(\text{mm}^{-1})$ とした時の推定結果を図6に示す。推定値に誤差があり、散乱係数変化のない部分に変化が見られるが、光散乱係数変化はほぼ同定可能と考えられる。また今回の光学パラメータ推定は11回の繰り返しを行い、CPU クロック 2.4GHz の PC で約 50 分要した。

図6  $2^2\text{mm}^2$ Yee格子の散乱係数が変化した時の推定値分布

### 4.まとめと今後の課題

後方散乱光のみを用いた時間領域光トモグラフィの光学パラメータ推定に不均一グリッド FDTD 解析及び Conjugate Gradient 法を適用した。その結果、光学パラメータが変化した Yee 格子位置の同定が可能なことを明確にした。今後は、光学パラメータ推定精度向上のために(1)光源・検出器位置の最適配置法の明確化(2)Regularization 項の附加<sup>(7)</sup>及び(3)推定時間短縮のため Reverse Differentiation<sup>(3)</sup>等の検討を行う必要がある。

—参考文献—(1)F.Gao *et al.*, Appl. Opt. vol.41, no.4, pp.778-7791, 2002. (2)W.H. Press, A.Teukolsky, W.T.Vetterling and B.P.Flannery, Numerical Recipe in C++, Cambridge UK :CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2002, chap.10. (3)A.H.Hielscher *et al.*, IEEE TMI, vol.18, no.3, pp.262-271, 1999. (4)L.C.W.Dixon *et al.*, JOTA, vol.56, no.2, pp.245-255, 1988. (5)T.Tanifugi *et al.*, IEEE TMI, vol.21, no.2, pp.181-184, 2002. (6)T.Tanifugi *et al.*, OPTICAL REVIEW, vol.12, no.6, pp.480-485, 2005. (7)G.R.Lin *et al.*, CRC Press, Computational Inverse Techniques in Nondestructive Evaluation, 2003, chap.3.