

CG におけるデジタル地形モデルのための補間法†

千葉 則 茂^{††} 村岡 一 信^{†††}
三 沢 雅 一^{††††} 齋 藤 伸 自^{†††††}

本文では、等高線データや国土数値情報などの種々の原データから、密なデジタル地形モデルを得るための、以下のような、種々の簡便でインプリメントの容易な補間法を提案した。いずれも、デジタル幾何学での簡単なアルゴリズムと FFT (高速離散フーリエ変換) により構成されており、インプリメントが容易である。(I) 等高線データに対する補間法、(I-1) ボール紙モデルにローパスフィルタを適用する方法、(II) 測量点データに対する補間法、(II-1) ボロノイ (Voronoi) 領域分割とローパスフィルタを用いる方法、(II-2) ドローネ三角形分割とローパスフィルタを用いる方法。特に、正方格子状の測量点に対しては、信号処理の分野で知られている次の方法の有効性を示した。(II-3) FFT による帯域制限補間法。さらに、次の方法のアイデアを示した。(III) 尾根線図に対する補間法。さらに、(II) の補間法の妥当性の評価を、帯域制限された特定の原形について、視覚評価法と数値評価法により試みた。

1. ま え が き

コンピュータグラフィクス (CG) による、自然物 (現象) のリアルな画像生成は、種々の建設計画、映画の特撮、およびフライトシミュレーションなどのための景観画像の生成に多くの応用を持つ重要な課題である。筆者らは、自然物として山 (地形) を取り上げ、研究を行ってきており、これまで、その形状定義法として、等高線データや国土数値情報などの種々の原データから、密なデジタル地形モデルを得るための、種々の簡便でインプリメントの容易な補間法を考案してきた。

山の形状の表現法としては、多角形面の集合による境界面表現法と 2 次元配列で正方格子点における標高値を表すデジタル地形モデルによる方法がある。筆者らは、デジタル地形モデルから境界面表現への自明な変換法が存在し、デジタル地形モデルから直接的に画像を生成することも容易であり、本文で提案するような簡便な補間法が開発しやすいということから、デジタル地形モデルによる方法を採用した。

岩盤もあらわに、そのしゅう曲や節理が山の形状を定めているような険しい山の場合には、しゅう曲や節理の手続き的定義法によるのが良い形状を与える接近

法であると考えているが、ここでは、比較的なだらかな山に限定し、すなわち、離散的標本化データが有効であるような山について、その形状定義法を与える。

一般に、このような山 (原形) の形状定義は、原形を標本化して得られる原データと、それより 3 次元物体としての形状を得るための補間法からなるといえよう。したがって、期待する形状の再現性の良否は原データと補間法の組の良否による。したがって、

(1) 妥当な性質をもつ補間法が定まってい、望ましい標本化 (法) を決定する場合、すなわち、補間を形状の“記述”として使おうとする立場と、

(2) すでに、原データの標本数と標本地点が定まってい、望ましい補間法を決定する場合、すなわち、“推測”のために補間を使おうとする立場

とでは議論が異なる。前者は、標本化定理に代表される、データ圧縮と再現の問題であり、形状の標本点 (特徴点) をうまく定める最適化問題としても定式化される。実用上は、一般に、標本数を多くとることにより解決される。CG や CAD でのスプライン補間の立場はこの場合にあたり、補間形状は常に監視されるので、推測としての精度よりは、記述としての操作性の方が重要となるといえよう。後者は、原形が固定されている場合は別として、基本的にはどのような補間法が良いかは議論できない。すなわち、何らかの原形に対する仮定、たとえば、十分に帯域制限されているとか、曲げエネルギーの総和が最小になっているとか、フラクタル次元がいくつのフラクタルブラウン運動になっているとかの仮定なしには、“魔法のような

† Interpolation for Digital Terrain Modeling by NORISHIGE CHIBA (Faculty of Engineering, Iwate University), KAZU-NOBU MURAOKA (Sendai Electronics College), MASAKAZU MISAWA (Tohoku Electric Power Co., INC.) and NOBUJI SAITO (Faculty of Engineering, Tohoku University).

†† 岩手大学工学部

††† 仙台電子専門学校

†††† 東北電力 (株)

††††† 東北大学工学部

補間法”を探すようなものであり、2、3の例でうまく働くからといって、良い補間法であるとは主張できない。観測点の限られた気象観測データの補間などはこの場合にあたるといえよう。もちろん、前者においても、“妥当な”には原形への仮定が含まれており、少ない標本数で、目指す形状に到達しやすい補間法が望ましいことはいうまでもない。

さらに、いずれにおいても、再現は近似であることが多く、近似である限り、その評価が大切となる。しかしながら、特にCGにおいては、形状の印象における近似度が重要であり、原形が固定されていて計測が可能であるとしても、“似ている”ということに対する、数量評価のための良好な評価関数が今のところ見あたらず、視覚評価に頼らざるを得ない部分があり、客観的主張に困難が伴う。したがって、多くの場合、前者での最適化問題も厳密な評価関数による定式化は難しい。

また、さらに、地形のモデルとして、フラクタルブラウン運動を仮定し、中点変位法という簡便な補間法により、基本的には架空の山を生成するという方法が多く提案されているが^{3), 8), 10)}、現時点で、山の形状にどのような仮定を置くのが良いかは定かではない。したがって、数種類の典型的な共通例題にもとづき、補間法の優劣を数量的に定めるといって、実用上の観点からの評価法の確立も難しい。

しかしながら、CGなど、(1)での補間の場合には、良好な形状が得られるまで、標本数を増やす(必要なら、デジタル地形モデルの解像度を上げたり、スケールを変える)ことが可能な場合が多く、建設計画などのように、架空の場合も含めて、少なくとも視覚評価により再現形状が監視でき、(2)での推測の誤りのような危険性はない。つまり、(1)での補間誤差の問題は、どのような評価法によるにしても、補間法の使い方の問題であるといえる。したがって、筆者らは、(1)の環境での実用的な補間法として、

- (a) 折り目のない補間が得られ、
- (b) 補間の原理が明確で、インプリメントの容易なアルゴリズム

の考案を目的としてきた。(a)はCGにおける印象という点からの妥当性であり、(b)は筆者らが実用上最も重要であると考えている点である。筆者らは、ここで提案する補間法が、これまで提案されている補間法のなかで、データ圧縮率の最も高い、つまり、最も妥当な性質をもつ補間法であると主張しているわけでは

ないことを断わっておく。

これまででも、異なる立場から、デジタル地形モデルを得る補間法として、

- 中点変位法や周波数合成によるフラクタルブラウン運動により補間を行う方法^{3), 8), 10)},
- 測量点標高値データにドローネ (Delaunay) 三角形面を張り巡らし、補間を行う方法⁵⁾,
- 隣合う等高線間に三角形面を張り巡らす方法^{2), 6), 7)},
- スプライン曲線により等高線データから、デジタル地形モデルを得る方法^{13), 17)},

などが提案されている。最初のもは、簡便であり、架空ではあるが、無限に細部まで生成できるという、CGにとって望ましい性質をもつ。しかし、思いどおりの形状を与えようとする、詳細な初期形状を与える必要があり、通常の他の補間法が必要となる。したがって、筆者らの補間法との競合性はないと考えられる。他の補間法については、インプリメントが困難であるとか、山の補間法としては不都合な点があるなどの問題があるが、その詳細は2章と3章で言及する。

本文では、(a)、(b)を満足させる補間法として、以下の方法を提案する。いずれも、デジタル幾何学での簡単なアルゴリズムとFFT(高速離散フーリエ変換)により構成されており、インプリメントが容易である。

(I) 等高線データに対する補間法

(I-1) ボール紙モデルにローパスフィルタを適用する方法

(II) 測量点データに対する補間法

(II-1) ボロノイ (Voronoi) 領域分割とローパスフィルタを用いる方法

(II-2) ドローネ三角形分割とローパスフィルタを用いる方法

特に、正方格子状の測量点に対しては、信号処理の分野で知られている次の方法の有効性を示す。

(II-3) FFTによる帯域制限補間法

さらに、次の方法のアイデアを示す。

(III) 尾根線図に対する補間法

本文では、さらに、(II)の補間法の妥当性の評価を、帯域制限された特定の原形について、視覚評価と数量評価により試みたので、その結果も示す。ただし、ここでの評価は、どの補間法が一般的に優れているかということをも主張するためのものではなく、補間法の性質を調べるためのものであることを断わっておく。

2. 等高線データからデジタル地形モデルを得る補間法

等高線データに対する補間法としては、これまでも、隣合う等高線間に三角形面を張り巡らす方法^{2),6),7)}や、スプライン曲線により、等高線データから格子点モデル(地形とみればデジタル地形モデル)を得る方法^{13),17)}が提案されている。前者は、火山のように、隣接する等高線がかなり単調でよく似ていないと不都合な形状が生成されてしまうことがある。通常の山脈などでは、いくんだ等高線が多く、標高値の小さい等高線の方に、その上の等高線にはなかった突起状の部分が存在することが多く、好ましくない形状が生成されてしまうという欠点がある。等高線間を何らかの方法により(解像度を変えずに)補間し、等高線数を増加させてから適用すればうまくゆくが、その補間法も自明ではなく、さらに、補間できたとしても三角形面の数が膨大になり、取り扱いにくくなる。後者は、等高線がかなりなめらかでない、隣接スプライン曲線間に段差が生じ、なめらかな表面が構成されにくいという、山の補間法として応用するにはこれも難点がある。

ここでは、等高線データからいわゆるボール紙モデル状のデジタル地形モデルを作成し、ローパスフィルタにより平滑化するという、簡便な補間法を提案する。アルゴリズムを以下に示す。

アルゴリズム (I-1):

ステップ 0. デジタル地形モデルのための 2次元配列 M を用意する。

{等高線はすべて閉曲線として与えられることを仮定する。}

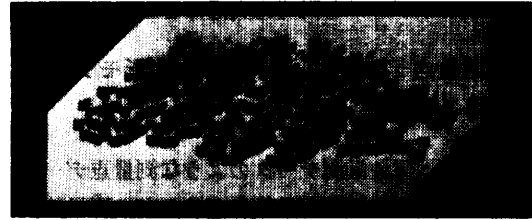
ステップ 1. 標高値の小さい等高線から大きい等高線へと、次の操作を繰り返す。

{実際は、大きい方から小さい方へと進めた方が、ステップ 1-2 での計算量が少なくて済む。ここでは、説明の簡潔さのため、小さい方から大きい方へと進める。}

ステップ 1-1. M に等高線の標高値で、その形状を線画として書き込む。

ステップ 1-2. 閉曲線の内部を、フィリングアルゴリズムにより、その等高線の標高値で塗りつぶす。

ステップ 2. M に 2次元 FFT によりローパスフィルタをかけ平滑化する。



(a)

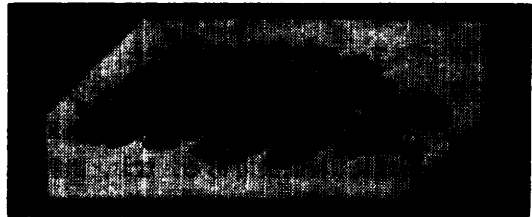
(b) $n_c=32$ (c) $n_c=16$

図 1 アルゴリズム (I-1) による補間例
Fig. 1 Examples of the interpolation method (I-1).

図 1 に、ボール紙モデル状の山と最終的に得られた山の形状を示す。 n_c はローパスフィルタのカットオフ周波数である。デジタル地形モデル M の解像度は 512×512 であり、以下、同様である。

カットオフ周波数は地形図上での等高線間の距離によって決まるため、その距離のばらつきが大きいと、補間不足の部分や、平滑化しすぎたりする部分ができることが予想される。しかしながら、多くの場合、一つの山や山脈内でのばらつきは少ない、すなわち、ほぼ均一な傾斜をもつ。ばらつきが大きくなるのは、広大な地形全体を取り扱った場合であり、平野部と山岳部が混在するような場合である。この場合は、山岳部での等高線間の距離となるまで、平野部での等高線間に新たな等高線を生成し、アルゴリズムを適用すればよい。新たな等高線の生成は、隣接する 2 つの等高線で作られる多角形のボロノイ線図を求めることによって得られるが、アルゴリズムが複雑である。デジタル幾何学として考えれば、細線化アルゴリズムや後で述べる単純な“波立て”によって容易に得られ、デジタル地形モデル上で動作するため、ステッ

プ1-2のフィリングを同時に実行でき都合が良い。

3. 測量点データからデジタル地形モデルを得る補間法

ここでは、気象観測データのような測量点データ、すなわち、2次元平面上の地点とそこでの測量値（標高値）の対の集合からデジタル地形モデルを得る補間法を3つ提案する。すなわち、(II-1) ボロノイ領域分割とローパスフィルタを用いる方法と、(II-2) ドローネ三角形分割とローパスフィルタを用いる方法、さらに、正方格子上的測量点に対して有効な(II-3) FFTによる帯域制限補間法である。なお、誤解のおそれがない限り、測量点という用語を、2次元平面上の地点を表す場合と、それに標高値を加えた3次元空間上の点を表す場合に混用する。

これまで、測量点データに対する補間法として、測量点間にドローネ三角形面を張り巡らすという方法が提案されている⁹⁾。これは、ここでのデジタル地形モデルを得るための方法としてではなく、逆に、非常に密なデジタル地形モデルの圧縮のための記述として提案されているものである。2次元平面でのドローネ三角形分割は、測量点を頂点とする三角形分割のうちで、最も、全体が正三角形に近い三角形への分割となるという性質をもつ。したがって、3次元測量点間の三角形分割としても、同様の性質が期待できる。原形に対する何らの仮定もおこななければ、三角形面による補間法としては、良心的な妥当性をもつといえよう。

一般に、ドローネ三角形分割を求めるアルゴリズムは、まず、測量点に関するボロノイ領域分割（定義は後述）を求め、そして、その双対グラフとしてドローネ三角形分割を求めるというものである。また、ボロノイ領域分割を求めるアルゴリズムには、逐次的なものや分割統治法によるものなどがあるが^{9), 12)}、計算幾何学に精通していないとインプリメントは容易ではない。筆者らが提案するアルゴリズムもボロノイ領域分割やドローネ三角形分割にもとづいているが、デジタル幾何学として、近似的な分割を得る方法を用いているため、インプリメントは非常に簡単である。

3.1 ボロノイ領域分割とローパスフィルタを用いる方法

本方法は、まず、与えられた測量点データから、デジタル地形モデルの2次元配列上で、各点（母点）のボロノイ領域（勢力圏）を求め、各ボロノイ領域にその母点の標高値を与え、立体棒グラフ状のデジタル地

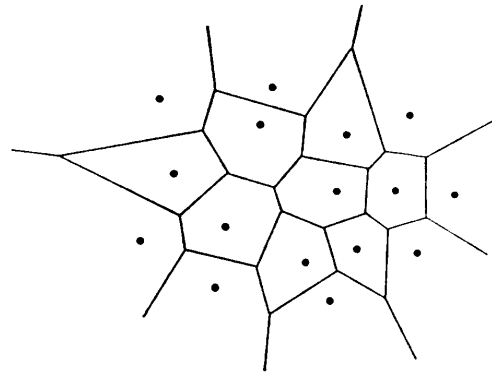


図2 ボロノイ領域分割
Fig. 2 A Voronoi diagram.

形モデルをつくる。次に、ローパスフィルタにより平滑化し、補間するというものである。

平面上の点集合を $Z = \{z_i\}$ とすると、点 z_i のボロノイ領域 $V(z_i)$ は、

$$V(z_i) = \{z \mid d(z, z_i) < d(z, z_j), \forall j \neq i\}$$

で与えられ、その境界線からできる図をボロノイ線図という。ここで、 d は距離関数であり、ここではユークリッド距離をとる。図2にユークリッド距離で定義されるボロノイ線図の例を示す。このボロノイ領域分割を求める問題をデジタル幾何学として考えると、各測量点から同時に波を立て、各波がぶつかり合うまでに進んだ領域を、その母点のボロノイ領域とすることにより、アルゴリズムも容易に構成することができる。文献¹⁰⁾では、4近傍距離、8近傍距離にもとづくボロノイ領域の定義と、それを求めるアルゴリズムを提案している。また、ユークリッド距離を与える距離変換のアルゴリズム¹¹⁾を用いれば、ユークリッド距離にもとづく、ボロノイ領域の定義とアルゴリズムが構成できるものと思われるが、ここでは、以下で示すような単純な、すなわち、各母点から同心円（波）を逐次成長させることにより、ボロノイ領域を構成するデジタル格子点（2次元配列の要素）を獲得していくというアルゴリズムにより、ボロノイ領域を定義するという方法を探っている。この方法では、必ずしも連続領域で定義されるような良好なボロノイ領域は求まらないことを断わっておく。以下に、筆者らの補間法を示す。

アルゴリズム (II-1) :

ステップ 0. デジタル地形モデルのための2次元配列Mを用意する。

ステップ 1. 測量点データをMに書き込む。

ステップ 2. {ボロノイ領域分割の決定}

ステップ 2-0. 円の半径 r を $r:=1$ とする.

ステップ 2-1. 次の操作をすべての測量点について適用する.

半径 r の円上の配列の要素 (以下, 格子点という) を測量点を中心にして走査し, その格子点がどの領域にも入っていないければ円の中心の標高値を書き込む. そうでなければ, 何もしない.

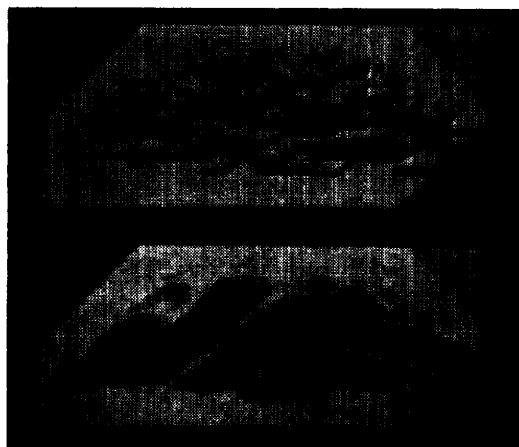
もし, 円上のすべての格子点について属すべき領域が定まっていたならば, その測量点は以下の操作の対象から除外する. (r が 1 だけ異なるデジタル同心円どうしの間には空白が生じることがあるので, この空白は塗りつぶすようにする必要がある.)

ステップ 2-2. 操作の対象となる測量点が残っているならば, $r:=r+1$ としてステップ 2-1 へ.

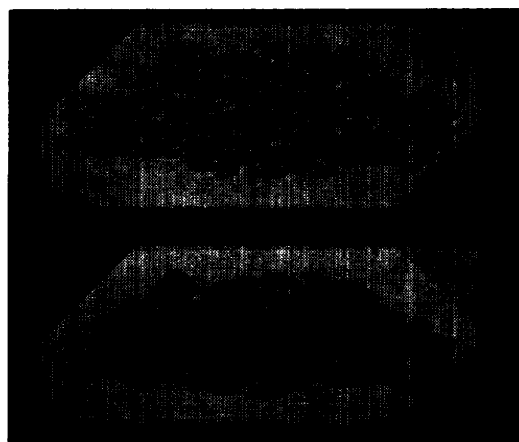
ステップ 3. M に 2 次元 FFT によりローパスフィルタをかけ平滑化する.

図 4, 5 に, 本方法によって作られる“立体棒グラフ”状のデジタル地形モデルと最終的に得られた山の形状を示す. 本章での測量点データは, 図 3 に示したデジタル地形モデルを“本物”の山として, 採取したものである. これは, 2 章で予告したように, 2 つの隣接した等高線上の点列 (等高線は多角形として与えているので, ここでは頂点列) から“波立て”を行い, 等高線間に新たな等高線を生成するという方法を図 1 の等高線に適用してから, アルゴリズム (I-1) によ

り得たものである. このときの, フィルタのカットオフ周波数 n_c は 50 であり, この本物の山は帯域制限



(a) 256 sampling points, $n_c=8$



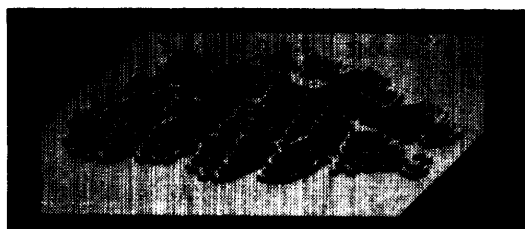
(b) 1024 sampling points, $n_c=16$



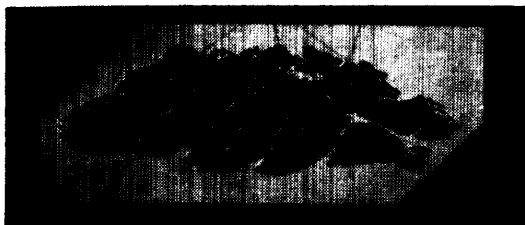
(c) 4096 sampling points, $n_c=32$

図 4 正方形格子測量点データに対するアルゴリズム (II-1) による補間例

Fig. 4 Examples of the interpolation method (II-1) applied to elevation data sampled at grid points.



(a)

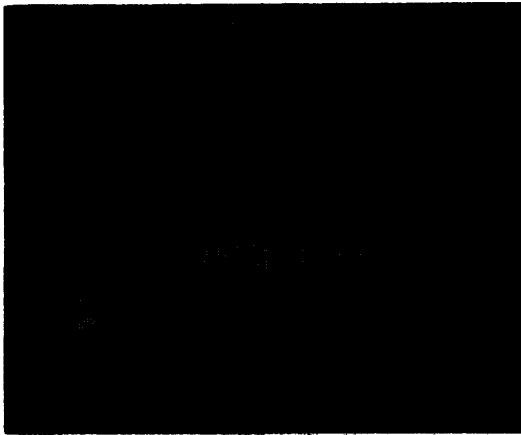


(b) $n_c=50$

図 3 “本物”の山

Fig. 3 The reference “real” mountain.

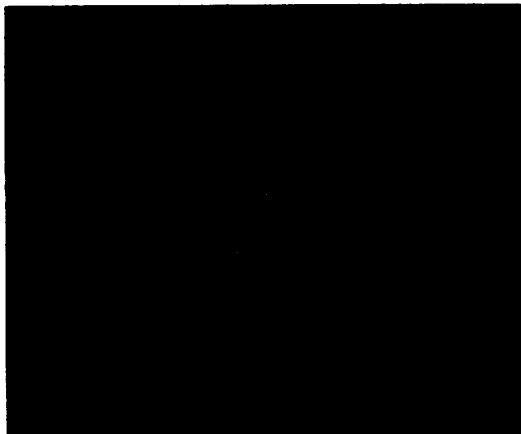
されて得られたものであることを注意しておく。図4は、測量点が正方形上に分布している場合であり、



(a) 256 sampling points, $n_c=8$



(b) 1024 sampling points, $n_c=16$



(c) 4096 sampling points, $n_c=32$

図5 ランダム測量点データに対するアルゴリズム(II-1)による補間例

Fig. 5 Examples of the interpolation method (II-1) applied to elevation data sampled at random locations.

測量点数はそれぞれ、(a)が256、(b)が1024、(c)が4096である。図5は、測量点がランダムに分布している(2つの一様乱数で測量点座標を定めた)場合であり、測量点数は同様に、(a)が256、(b)が1024、(c)が4096である。

カットオフ周波数はポロノイ領域の大きさ(立体棒グラフの棒の太さ)で定まるため、測量点の分布のばらつきが大きい場合は、棒の形状が残ってしまったり、補間が良好に行われない部分が出てしまうことがある。測量点の追加が容易であれば問題はないが、困難である場合は次に述べる補間法によればよい。

3.2 ドローネ三角形分割とローパスフィルタを用いる方法

測量点の分布が一様でない場合は、何らかの方法で測量点を頂点とする三角形面を張り巡らしておいてから平滑化の方が、良好な形状が得られると考えられる。ここでは、ポロノイ領域による方法では満足できない場合に、さらに計算を続行することにより三角形面が定義できる方法を示す。

ポロノイ線図で、ある点 z_i と z_j が作る多角形領域が隣接するときに限り、 z_i と z_j を線分で結ぶと、与えられた点集合に関する三角形分割が得られる。これをドローネ三角形分割といい、ポロノイ線図を平面グラフとみなしたときの双対グラフである(図6)。厳密にいうと、必ずしも三角形とならない場合も有り得るが、この場合は任意の方法で分割することにより全体を三角形分割できる。この分割にもとづいて、測量点間に三角形面を張り巡らすことにより、山の3次元形状が得られる。さらに、三角形面での補間による折れ目を除去するために、平滑化を行えば、より自然な形状が得られる。以下に、アルゴリズムを示す。ドロー

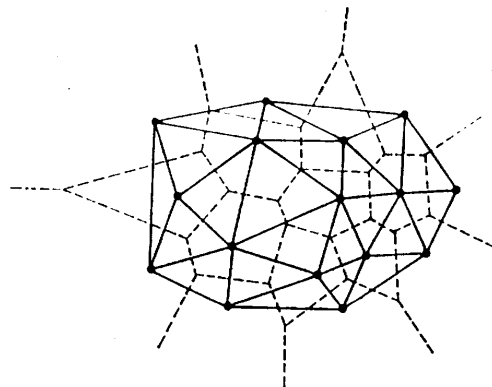


図6 ドローネ三角形分割
Fig. 6 A Delaunay triangulation.

ネ三角形分割もデジタル地形モデルの2次元配列上で、近似的に行うため、次のような単純なアルゴリズムとなっている。

アルゴリズム (II-2) :

ステップ 0. デジタル地形モデルのための2次元配列Mを用意する。

ステップ 1. アルゴリズム (II-1) のステップ 1, 2により, ポロノイ領域分割を決定する。ただし, ここでは, 標高値の代わりに測量点番号を書き込み領域を区別する。

ステップ 2. 行か列について走査し, 領域の隣接関係を8連結で調べ, すべての接した領域 i と j について, 対 (i, j) を記憶する。

ステップ 3. Mを0クリアし, ステップ2で求めたすべての対から, ランダムな順に対 (i, j) を取り出し, 測量点 i と j を結ぶ線分を, i と j の標高値を線形補間した値で書き込む。ただし, この際, すでに描かれている線分と交差する場合はその対を捨てる。{連結関係を8連結で調べているので, 必要以上の線分が求められる場合がある。}

ステップ 4. {面の定義}

Mを行か列について走査し, 連続して交差した線分との交点間をその標高値で線形補間し, Mに書き込む。

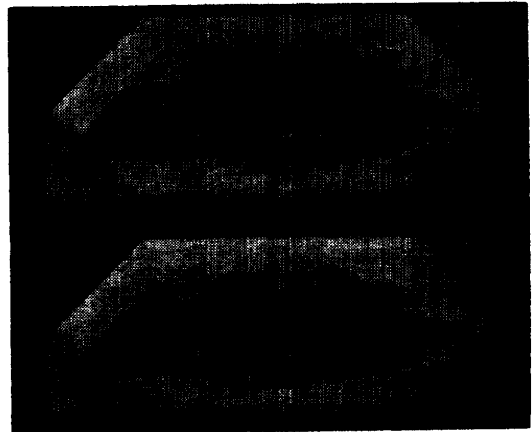
ステップ 5. Mに2次元FFTによりローパスフィルタをかけ平滑化する。

ポロノイ領域分割とドロネ三角形分割の連続領域での定義を示したのは, 説明を明解にするためである。ここでのポロノイ領域分割とドロネ三角形分割は, 連続領域での定義のように明解な定義をもつわけではないので, その近似というよりは, ここのアルゴリズムで定義されているという方が正しい。

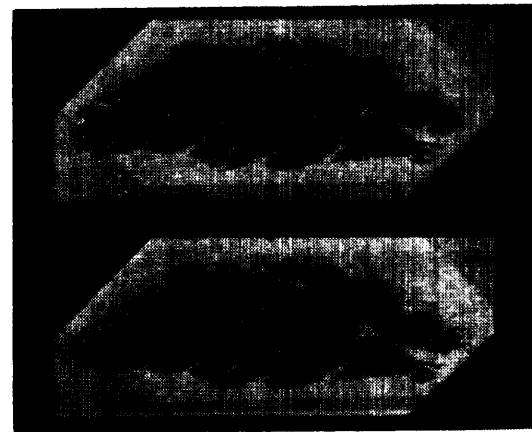
図 7, 8 に, 各々, 図 4, 5 で示したのと同じ測量点データに対して, この補間法を適用した結果を示す。ステップ4で得られる山と最終的に得られる山を示す。

3.3 FFT による帯域制限補間法

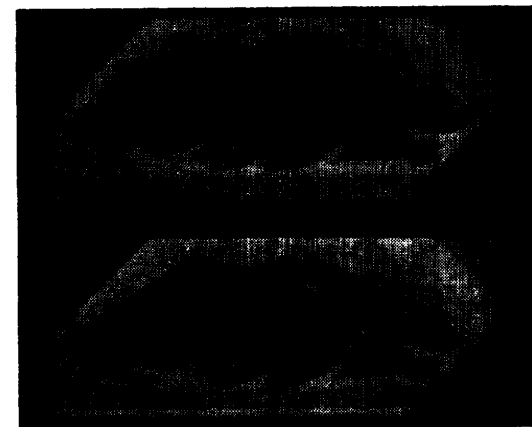
測量点データが, 国土数値情報のように正方格子上で与えられている場合, すなわち, それ自体がデジタル地形モデルであるような場合は, 信号処理の分野で知られている, 離散フーリエ変換による帯域制限補間法が有効である。信号が均一に標本化されている場合には, それは標本化定理にしたがう帯域制限信号であ



(a) 256 sampling points, $n_c=16$



(b) 1024 sampling points, $n_c=32$

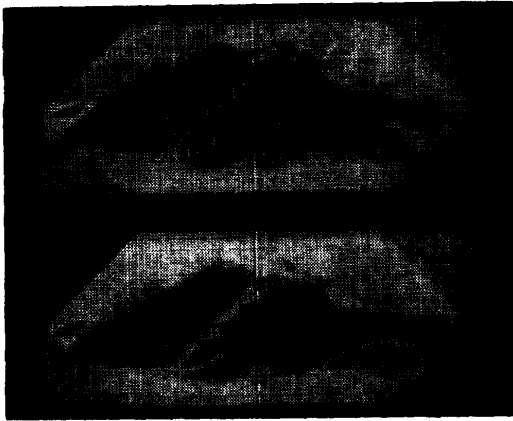


(c) 4096 sampling points, $n_c=64$

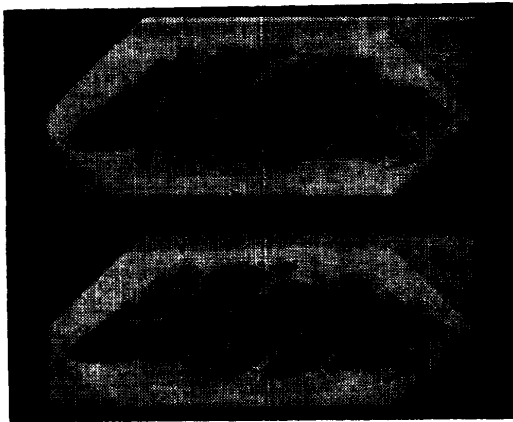
図 7 正方格子上測量点データに対するアルゴリズム (II-2) による補間例

Fig. 7 Examples of the interpolation method (II-2) applied to elevation data sampled at grid points.

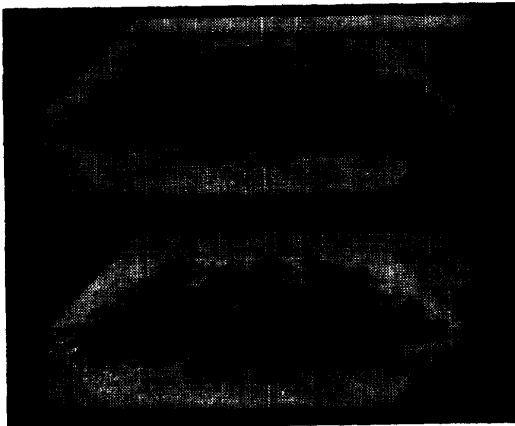
るといふ仮定が暗になされていると考えることができ, 原形に対して, それ以外の何らの仮定をおかない



(a) 256 sampling points, $n_c=16$



(b) 1024 sampling points, $n_c=32$



(c) 4096 sampling points, $n_c=64$

図 8 ランダム測量点データに対するアルゴリズム (II-2) による補間例

Fig. 8 Examples of the interpolation method (II-2) applied to elevation data sampled at random locations.

場合には、帯域制限補間法が最も良心的な補間法であると考えられる。

1次元連続帯域制限信号を $f(t)$ とし、ナイキスト

レートを超える標本化間隔を T とすると、よく知られているように、

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT) \text{sinc}((\pi/T)(t-nT))$$

で、離散的信号 $f(nT)$ から正確に再現される。一般には、 N 個の有限な離散信号 $f^*(n) = f(nT)$, $0 \leq n \leq N-1$, のみが観測されているので、 $f(t)$ は nT を 1 周期とする周期関数であるとする、 $f^*(n)$ の離散フーリエ変換 $F^*(k)$ の真中に $(r-1)N$ 個の零を挿入し、離散逆フーリエ変換を求めることにより、 r 倍多くの点で f を求めることができる。したがって、次のような、デジタル地形モデルに対する帯域制限補間法が得られる。

アルゴリズム (II-3):

ステップ 0. 原データとしての $n \times n$ のデジタル地形モデルを H , 補間後の $m \times m$ のデジタル地形モデルを M とする。

ステップ 1. FFT により、 H の 2次元離散フーリエ変換を H に求める。

ステップ 2. 図 9 のように、 H に大きさ 0 の高周波成分を補って、零値付加配列 M を作る。

ステップ 3. FFT により、 M の 2次元離散逆フーリエ変換を M に求める。

図 10 に、図 4 で示したのと同じ測量点データに対して、この補間法を適用した結果を示す。

ステップ関数 (帯域制限されていない崖のような部分) を標本化したような離散信号に対する補間信号は振動的になるが、よく知られている指数型フィルタなどを適用することにより、振動を抑えることができる。

また、零値付加信号の離散フーリエ変換の高速化法

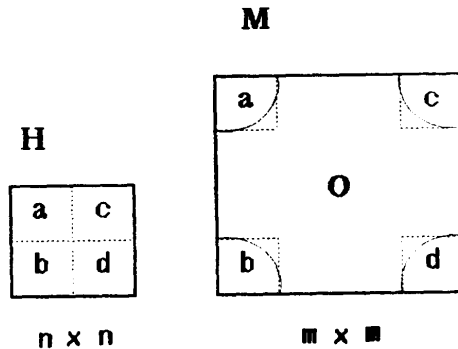


図 9 帯域制限補間法
Fig. 9 Band limited interpolation.

がいくつか提案されており^{11,14,15}，ステップ3での計算量は，通常の2次元FFTでは， $m^2 \log m$ 回の乗算が必要なのに対して， $(m(m+n) \log n)/2$ 回の乗算ですむ。

ここで示した補間法は，これまでに示してきた補間法で得られたデジタル地形モデルを，さらに密なデジタル地形モデルへ変換する際にも使える。したがって，地形にズームインするような画像を生成する際の補間にも使え，補間信号の一部のみでも高速に計算できるという帯域制限補間アルゴリズムも提案されており^{14,15}，ズームイン可能なデジタル地形モデルとしての応用が期待できる。

3.4 補間法の評価

補間法の“妥当性”の厳密な評価は，本来，原形に対する何らかの仮定なしには行えない。また，仮定が存在したとしても，その仮定を満足させるすべての入力が考慮できるような，数学的手法が存在しなければ不可能である。十分に帯域制限されていれば正確に再現可能であるとか，フラクタル次元もしくはスペクトル勾配が等しい信号なので同様な印象をもっているとか（賛成できるかどうかは別として）の議論が可能で

なければならぬ。そうでなければ，数種類の典型的共通例題について，ある評価法のもとに，補間法の優劣を判定するという実用的立場にたつかである。しかしながら，現時点では，このように広く認められた典型的例題も存在せず，また，そのような例題の設定も，筆者らには容易ではなさそうである。したがって，ここでは，特定の限定された例題について，本節で述べた補間法について評価を試みる。それゆえ，ここでの評価は，どの補間法が一般的に優れているかということを主張するためのものではなく，補間法，さらには，ここで用いる評価法の性質を調べるためのものであることを断わっておく。

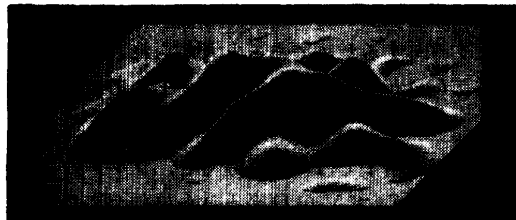
一般に，形状の評価法には，視覚評価法と数量評価法があげられる。筆者らは，視覚評価法として，デジタル地形モデルの投影像（これまで示してきた写真を参照）を作成し，直接観察することと，補間誤差（本節で用いた“本物の山”との標高差）を可視化した画像を観察するという方法をとった。図11に可視化画像の例を示す。これは，図10で示した補間例の誤差の可視化画像である。実際はカラー画像であるが，写真では，誤差が大きくなるほど明るく，かつ等値線の縞が多く観察されるように可視化している。数量評価法の評価関数としては，CTの画像再構成の評価法として提案されている，正規化誤差分散 E_s と正規化絶対誤差 E_a を用いた¹⁶，“本物の山”を f ，補間により得られた山を g とすると，これらは次のように定義される。 E_s には，部分的にでも大きい誤差が寄与し， E_a には，部分的には小さくとも，広く分布している誤差が寄与する。

$$E_s = \left\{ \frac{\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (f(k,l) - g(k,l))^2}{\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (f(k,l) - \bar{f})^2} \right\}^{1/2},$$

$$\bar{f} = \left\{ \frac{\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} f(k,l)}{N^2} \right\}$$

$$E_a = \left\{ \frac{\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} |f(k,l) - g(k,l)|}{\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} |f(k,l)|} \right\}$$

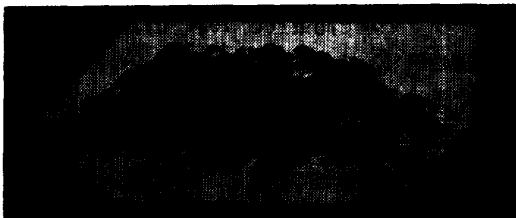
デジタル地形モデルの解像度は 512×512 で，“本物の山”は周波数50で帯域制限されている。また， E_s ， E_a を求める際には，定義式の総和の領域は山の部分に限った。図12に，これまで示したアルゴリズムにより得られた山の E_s ， E_a を示す。図中の記号は次のとおりである。



(a) 256 sampling points



(b) 1024 sampling points



(c) 4096 sampling points

図10 アルゴリズム(II-3)による補間例
Fig. 10 Examples of the interpolation method (II-3).

V: アルゴリズム (II-1) で, 測量点数 256, 1024, 4096 に対して, それぞれ, $n_c=8, 16, 32$. 図 4, 5.

D: アルゴリズム (II-2) で, ステップ 5 のローパスフィルタなし. 図 7, 8.

DL: アルゴリズム (II-2) で, 測量点数 256, 1024, 4096 に対して, それぞれ, $n_c=8, 16, 32$. (本文中には図なし.)

DH: アルゴリズム (II-2) で, 測量点数 256, 1024, 4096 に対して, それぞれ, $n_c=16, 32, 64$. 図 7, 8.

F: アルゴリズム (II-3). 図 10.

数量評価と視覚評価と合わせると, 次のようにまとめることができる.

(1) 当然のことながら, いずれも, 測量点数の増大とともに評価関数値は減少する.

(2) 全般に, ランダムな測量点より正方格子状のものの方が, 評価関数値が良い. これは, ランダムであるため, 近接する測量点も多く, 有効に働いていない測量点が存在するためであると考えられる.

(3) 測量点が十分多くなると, 正方格子では F が, ランダムでは D 系の評価関数値が良くなる.

(4) 正方格子では, 測量点が多くなると F が最も良い評価関数値をもつが, 少ないところでは最も悪い. 標本数が少なくなると, その標本化間隔に対応した大きなうねりが生じるためであると考えられる. 誤差の可視化像からも確認できる.

(5) ランダムでは, D 系の方が V より評価関数値が良い傾向にある. ランダムな測量点では, V での立体棒グラフの太さにばらつきができ, これによる誤差が大きく寄与するためであると考えられる.

(6) (1) から (5) は, 投影像による視覚評価とも合う.

(7) 正方格子では, F を除くと, ランダムな場合と対照的に, E_r で V が D 系よりも良い. これは, 正方格子では, D 系の三角形面の定義が正方形にランダムに対角線を入れるように決定されるため, 例えば, 尾根部が削りとられたようになるとか, V に比べ, 標高差が大きく現れる部分ができたためであると考えられる. E_r には, 部分的でも大きな標高差が大きく寄与するため, 特に顕著に現れたものと思われる. これは, 投影像では, ほとんど判別がつかないが, 誤差の可視化像で確認できる.

(8) ランダムで測量点数 1024 では, すべて同様な評価関数値 E_r をもつが, もちろん, これらは形状も印象も異なる.

(9) D に対する DH の視覚評価での良さが必ずしも評価関数値に寄与していない, すなわち, 折り目のない DH と三角形面の折り目が確認できる D とがほとんど同じ評価関数値をもつ. これは, 視覚での印象には, 標高差の大小よりも, 周波数成分の違いの方が大きく寄与するためであろう. また, DL よりも, D



(a) 256 sampling points



(b) 1024 sampling points



(c) 4096 sampling points

図 11 補間誤差の可視化画像

Fig. 11 Visualization of interpolation error.

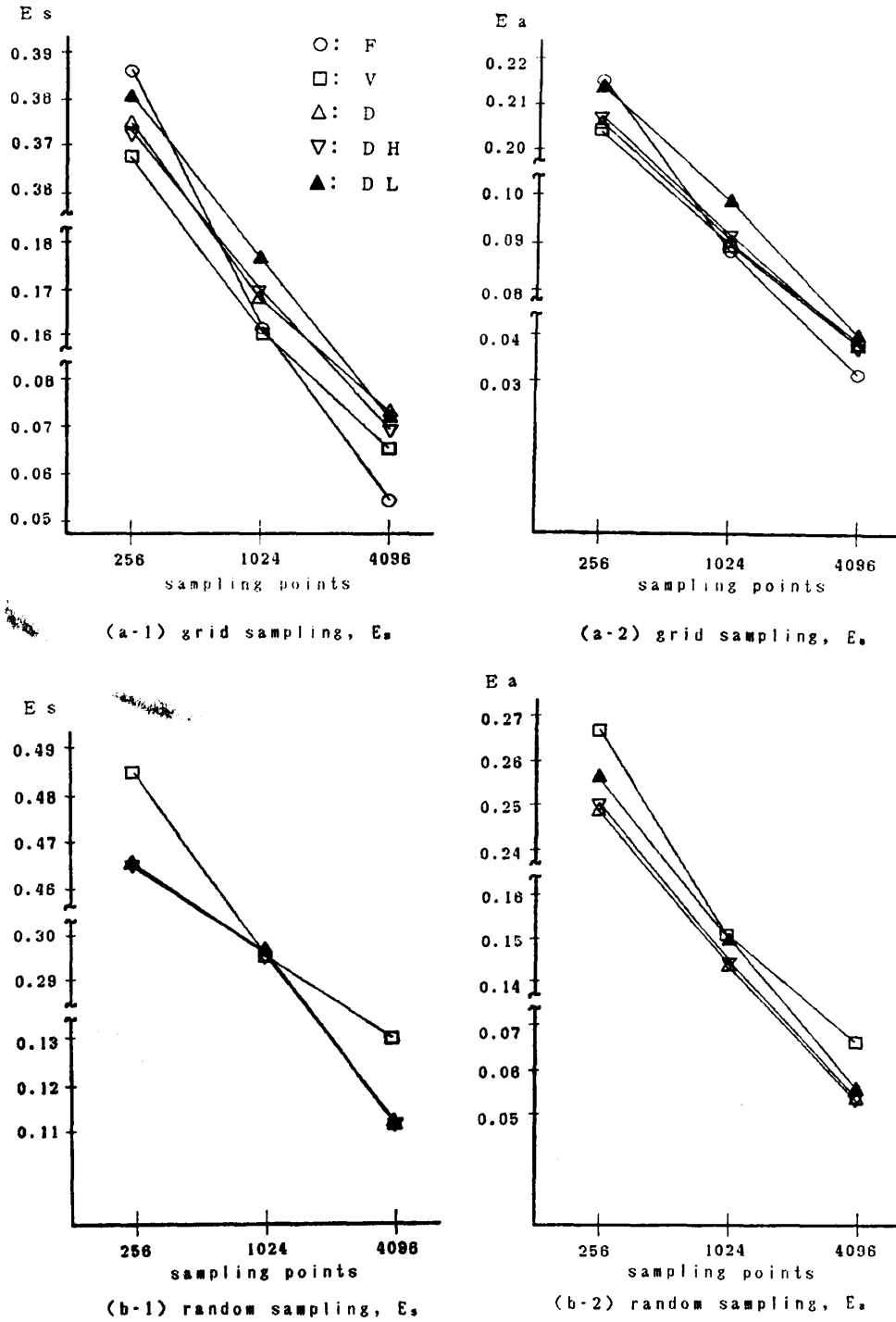


図 12 評価関数値 E_s , E_a .

Fig. 12 Numerical evaluation values E_s and E_a .

の評価関数値の方が良い。視覚的印象からいうと、折り目のあるDは人工的であり、なめらかすぎるDLも不自然であり、どれが良いとはいえない。ただ、Dには折り目があっても、DLよりもよく形状を表してい

るように感じるのも、印象を含めた評価の難しさを表しているといえよう。

(7)は、斜面の傾斜方向を推測し（簡単な、原形への仮定である）、対角線の方を定めるようにすれば、

改善が期待できることを示しており、原形への仮定が大切であることを示しているともいえよう。

CG では形状の印象が重要であり、再現が近似である限り、その正確さというときには印象も含まれなければならない。地形に対する広く認められる仮定と再現の正確さを評価し得る評価法（できれば数量化し得る評価関数）の開発が期待される。

4. 尾根線図に対する補間法

山の形状を航空写真や地形図などで見た場合、その特徴は、山の尾根線や谷線として現れていることがわかる。さらに、架空の山の定義をしようとした場合は、測量点標高値や等高線の形状を想像するよりも、尾根線や谷線を想像する方が自然であろう。地形図も、等高線地図図よりは“毛羽図”の方が形状を認識しやすいことから、もし、尾根線のスケッチから山の形状が定義できる補間法が開発されれば、非常に有効なものとなろう。ここでは、筆者らが考えている、その補間法の概要を示しておく。本方法の詳細なインプリメントは現在検討中であり、別途報告するつもりである。

アルゴリズム (Ⅲ): {図 13 参照}

ステップ 0. デジタル地形モデルのための 2次元配列 M を用意する。

ステップ 1. 尾根線データを入力する。尾根線の特徴点には標高値が与えられているものとする。

ステップ 2. 標高値を補間しながら、尾根線を M に書き込む。

ステップ 3. 山の特徴的な傾斜角をもって、尾根から裾を広げる。

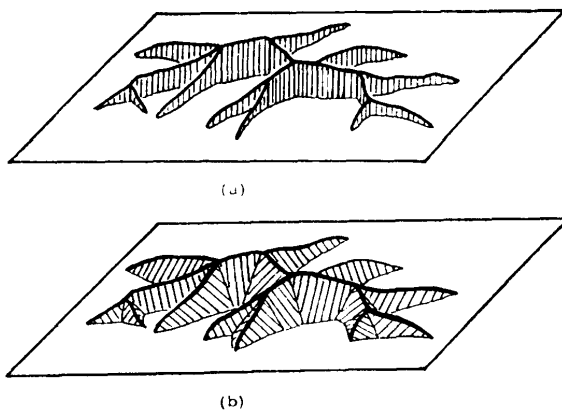


図 13 補間アルゴリズム (Ⅲ)

Fig. 13 The interpolation method (Ⅲ) applicable to ridge lines.

ステップ 4. M に 2次元 FFT によりローパスフィルタをかけ平滑化する。

5. むすび

本文では、等高線データや国土数値情報などの種々の原データから、密なデジタル地形モデルを得るための補間法として、

- (a) 折り目のない補間が得られ、
- (b) 補間の原理が明確で、インプリメントの容易なアルゴリズムである。

という条件を満足させるものとして、5つの方法を提案した。いずれも、デジタル幾何学での簡単なアルゴリズムと FFT (高速離散フーリエ変換) により構成されており、インプリメントが容易である。

さらに、補間法の評価を、帯域制限された特定の原形について、視覚評価法と数量評価法により試みた。その結果、補間法、さらには、ここで用いた評価法の性質のいくつかが明かとなった。CG では形状の印象が重要であり、再現が近似である限り、その正確さというときには印象も含まれなければならない。地形に対する広く認められる仮定と、再現の正確さを評価し得る評価法（できれば数量化し得る評価関数）の開発が期待されることを述べた。

ここでは、その他の課題についてまとめておく。

図 14 に秋田県太平山周辺の測量点データと、アルゴリズム (Ⅱ-2) により得られたデジタル地形モデルから、直接生成した陰影画像を示す。デジタル地形モデルから直接画像を生成するためには、スクリーンの解像度とモデルの解像度との関係が問題となる。一般

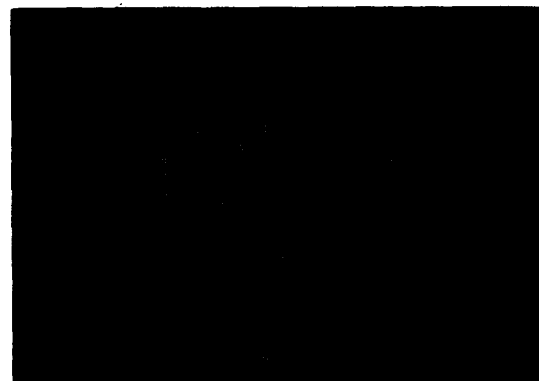


図 14 アルゴリズム (Ⅱ-2) により得られたデジタル地形モデルから作成した太平山の陰影画像

Fig. 14 A shading image of Mt. Taihei obtained from a digital terrain model interpolated by applying the interpolation method (Ⅱ-2) to elevation data.

に、遠景の場合は問題ないが、カメラのズームインによる部分拡大の際には、デジタル地形モデルの解像度がスクリーンのそれに比べ、疎となるため、何らかの補間が必要となる。フラクタルブラウン運動に基づく形状定義のための中点変位法は局所的に補間が実行できるため、計算量の面で効果的に働くというメリットをもつ²⁾⁻⁴⁾。一方、文献^{14), 15)}では、帯域制限補間を高速に、かつ部分的に行える補間法を提案している。筆者らは、本方法を応用した、ズームイン可能なデジタル地形モデルによる高速画像生成法を開発中であり、別途報告するつもりである。

本文で示した補間法は、岩盤もあらわなごつごつした険しい山の形状定義法にそのまま使えるとは考えていない。特に、このような山は一価関数でないことが多く、デジタル地形モデル自体その有効性に問題があり、筆者らは、このような山については Voxel 表現によるのが良いと考えている。さらに、形状は、岩石や岩盤の形状に関する何らかの生成モデルによるのが良いと考えている。

さらに、広大な景観を生成するには、植生の生成アルゴリズムと樹木を中心とした植物の形状定義法の開発が期待される。カメラのズームインに真に耐え得るためにも、非常に重要となる。さらに、デジタル地形モデル上で動作する河川の生成アルゴリズムも期待される。

謝辞 日頃、ご討論頂く東北大学西関隆夫助教授に感謝いたします。また、有益なご指摘を頂いた査読者に感謝いたします。なお、本研究の一部は文部省科研費(奨励研究(A)62750337)の補助による。

参 考 文 献

- 1) Adams, J.: A New FFT Approach to the Interpolation of Discrete-time Signals, *ICASSP 86*, Tokyo, pp. 213-215 (1986).
- 2) Christiansen, H. N. and Sederberg, T. W.: Conversion of Complex Contour Line Definitions into Polygonal Element Mosaics, *Computer Graphics*, Vol. 12, No. 3, pp. 187-192 (1978).
- 3) Fournier, A., Fussell, D. and Carpenter, L.: Computer Rendering of Stochastic Models, *C. ACM*, Vol. 25, No. 6, pp. 371-384 (1982).
- 4) Fournier, A. and Milligan, T.: Frame Buffer Algorithms for Stochastic Models, *IEEE CG & A*, Vol. 5, No. 10, pp. 40-46 (1985).
- 5) Fowler, R. J. and Little, J. J.: Automatic Extraction of Irregular Network Digital Terrain Models, *Computer Graphics*, Vol. 13, No. 2, pp. 199-207 (1979).
- 6) Fuchs, H., Kedem, Z. M. and Uselton, S. P.: Optimal Surface Reconstruction from Planar Contours, *C. ACM*, Vol. 20, No. 10, pp. 693-702 (1977).
- 7) Ganapathy, S. and Dennehy, T. G.: A New General Triangulation Method for Planar Contours, *Computer Graphics*, Vol. 16, No. 3, pp. 69-75 (1982).
- 8) Mandelbrot, B. B.: *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Company, New York (1983).
- 9) Preparata, F. P. and Shamos, M. I.: *Computational Geometry: An Introduction*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1985).
- 10) Voss, R. F.: *Random Fractal Forgeries, Fundamental Algorithms for Computer Graphics*, pp. 805-835, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1985).
- 11) Yamada, H.: Complete Euclidean Distance Transformation by Parallel Operation, *Proc. 7th ICPR*, pp. 69-71 (1984).
- 12) 伊理正夫(編): 地理的情報の処理に関する基本アルゴリズム, 財団法人鹿島学術振興財団昭和56年度研究助成金による研究の報告書(1983).
- 13) 程 康, 出澤正徳, 相馬 嵩: 等高線形状モデルから格子点モデルへの変換, 情報処理学会研究会資料, グラフィクスと CAD, 21-4 (1986).
- 14) 千葉則茂, 海野啓明, 三浦 守: FFT による高速補間法, 電子情報通信学会論文誌, 採録決定, 信号処理特集号(A分冊)(1988).
- 15) 仁木 登, 水谷利雄, 高橋義造, 井上多門: 二次元フーリエ変換法による CT の高速画像再構成, 電子通信学会論文誌, Vol. J66-D, No. 6, pp. 707-714 (1983).
- 16) 間瀬健二, 鳥脇純一郎, 福村見夫: 拡張されたデジタルボロノイ線図とその画像処理への応用, 電子通信学会論文誌, Vol. J64-D, No. 11, pp. 1029-1036 (1981).
- 17) 三沢雅一, 村岡一信, 千葉則茂, 斎藤伸白: コンピュータグラフィクスにおける山の形状定義について, グラフィクスと CAD シンポジウム論文集, pp. 119-126 (1986).

(昭和62年3月18日受付)

(昭和62年9月9日採録)



千葉 則茂 (正会員)

昭和26年生。昭和50年岩手大学工学部電気工学科卒業。同年より昭和53年まで(株)日本ビジネスコンサルタントに勤務。昭和59年東北大学大学院博士後期課程修了。工学博士。同年同大学工学部助手。昭和61年仙台電波工業高等専門学校助教授。昭和62年岩手大学工学部助教授。現在に至る。アルゴリズム、コンピュータグラフィックス、画像処理に興味を持つ。電子情報通信学会、ACM各会員。



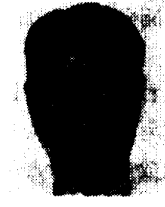
村岡 一信 (正会員)

昭和29年生。昭和51年東北工業大学電子工学科卒業。同年同大学研究生。昭和52年仙台電子専門学校教員。現在、同校情報実習センター所長。コンピュータグラフィックス、CAIに興味を持つ。



三沢 雅一 (正会員)

昭和37年生。昭和60年東北大学工学部通信工学科卒業。昭和62年東北大学大学院修士課程修了。同年東北電力(株)入社。現在に至る。在学中、コンピュータグラフィックスに興味を持つ。



高橋 伸自

昭和3年生。昭和26年東北大学工学部電気工学科卒業。同大通信工学科教授。工学博士。超短波帯雑音、分布定数回路、帯域制限パルス波形、グラフ理論とその応用などの研究に従事。著書「回路論」、訳書「グラフ理論入門」など、電子情報通信学会会員。