

形状変化を伴うファイバー束物体モデルの適応的メッシュ化

An Adaptive Meshing Fibre-bundle Surface with Variation

相良 直哉† 桑原明栄子† 牧野 光則† 趙 晋輝†

Naoya Sagara Meeko Kuwahara Mitsunori Makino Jinhui Chao

1. まえがき

近年、コンピュータグラフィックス(CG)が対象とする形状を表現するデータは膨大となる場合が多く、データの管理、通信などにおいて高コストとなる懸念がある。このため、表現能力が高く、かつ必要に応じて情報量を圧縮復元可能な形状モデルが望まれる。コンピュータで複雑な形状を正確に表現することは重要な課題の一つであり、これまでも様々な形状モデルが提案されている。

これまでに著者の一部は、Lie 代数を用いた曲面形状定義法を提案している[1]。このモデルは線形 Lie 代数の性質から、6 個の不変特徴量と母線によって形状を一意に定めることができる。また、母線あるいは不変特徴量を変えることにより、形状を容易に変形できる。すなわち、形状情報の不変特徴量と母線データのみを管理・保存すれば形状を再生できる。このため、形状変形を伴うアニメーション作成時に、個々のメッシュデータを保存する必要はない。このため、大幅にデータを削減でき、対話的な形状変化に有用である。

ところで、Lie 代数モデルは、積分曲線の集合として定義される。このため、曲面をメッシュ集合に近似し、効率的に形状を再生し可視化することが、他のモデル同様に現実的な手段である。

代表的な適応的メッシュ化手法に、エッジ消去とその逆操作である頂点分割を基本とした任意位相の三角形メッシュに対する連続的多重解像度表現である Progressive Meshes がある[2]。しかし、この手法は、初めにある程度詳細なメッシュ集合を必要とする。すなわち、一旦 Lie 代数曲面モデル上で条件を満たす細かいメッシュを生成すれば Progressive Meshes の利用は可能である。しかし、それでは大量のメッシュデータを管理・保存する必要があるため、Lie 代数の特徴である、不変特徴量から形状を再現できる利便性が失われる。また、形状を変化させる場合では、形状が変化するたびにメッシュデータが必要になるため非効率であり、対話的に形状変化できない。

そこで本稿では、曲面の変動と、ユーザの視点に応じて Lie 代数モデルによる曲面の適応的メッシュ化を行う。これにより、曲面形状の変化時にも効率的にメッシュ生成ができ、対話的に形状変化・表示できる。本稿では、このメッシュ生成を使って、母線を変化させることによる曲面形状の変化具合を検証する。

2. Lie 代数による形状の表現

2.1 Lie 代数モデル

Lie 代数モデルとは、要素の全てが微分可能である滑らかな C^∞ 級の多様体である Lie 群を曲面とみなすことによ

って表現される曲面モデルである。

物体を別の角度から見たとしてもその物体の持つ位相情報は変化しない。すなわち、形状情報の微分量に対する回転変換が行なわれても、3次元物体は不変な形式で形状情報を保持している。本稿ではこの量を不変特徴量と呼ぶ。Lie 代数モデルでは、この不変特徴量のみで複雑かつ滑らかな曲面を表現でき、かつ表現に必要なパラメータは少量で済む。

以下で、Lie 代数モデルの一つである線形 Lie 代数を用いた形状表現について述べる。

2.2 線形 Lie 代数による物体表現

ある点の位置と接ベクトルの組を複数求めることによって接ベクトル場が生成される。このベクトル場を Lie 代数と呼び、接ベクトルを繋ぐことによってできる積分曲線の集合が Lie 群、すなわち Lie 代数モデルである。

Lie 群上の各点の接ベクトルは次式で与えられる。

$$v = Ax \quad (1)$$

このとき、 x は Lie 群の元、 v は法ベクトルである。これを繰り返すことによってベクトル場 L が生成され、その集合を求めることで Lie 群、すなわち曲面を表現できる。Lie 代数モデルでは行列 A を曲面の表現行列と呼ぶ。

表現行列 A は

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} P_\theta Q_\phi P_\psi \quad (2)$$

で与えられ、 P_θ 、 Q_ϕ 、 P_ψ は θ 、 ϕ 、 ψ により決まる。

よって、線形 Lie 代数の表現行列を構成する不変特徴量 inv は

$$inv = \{\theta, \phi, \psi, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} \quad (3)$$

で表される 6 個の実数の集合である。

3. 1-parameter 群のファイバー束モデルに基づく曲面形状

1-parameter 群のファイバー束モデルに基づく曲面モデルとは、線形 Lie 代数の性質から、形状を 6 つの不変特徴量と母線によって一意に定めることができる。

3.1 1-parameter 群を用いたファイバー束モデル

ある母線(base curve)となる曲面 $B := \{b_v, v \in R\}$ とファイバーとなる 1-parameter Lie group $G = \{e^{uA}x, x \in B, u \in R\}$ との局所的直積 $F(u, v) = G(u) \times B(v)$ により曲面を定義する。

$$F := \{x(u, v) = e^{uA}b_v, \quad u, v \in R\} \quad (4)$$

母線 B 上の点は、1-parameter 群となる積分曲線の初期点である。

†中央大学大学院 理工学研究科 情報工学専攻

その Lie 代数は以下で表される線形 Lie 代数である.

$$L: \frac{\partial x}{\partial u} := x_u = e^{Au} b_v = Ax \quad (5)$$

ここで, x_u は, x 上の接線ベクトルである.

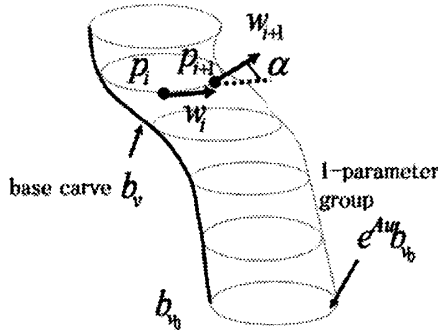


図1: ファイバー束モデル

3.2 ファイバーと行列 A の選び方

母線を任意に指定して, その線上の点 $x \in C$ から, 1-parameter Lie 群 $G(t) = \{e^{At}x\}$, 即ちその線形 Lie 代数の積分曲線を描く. 以下では, ある曲面上の 1-parameter 群となる曲面をファイバーとするときの行列 A を示す.

Theorem 1. 曲面の接平面を定める法線ベクトル場 n は線形 Lie 代数であるとする.

$$n = Mx = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

P を, 任意の 3×3 交代行列

$$P = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

とすると, 初期点 $x(0)$ における接ベクトルは, $t = PMx$ のような一般形で表すことができる.

$$t = PMx = at_1 + bt_2 + ct_3 = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

さらに, 交代行列 P によって, 初期点 $x(0)$ における接ベクトルの方向が定められる.

従って, 行列 $A = PM$ によって定義される指数写像 e^{At} は, この曲面上の初期点 $x(0)$ を通る任意の 1-parameter 群を生成する.

$$A = PM \quad (9)$$

例えば, M を任意の 3×3 対称行列とし, そのとき積分曲線 e^{At} は, 二次曲面 $x^T Mx = c$ の初期点 $x(0)$ を通る任意断面となる.

4. 形状のメッシュ化

4.1 Lie 代数モデルのメッシュ化の必要性

Lie 代数モデルは積分曲線の集合で表される. このため, 形状を厳密に表現(レンダリング)するためには, 計算量が膨大になる可能性がある. そこで, 効率的な可視化のために, 形状表面上に適切な数・間隔の点群を生成し, これらを頂点とするメッシュ集合で近似する方法を提案する. また, 形状を変形させる場合にも応用する.

4.2 母線の生成と変形

母線 $b(v)$ は, 初期データとして与える. また, 曲面を表現する区間, 点を生成していく間隔を決定する. また, 母線を変形させるために母線上に制御点を決めてその点動かすことで母線を変形させる.

4.3 隣接点の生成

ファイバー上の任意の点 p_i は式(4)の u に相当する.

式(5)を用いて点 p_i 上の接線ベクトルを次式で決定できる.

$$w_i = Ap_i \quad (10)$$

ここで, A は表現行列である. これより, p_i の隣接点 p_{i+1} を次式で近似できる.

$$p_{i+1} = p_i + w_i \Delta t \quad (11)$$

ここで, 最小の Δt , つまり初期値 $dist_{min}$ は解像度によって決定する.

隣接点の生成を母線上の点より繰り返し行うことによって得られた接線ベクトルを連結することで積分曲線を生成する.

4.4 隣接距離 Δt の決定

本稿では, p_i と p_{i+1} の接線ベクトル w_i と w_{i+1} の成す角 α が条件を満たしているかで Δt を決定する. α は以下で定義する.

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{w_{i+1} \cdot w_i}{\|w_{i+1}\| \|w_i\|} \quad (12)$$

Δt の初期値は解像度により表現できる最小値であるので, Δt を小さくしていく必要はない. そこで, α が閾値 β と比較して, α が β を超えるまで Δt を大きくしていく. なお, 本稿では Δt の伸長率は予め定義する.

4.5 最小距離の決定と閾値角の決定

解像度により 1 ピクセルが表現できる範囲は限られている. 同一ピクセル上で隣接する二点 p_i, p_{i+1} は表現できないのにメッシュを細かくしても無駄である.

そこで, 本アルゴリズムでは上記で述べた最小距離 $dist_{min}$ を解像度に応じて決定する. 式(11)で使用した任意の点 p_i からユーザの視点までの距離を $dist_{p_i}$, 視点からピクセルまでの距離を d , 1 ピクセルの大きさを h としたとき, $dist_{min}$ を次式で定義する(図2).

$$dist_{min} = \frac{dist_{p_i} \cdot h}{d} \quad (13)$$

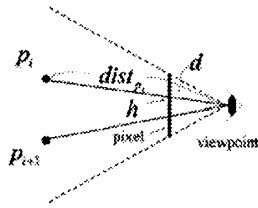


図2: 1ピクセルの表現範囲

4.6 点生成の終了条件

提案している曲面モデルは母線 $b(v)$ より、ファイバーと呼ばれる積分曲線が円状に出て曲面を成す。そこで、母線 $b(v)$ 上の点を $b(c)$ (c は定数) を p_0 とし、点生成の初期点とする。

式(11)により隣接点 p_{i+1} を生成する。この積分曲線は円状をなし、生成点は p_0 に戻る。ここで、 p_{i+1} が p_0 となれば点生成を終了すればよい。しかし、近似式を利用しているために、厳密な p_0 には戻らない。そこで、積分曲線が成す円の中心点 a を推測し、中心点 a と初期点 p_0 の延長線上を点 p_{i+1} が超えたら、点生成を終了する。

4.7 点の補正

上記で述べた手法では、積分曲線を近似するため、生成点は本来の位置からずれる。そこで、以下の手順で点の補正を行なう。点生成を始める点を p_0 、終了する点を p_{end} とすると、本来 p_{end} は p_0 と同じ点である。そこで、生成したすべての点をずらし、位置を補正する。ここで、生成された点の個数を j 個とすれば、補正された p_i は次式で決定される。

$$p_i = p_i + \frac{i}{j}(p_0 - p_{end}) \quad (15)$$

4.8 生成点群からのメッシュ生成

4.2~4.6 で生成した点群を曲面として取り扱うために、点群をメッシュ化する。積分曲線 $S+1$ 、 $S+2$ において、生成点の総数が多い積分曲線を選ぶ。仮に $S+2$ が該当する場合その積分曲線上の点 $(S+2)_{p_i}$ と $(S+2)_{p_{i+1}}$ 、積分曲線 $S+1$ 上の点 $(S+1)_{p_j}$ のなす三角形が正三角形に近い点を選び、三角形メッシュを生成する。

4.9 アルゴリズム

提案手法のアルゴリズムを示す。

Step1: 初期データとして、不変特徴量集合 inv (式(3)), 母線 $b(v)$ を与える。

Step2: 表現行列 A を求め、母線上から点を生成する区間を決定する。母線上の $b(v)$ を基準点 p_0 として、その点が区間内にはないときは点の生成を終了して **Step 10** へ。

Step3: 式(10)を用いて点 p_0 での接ベクトル w_0 を求める。

Step4: 解像度により、隣接間距離の最小値 $dist_{min}$ を式(13)を用いて決定し、 Δt の初期値とする。

Step5: 隣接点 p_{i+1} を式(11)を用いて決定する。

Step6: p_{i+1} に対して式(10)を用いて接線ベクトル w_{i+1} を生成し、式(12)により w_i と w_{i+1} のなす角 α を求める。

Step7: $\alpha < \beta$ の場合に $\Delta t \leftarrow \delta \Delta t$ ($\delta > 1$) として **Step3** に戻る。

Step8: $\alpha > \beta$ の場合に、終了条件を満たしていなければ、 $i = i + 1$ として、**Step 3** に戻る。

Step9: 終了条件を満たしている場合は、点の補正を行ない、 $v = v + d$ (d は予め決定しておく) として、**Step 2** に戻る。

Step10: 生成された点からメッシュを生成する。

Step11: 母線を変形させて、**Step 2** に戻る。

以上によって、Lie 代数モデルの特徴量が示す形状を適応的にメッシュ化できる。

5. シミュレーション

図3~図22に提案アルゴリズムによって生成した形状を示す。図3, 図7, 図11, 図15, 図19の母線は共通の $(x, y, z) = (1, 1, u)$ であり、図3, 図7, 図11の不変特徴量は、 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta, \phi, \psi) = (1, 1, 1, 0, 0, \pi/2)$ 、図15, 図19の不変特徴量は $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta, \phi, \psi) = (1, 1, 1, 0, \pi/2, 0)$ である。一番左の画像から右に行くに従い、制御点を徐々に動かして補間して母線を変形させる。図3~図6, 図7~図10, 図15~図18は制御点を一つとし母線を変形させる。図11~図14, 図19~図22は制御点を二つに設定して、母線を変形させる。左側と左側から3番目の図はシェーディングモデルで表し、左側から2番目と4番目はワイヤフレームで表す。これらの図より母線変形で曲面を変形できることがわかる。生成されるメッシュ数は、図3~図13までは19922枚、図14~図22は7980枚である。また、すべての図における画像生成時間は約0.2[s]程度である。

6. 結論

提案手法により、形状変化を伴うファイバー束物体モデルに対する適応的なメッシュ生成を実現した。ファイバー束物体モデルの母線を変化させることで曲面形状変形を対話的にできる。今後は、母線だけでなくファイバー束の不変特徴量を変化させることにより形状変形を行い、形状全体の変形に対応させる。

謝辞

本研究の一部は中央大学 21 世紀 COE プログラム「電子社会の信頼性向上と情報セキュリティ」ならびに中央大学理工学研究所共同研究の補助を受けた。

参考文献

- [1] 李方興, 趙晋輝, "Hamilton Lie 代数のファイバー束を用いた曲面モデル", 情報処理学会研究報告, 2004-CG-114(7), 2004.2.
- [2] H.Hoppe, "Progressive meshes", Computer Graphics(Proc. SIGGRAPH 96), ACM Press, pp. 99-108, 1996.

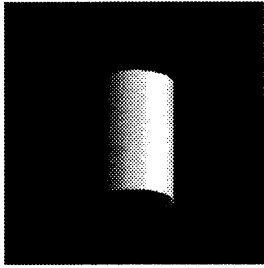


図3 シミュレーション1

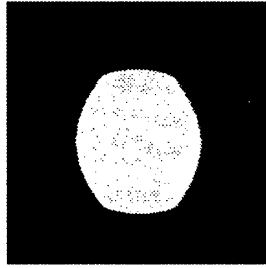


図4 シミュレーション2

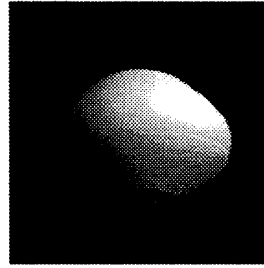


図5 シミュレーション3

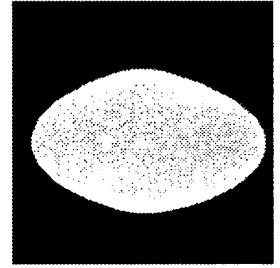


図6 シミュレーション4

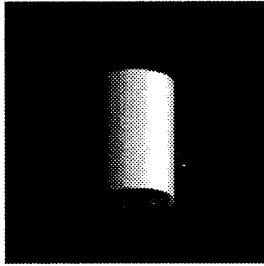


図7 シミュレーション5

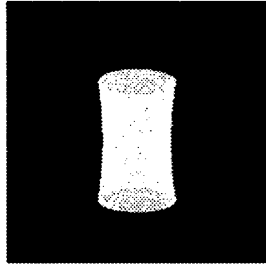


図8 シミュレーション6

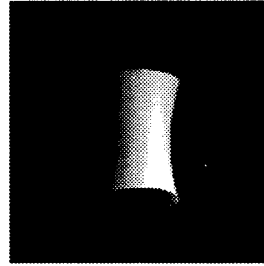


図9 シミュレーション8

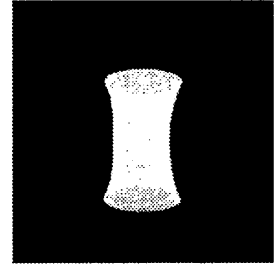


図10 シミュレーション8

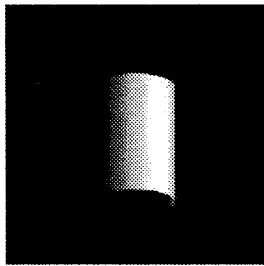


図11 シミュレーション9

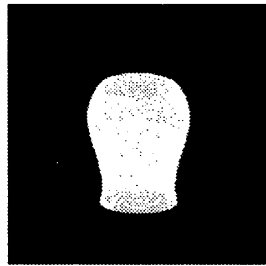


図12 シミュレーション10

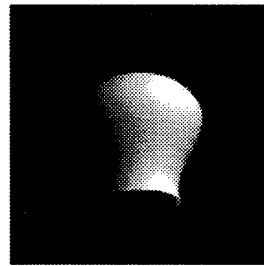


図13 シミュレーション11

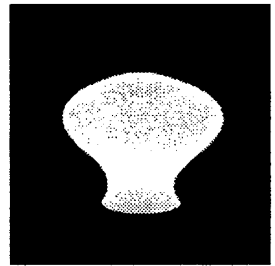


図14 シミュレーション12

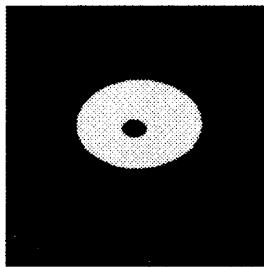


図15 シミュレーション13

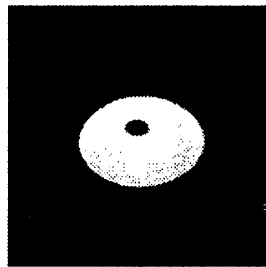


図16 シミュレーション14

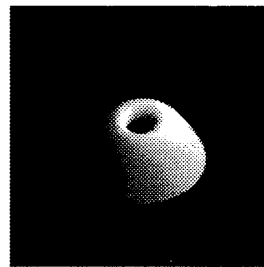


図17 シミュレーション15

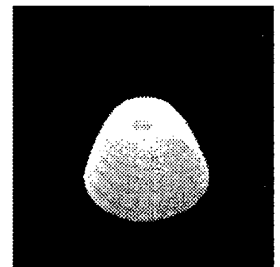


図18 シミュレーション16

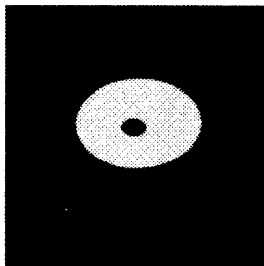


図19 シミュレーション17

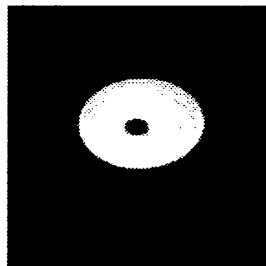


図20 シミュレーション18

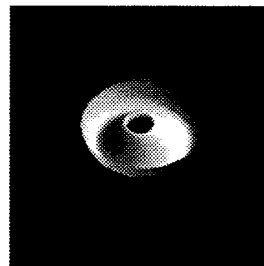


図21 シミュレーション19

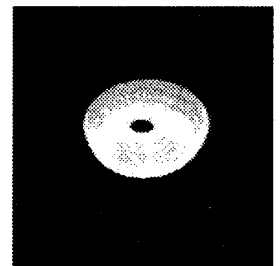


図22 シミュレーション20