

量子回路に対応した神経回路網の論理演算

A Neural Network According to Quantum Circuit for Logical Operation

前田道治†
Michiharu Maeda宮島廣美‡
Hiromi Miyajima

1. まえがき

量子計算 [1],[2] や神経回路網 [3] に関して多くの研究がなされている。量子計算に対して、量子回路を扱った神経回路網モデルが提案され、高い学習能力が示された [4]。しかし、このモデルは、一般の量子回路へ対応させるため、出力層に多くの神経素子をもつ。この神経素子は、神経回路網の実数計算の代わりに、量子力学的な計算に書き換えたモデルであり、実際の量子回路とは異なる構造をとっている。量子回路に従った量子ビット神経素子に対して、出力層の神経素子の数は従来法より少なく済むのではないかと期待されている [5]。

本論文では、文献 [4] に基づき、論理演算のための量子回路に従った量子ビット神経回路網の学習モデルを与え、出力層における神経素子の数を変化させたときの学習への影響を記述する。提案法は入力層にワーク量子ビットを含んだ3ビット量子回路を持ち、学習に最急降下法を用いている。さらに、学習能力を改善するため、修正モーメント法を適用している。出力層の神経素子の数に関して、学習に対する収束率や平均繰返し回数を検討する。特に、提案法は出力層で1個の神経素子でも学習できることを示す。数値結果は本手法が収束率や平均繰返し回数において有効であることを示している。

2. 量子計算

2.1 量子ビット

本節では文献 [4] に基づき、記述を与える。

量子計算機におけるビット表現は量子ビットにより表すことができる。量子ビットでは、状態0は $|0\rangle$ で表され、状態1は $|1\rangle$ で表される。2つの状態の重ね合わせは量子ビット $|\phi\rangle$ によって次のように表される。

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

ここで、 α と β は確率振幅と呼ばれる複素数である。

量子力学の分野では、 $|0\rangle$ と $|1\rangle$ が観測される確率は、それぞれ α と β の絶対値の2乗になる。なお、 α と β は次の関係を満たす。

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2)$$

† 久留米高専, Kurume National College of Technology

‡ 鹿児島大, Kagoshima University

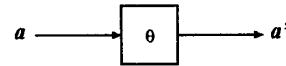


図1 1量子ビットに対する回転ゲート。

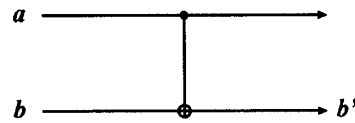


図2 2量子ビットに対する制御 NOT ゲート。

量子ビットにおける $|0\rangle$ と $|1\rangle$ を厳密に記述するために、次のような行列で表現する。

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

2.2 量子ゲート

量子回路は、図1と図2に示すように、回転ゲートと制御 NOT ゲートの量子論理ゲートにより構成される。回転ゲートの場合、1量子ビットの状態を θ 回転させるものである。制御 NOT ゲートの場合、量子ビット a が $|1\rangle$ であれば、出力 b' は量子ビット b の反転状態となる。つまり、制御 NOT ゲートは XOR 演算を実行するゲートである。

量子ビットの状態を記述するために、 $|0\rangle$ の確率振幅を実部に、 $|1\rangle$ の確率振幅を虚部に対応させ、量子状態として次のような複素関数表示を用いる。

$$f(\theta) = e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (4)$$

ここで、 i は虚数単位 $\sqrt{-1}$ である。

それゆえ、量子状態は次のように表される。

$$|\phi\rangle = \cos \theta|0\rangle + \sin \theta|1\rangle \quad (5)$$

量子状態の表記法に従って、回転ゲートと制御 NOT ゲートを記述する。回転ゲートは量子状態の位相をシフトする位相変換ゲートであるので、次式で記述される積の形でゲートを実現できる。

$$f(\theta_1 + \theta_2) = f(\theta_1)f(\theta_2) \quad (6)$$

制御 NOT ゲートを実現するためには反転と無反転を実現できなければならない。これはパラメータ γ を用

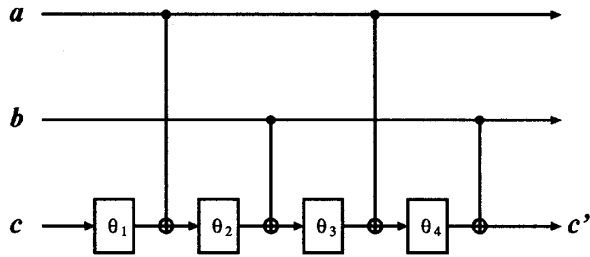


図3 3ビット量子回路.

いることによって次式で実現できる.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\gamma - \theta\right) = \begin{cases} \sin\theta + i\cos\theta & (\gamma = 1) \\ \cos\theta - i\sin\theta & (\gamma = 0) \end{cases} \quad (7)$$

ここで, γ は制御変数である. $\gamma = 1$ は反転状態を, $\gamma = 0$ は無反転状態を表す.

2.3 3ビット量子回路

図3に3ビット量子回路を示す. 量子回路は論理状態を持ち, $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ の値を変えることによって, ワーク量子ビット c は量子ビット a と b に対する論理演算の状態を持つ. 量子ビット c' に対して, AND 状態 $|a \cdot b\rangle$, OR 状態 $|a + b\rangle$, XOR 状態 $|a \oplus b\rangle$ は量子回路の出力として実現される.

2.4 神経回路網の量子回路

神経素子の発火状態を状態 $|1\rangle$ に, 非発火状態を状態 $|0\rangle$ に対応させることにより, 神経素子の状態は発火状態と非発火状態の重ね合わせとして考えられる. 式(4)に従って, n 個の神経素子から入力を受ける i 番目の神経素子 s_i の状態は次のように表される.

$$s_i = f(u_i) \quad (8)$$

このとき,

$$u_i = \frac{\pi}{2}g(\delta_i) - \arg(v_i) \quad (9)$$

$$v_i = \sum_{j=1}^n f(\theta_{ji})f(u_j) \quad (10)$$

ここで, $g(x)$ は次のようなシグモイド関数である.

$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (11)$$

量子回路対応神経回路網に関して, 2つの変数, つまり位相変数 θ と反転度変数 δ がある. θ は各神経素子間に, δ は各神経素子それぞれに存在する. θ と δ はそれぞれ反転ゲートの位相と制御 NOT ゲートの反転度に対応する.

3. 量子回路対応神経素子の学習モデル

3.1 モデル

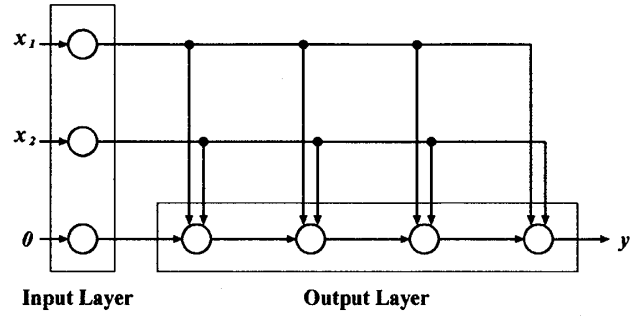


図4 量子回路対応神経素子のモデル.

本節では, 量子回路対応神経素子の新たな学習モデルを与える. 本手法は文献 [4] を改良したモデルである. 図4に量子回路に従ったネットワークモデルを示す. 入力層の x_j ($j = 1, 2, \dots, m$) と $x_0 (= 0)$, 出力層の y_k ($k = 1, 2, \dots, n$) は神経素子を表す. 各層における神経素子の具体的な入出力特性は次のように示される. なお, 上付の添字に関して, I は入力層を, O は出力層を表す. 下付の添字に関して, j は入力層の神経素子の番号を, k は出力層の神経素子の番号を表す.

I. 入力層における神経素子の入出力

入力層における神経素子の出力関数は次のように記述される.

$$u_j^I = \frac{\pi}{2}x_j \quad (12)$$

$$s_j^I = f(u_j^I), \quad (13)$$

ここで, x_j は入力 $\{0, 1\}$ を持つ. 出力関数 $f(x)$ は式(4)と一致する. 入力 0 の場合, $u_j^I = 0$ となり位相は実軸上にあるので, ネットワークへの入力は $|0\rangle$ が入力されることに相当する. 入力 1 の場合, $u_j^I = \pi/2$ となり位相は虚軸上にあるので, ネットワークへの入力は $|1\rangle$ が入力されることに相当する.

II. 出力層における神経素子の入出力

式(8), 式(9), 式(10)に従って, 出力層における神経素子の出力関数は次のように与えられる.

$$s_k^O = f(u_k^O) \quad (14)$$

$$u_k^O = \frac{\pi}{2}g(\delta_k) - \arg(v_k^O) \quad (15)$$

$$v_k^O = e^{i\theta_{k-1,k}}s_{k-1}^O + \sum_{j=1}^n e^{i\theta_{j,k}}s_j^I \quad (16)$$

ここで,

$$v_1^O = e^{i\theta_{0,1}}e^{i0} + \sum_{j=1}^n e^{i\theta_{j,1}}s_j^I \quad (17)$$

III. 最終出力

最終出力は, 状態 $|1\rangle$ の観測される確率を用いて, 表される. 虚部は状態 $|1\rangle$ の確率振幅を表すので, 出力は次のように絶対値の平方である.

$$y = \text{Im}(s_n^O)\text{Im}(s_n^O) \quad (18)$$

3.2 学習

量子回路対応神経素子の学習において、本論文では、最急降下法を用いている。評価関数は次のように与えられる。

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^M (y_p^t - y_p)^2 \quad (19)$$

ここで、 M はサンプルデータの数であり、 y_p^t は所望の出力、 y_p は神経素子の最終出力である。

評価関数 E の値を減少させるために、 θ と δ を次のように更新する。

$$\theta(t+1) = \theta(t) + \Delta\theta(t) \quad (20)$$

$$\delta(t+1) = \delta(t) + \Delta\delta(t) \quad (21)$$

続いて、 $\Delta\theta$ と $\Delta\delta$ を次のように計算する。

$$\Delta\theta(t) = -\eta \frac{\partial E}{\partial \theta} \quad (22)$$

$$\Delta\delta(t) = -\eta \frac{\partial E}{\partial \delta} \quad (23)$$

ここで、 η は学習定数である。

評価関数 E に対して、偏微分の負の値になるように $\Delta\theta$ と $\Delta\delta$ を更新することによって、評価関数の傾きが負の方向へ変数を更新することが可能となる。すなわち、評価関数はより小さな値をとるようになる。したがって、この過程を繰り返すことによって、評価関数 E の値が最小になるパラメータが決定される。

学習能力を改善するために、修正モーメント法を適用した。修正モーメント法とは学習パラメータの更新法を改良したものであり、式(22)と式(23)の代わりに、 $\Delta\theta$ と $\Delta\delta$ は次のように表される。

$$\Delta\theta(t+1) = -\eta \frac{\partial E}{\partial \theta} + \mu(t)\Delta\theta(t) \quad (24)$$

$$\Delta\delta(t+1) = -\eta \frac{\partial E}{\partial \delta} + \mu(t)\Delta\delta(t) \quad (25)$$

$$\mu(t+1) = \mu(t) + \Delta\mu \quad (26)$$

ここで、 μ は慣性項である。

4. 実験結果

数値実験に関して、位相変数 θ_{jk} は $[0, 2\pi)$ の中からランダムに与えられ、反転度変数 δ_k は初期値として $[-1, 1]$ の中からランダムに与えられる。本モデルの達成度を評価するために、ネットワークは AND, OR, XOR の基本論理演算を学習する。演算に対して、表 1 に示されるように、4 種類のパターンが学習の度に与えられる。結果は 500 回の試行の平均である。

図 5 に従来モデルと提案モデルにおける AND, OR, XOR の論理演算に対する収束率と平均繰返し回数をまとめる。ここで、最大学習回数は 1000 回であり、評価関数が 5.0×10^{-3} 以下のときを終了条件としている。なお、学習係数は最も良い結果に対する値を用いている(従来法: $\eta = 1.5$, 提案法: $\eta = 0.7$)。提案法は、出力層の少ない神経素子で、従来法より高い精度を示している。

表 1 AND, OR, XOR の論理演算.

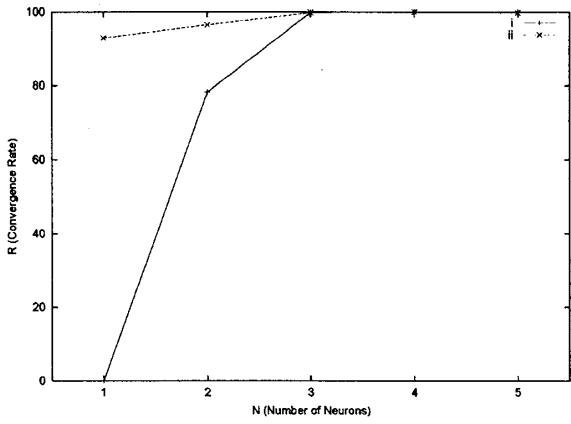
x_1	x_2	$y^t(\text{AND})$	$y^t(\text{OR})$	$y^t(\text{XOR})$
0	0	0	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	0

5. むすび

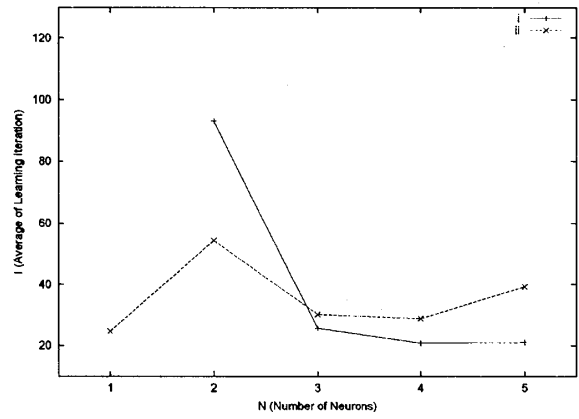
本論文では、論理演算のための量子回路に従った量子ビット神経回路網の学習モデルを記述し、神経素子を変えることによる学習への影響を記述した。提案法は入力層にワーク量子ビットを含んだ 3 ビット量子回路を持ち、学習に最急降下法を採用した。さらに、学習能力を改善するために、修正モーメント法を適用した。収束率や平均繰返し回数に関して、提案法は、従来法と比較して、出力層の少ない神経素子で有効であることを示した。特に、本手法は出力層の 1 個の神経素子に対して学習できることを示した。最後に、より有効な手法や他の問題への適用は今後の課題である。

文 献

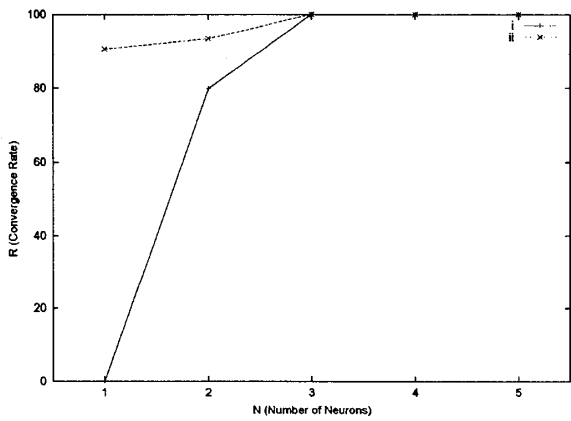
- [1] J. Gruska, Quantum computing, McGraw-Hill, 1999.
- [2] T. Yamada, Y. Kinoshita, S. Kasa, H. Hasegawa, and Y. Amemiya, "Quantum-dot logic circuits based on the shared binary-decision diagram," Jpn. J. Appl. Phys. vol.40, pp.4485-4488, 2001.
- [3] J. Hertz, A. Krogh, and R.G. Palmer, Introduction to the theory of neural computation, Addison-Wesley, 1991.
- [4] 松井伸之, 高井真人, 西村治彦, "量子描像ニューロンに基づく量子回路対応ネットワークモデル," 信学論, vol.J81-A, pp.1687-1692, 1998.
- [5] M. Maeda, M. Suenaga, and H. Miyajima, "A Learning Model in Qubit Neuron According to Quantum Circuit," L.Wang, K.Chen, and Y.S.Ong Eds., Advances in Natural Computation, ICNC 2005, LNCS.3610, pp.283-292, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.



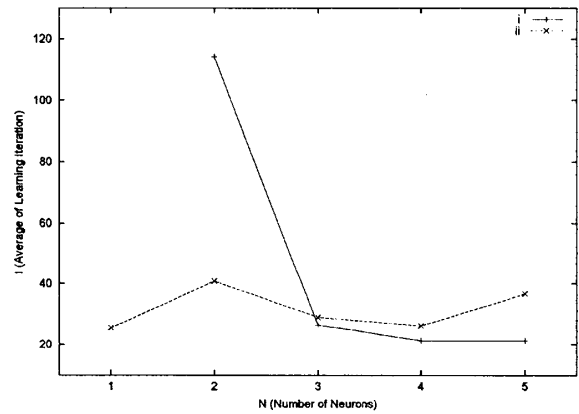
(a) AND の収束率



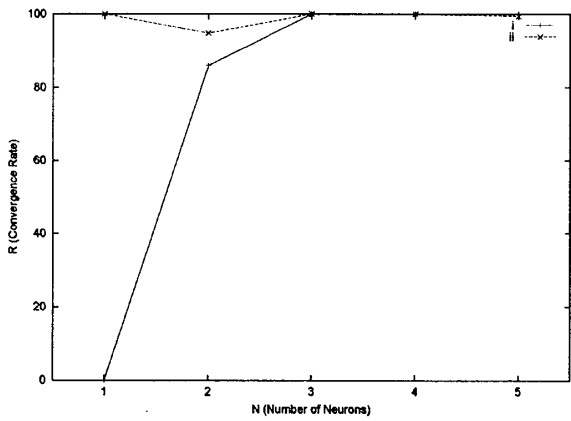
(b) AND の平均繰り返し回数



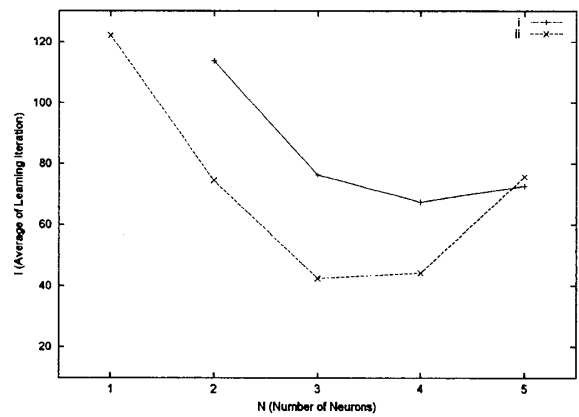
(c) OR の収束率



(d) OR の平均繰り返し回数



(e) XOR の収束率



(f) XOR の平均繰り返し回数

図5 収束率と平均繰り返し回数 (i: 従来法, ii: 提案法).