

J-2 ウェーブレット分解によるエッジ方向を考慮した画像雑音除去  
Edge Adaptive Image Denoising by Wavelet Decomposition

松尾 直志<sup>†</sup>  
Tadashi Matsuo

吉田 靖夫<sup>‡</sup>  
Yasuo Yoshida

1. はじめに

近年、信号処理、画像処理に2次元離散ウェーブレット変換を用いることが多くなっている。2次元ウェーブレット変換として、フーリエ変換を2次元に拡張すると同様に、縦方向、横方向に1次元ウェーブレット変換を施す方法がよく用いられている。ウェーブレット変換によって局所的でしかも空間周波数に応じた処理を行うことが可能であるが、縦方向、横方向に1次元変換を施す方法では斜め方向の成分、45度方向の成分と135度方向の成分とを区別することができない。本論文で提案する方法は、ウェーブレット変換の特徴である空間的局所性と周波数的局所性を保ちながら色々な角度に対応した処理を可能とするものである。

提案方法は方向を分割するようなフィルタを施したあとでウェーブレット分解を行うことで方向を分離しつつ、しかも空間局所性、周波数局所性をもつ分解を行う。この分解によって得られた信号から原信号を再構成することも容易である。

本論文では提案方法による分解、再構成及び、方向分離フィルタの構成について述べ、この方法を用いた雑音除去シミュレーションでその有効性を示す。

2. 分解と再構成

通常の2次元ウェーブレット変換の場合、空間周波数の絶対値によって周波数領域を分割することになるが、斜め方向のエッジにも対応するためには空間周波数の絶対値だけではなく、その符号も考慮する必要がある。提案方法は、空間周波数の符号によって周波数領域を分割するフィルタ(方向分離フィルタ)を用意し、2次元ウェーブレット変換と組み合わせることによって、周波数領域を方向に応じた形に分割する方法である。

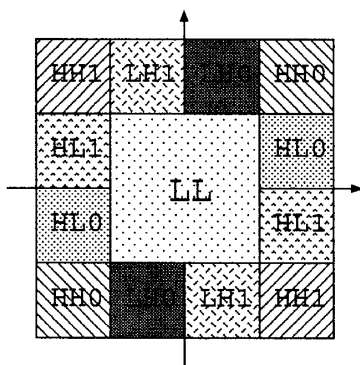


図1: 提案方法による周波数領域の分割

分解は、 $LL(0)$  を原画像としてレベル毎に図2のよう

に行う。(図2中の2D-DWTは通常の2次元ウェーブレット変換を意味する) 二つのフィルタ  $D_0$  と  $D_1$  によって、

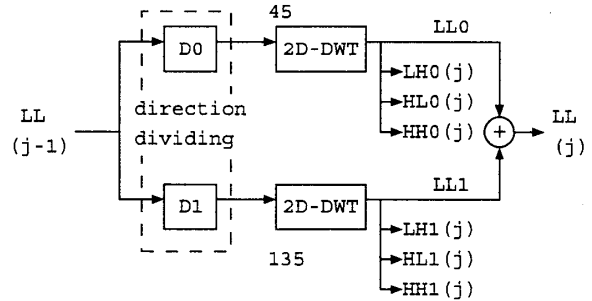


図2: 分解の過程(レベルj)

画像を45度方向、135度に分離するのであるが、ここでは簡単のため、周波数領域での  $D_0(\xi, \xi') + D_1(\xi, \xi') = 1$  という条件を課すこととする。この条件によって、図3のような手順で再構成を行うことができる。(図3中の2D-IDWTは通常の2次元逆ウェーブレット変換を意味する)

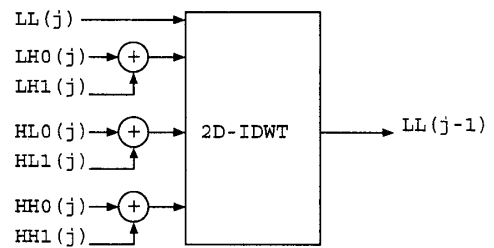


図3: 再構成の過程(レベルj)

3. 方向分離フィルタ

条件  $D_0(\xi, \xi') + D_1(\xi, \xi') = 1$  を満たすフィルタは、ウェーブレットのツースケール係数から構成することができる。ある直交ウェーブレット  $\psi$  とそれに対応するスケール関数  $\varphi$  に対して

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n h_n \varphi(2x - n) \quad (1)$$

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n g_n \varphi(2x - n) \quad (2)$$

のようなツースケール関係が成り立つとする。また、 $h(\xi) = \sum_n h_n e^{-in\xi}$ 、 $g(\xi) = \sum_n g_n e^{-in\xi}$  とする。このとき、 $\tilde{h}(\xi) = h(\xi - \frac{\pi}{2})$ 、 $\tilde{g}(\xi) = g(\xi - \frac{\pi}{2})$  として

$$D_0(\xi, \xi') = \frac{1}{4} \left\{ \left| \tilde{h}(\xi) \tilde{h}(\xi') \right|^2 + \left| \tilde{g}(\xi) \tilde{g}(\xi') \right|^2 \right\}$$

<sup>†</sup>京都工芸繊維大学大学院工芸科学研究科, Kyoto Institute of Technology

<sup>‡</sup>京都工芸繊維大学, Kyoto Institute of Technology

$$D_1(\xi, \xi') = \frac{1}{4} \left\{ \left| \tilde{h}(\xi) \tilde{g}(\xi') \right|^2 + \left| \tilde{g}(\xi) \tilde{h}(\xi') \right|^2 \right\}$$

と定義すると、 $h_n, g_n$ が実数であれば  $D_0, D_1$ は2次元の実フィルタとなる。ウェーブレットの性質から  $D_0(\xi, \xi') + D_1(\xi, \xi') = 1$  となり、しかも  $D_0$ は空間周波数が  $x$  方向、 $y$  方向について同符号の領域、 $D_1$ は空間周波数が  $x$  方向、 $y$  方向について異符号の領域をとりだすフィルタとなる。したがって、方向分離フィルタとして用いることができる。

#### 4. overcomplete な分解

2.では、多重解像度への分解として通常の2次元ウェーブレット分解を用いたが、ここで overcomplete なウェーブレット分解を用いることもできる。overcomplete なウェーブレット分解とは、式(1)、(2)のツースケール関係を満たす  $\psi$  と  $\varphi$  が与えられたときに

$$\varphi^{j,n}(x) = \varphi(2^{-j}(x-n)) \quad , \quad \psi^{j,n}(x) = \psi(2^{-j}(x-n))$$

として、原信号  $f(x) = \sum_n c^{0,n} \varphi^{0,n}(x)$  を

$$f(x) = \sum_n c^{j,n} \varphi^{j,n}(x) + \sum_{j=1}^J \frac{1}{2^j} \sum_n d^{j,n} \psi^{j,n}(x)$$

のように分解する操作のことである。展開係数  $c^{j,n}, d^{j,n}$  には次のような関係式が成り立ち、再帰的に分解、再構成できる。

$$c^{j,n} = \sum_k c^{j-1, n+2^j k} \overline{h_k} \quad , \quad d^{j,n} = \sum_k c^{j-1, n+2^j k} g_k$$

$$c^{j-1, n} = \frac{1}{2} \sum_k c^{j, n-2^j k} h_k + d^{j, n-2^j k} g_k$$

overcomplete なウェーブレット分解は、どのレベルにおいても間隔1でスケーリング関数、ウェーブレットを配置して信号を表現する方法であり、通常のウェーブレット分解でダウンサンプリングを行わないことに等しい。

このように方向分離フィルタを構成すると、図2における低周波  $LL(j)$  以外の出力のインパルス応答は図4のようになる ( $j=4$ とした)。この図では方向分離フィルタの構成のためのウェーブレットと、ウェーブレット分解のためのウェーブレットはともに Daubechies の ( $N=3$ ) のウェーブレット [1] を用いている。図中の各フィルタの配置は図1の上半平面に対応している。ウェーブレット分解に、対称な双直交ウェーブレットを用いれば、 $HH0$  と  $HH1$ 、 $LH0$  と  $LH1$ 、 $HL0$  と  $HL1$  のインパルス応答はそれぞれ互いに左右反転したものになる。

#### 5. 雑音除去シミュレーションの結果と考察

提案方法と従来法とを比較するため、簡単な soft thresholding [2] による雑音除去シミュレーションを行った。原画像は  $512 \times 512$  の boat であり、これに標準偏差15の白色ガウス雑音を加えたものに対して処理を行った。soft thresholding の際の閾値としては、対象のレベルにおける雑音の標準偏差の  $\sqrt{2}$  倍をとった。その結果

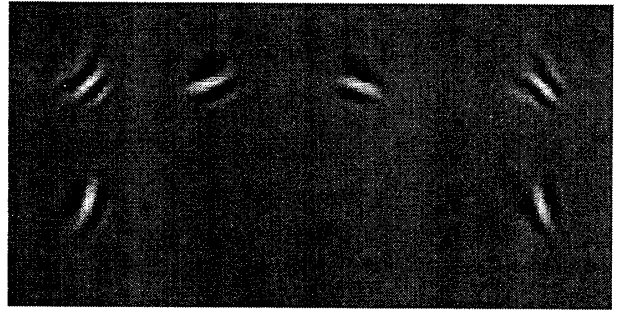
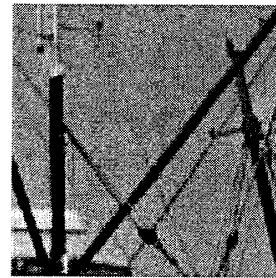


図4: インパルス応答 (overcomplete の場合のレベル4)

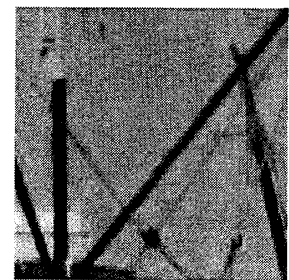
の一部分が図5である。従来法、提案方法とも、overcomplete の場合の方が画質はよかった。overcomplete の場合について従来法と提案方法とを比較すると、従来法では、斜めのポールの部分に雑音が残っているように見えるが、提案方法の場合、それが緩和されていることが分かる。従来法では45度方向と135度方向の成分とを分離できないので、135度方向の雑音のみを除去する、といったことができないためである。この結果から、角度に応じた処理が必要な場面においては提案方法が有効であると考えられる。



(a) 原画像



(b) 従来法 (oc)



(c) 提案方法 (oc)

図5: soft thresholding による雑音除去結果

#### 参考文献

- [1] Ingrid Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets," the Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992
- [2] David L. Donoho, "De-Noising by Soft-Thresholding," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.41, no.3, pp.613-627, 1995