

科目難易度と個人成績を考慮した GPA** の順位の正当性について
The validity of the rank of GPA** in consideration of Course Difficulty and Personal Scores

稲垣麻央†
Mao Inagaki

能上慎也‡
Shinya Nogami

1. はじめに

現在、多くの大学で導入されている学生の成績評価方法として GPA (Grade Point Average) が挙げられ、様々な角度から研究がなされている (文献[1][2]) .

現行 GPA は、各学生の履修科目の担当者や内容のレベルが異なるため、他学部・他学科、あるいは他大学との比較ができないことは周知の事実である。しかしながら、同学科の学生同士であっても、難易度が高く、単位修得の難しい科目を多く履修している学生と、難易度が低く、単位修得が易しい科目を多く履修している学生とでは、GPA の数値が同じであっても、評価というポイントにおいては厳密には正確性を欠く。

我々は、より正確な評価のために各履修科目の難易度を考慮に入れた GPA* を提案した (文献[3][4]) . さらにこの GPA* を基に、難易度の高い科目で良い点数を取った学生にはポイントを多く与え、難易度の低い科目で悪い点数を取った学生にはポイントを低く与えるなど、科目難易度の重みづけポイントに新たに個人成績を含める GPA** を提案した (文献[5][6]) .

現行 GPA と GPA** を比較すると順位変動が起こるが、それは、GPA** が科目難易度と個人成績を考慮しているために起こる順位変動である。本稿では、それらの変動の正当性に関する検証を行うことにより GPA** の有効性を示す。

2. GPA について

一般に GPA は学生個人ごとに(1)式により計算される。これは、その学生が履修した各科目につけられた成績のレターグレード (例えば、S/A/B/C/D) をグレードポイント (GP) と呼ぶ数値 (例えば、4.0/3.0/2.0/1.0/0.0) に対応変換し、その学生の履修した各科目の GP に当該科目の単位数を乗じて、その総和を履修総単位数で除したものである。ここで、 GP_j は科目 j の GP, U_j は科目 j の単位数である。

$$GPA = \sum_j (GP_j * U_j) / \sum_j U_j \dots (1)$$

3. 科目難易度を考慮した方式 (GPA*) (文献[3][4])

科目難易度を考慮した方式 (GPA*) を求める。まず科目 j の科目難易度 (D_j) を求める。そのために準備としてまずその科目 j の各 GP の人数が全体に占める割合 ($r_{1j}/r_{2j}/r_{3j}/r_{4j}/r_{5j}$: 各 r_{mj} は % で表現するため合計値は 100(%)) に GP を乗じて PGP_{mj} (Point of Grade Point) を算出し、これを各グレードについて合計した値 (PGP_j) (2)式及び表1参照) から(3)式より科目の難易度 (D_j) を算出し、各科目について平均をとってその学生の GPA* を求める ((4)式)。ここで、 D_j は科目 j の科目難易度 ($0 \leq D_j \leq 1.0$)、 K は難易度に応じて重みづけするパラメータとする (本稿では $K=2$)。

† 東京理科大学大学院経営学研究科 Graduate School of Management, Tokyo University of Science

‡ 東京理科大学経営学部 School of Management, Tokyo University of Science

$$PGP_j = \sum_{m=1}^5 PGP_{mj} = (PGP_{1j} + PGP_{2j} + \dots + PGP_{5j})$$

$$= 4.0 * r_1 + 3.0 * r_2 + 2.0 * r_3 + 1.0 * r_4 + 0.0 * r_5 \dots (2)$$

$$D_j = 1.0 - PGP_j / 400 \dots (3)$$

$$GPA^* = \sum_j ((GP_j * K * D_j) * U_j) / \sum_j U_j \dots (4)$$

表1 GPA*

| LG | S | A | B | C | D |
|-------------------|---------|---------|---------|-------|-------|
| GP | 4.0 | 3.0 | 2.0 | 1.0 | 0.0 |
| 割合(%) | r_1 | r_2 | r_3 | r_4 | r_5 |
| PGP _{mj} | 4 r_1 | 3 r_2 | 2 r_3 | r_4 | 0 |

この方式により難しい科目を選択した学生の GPA の値はより大きな値に変換され、易しい科目を選択した学生はその逆となる。

4. 科目難易度と個人成績を考慮した方式 (GPA**) (文献[5][6])

3章までは各科目に対して難易度を設定し、その科目の履修者全員に同じ難易度の値を与えていたが、ここでは GPA* をベースとして用いてさらに個人成績も加味した評価方法で GPA** を算出する。

この方式では、科目難易度 D_j に加え、個人成績に関するパラメータ Z を用いて変換する。これにより算出された GP を GP** と表し、ある学生が履修する全科目について平均をとったものを GPA** と表す ((5)(6)式)。科目の難易度は $D_j \geq 0.5$ の科目を難しい科目とし、 $D_j < 0.5$ の科目を易しい科目とする。

$$GP^{**} = GP_j * K * D_j * Z \dots (5)$$

$$GPA^{**} = \sum_j ((GP_j * K * D_j * Z) * U_j) / \sum_j U_j \dots (6)$$

(a) 難しい科目 ($D_j \geq 0.5$) の場合

その科目の最も悪い評価 ($GP_j = D$) を取った学生を基準に、良い評価になるにつれて、難しい科目で良い評価を取ったことが GP** に反映されるようする。

すなわち、より良い成績をとった者により多くのポイントを与えるように GP_j を $\theta \sim \theta^4$ 倍するようなポイントを与える (下に凸の関数の形を乗算する) (表2参照)。

Z は D~S 評価の学生に対して、 GP_j を 1, θ , θ^2 , θ^3 , θ^4 倍する重みづけパラメータとする ($\theta > 1.0$, 本稿では $\theta^4 = 1.5$) (表3参照)。

(b) 易しい科目 ($D_j < 0.5$) の場合

その科目の最も良い評価 ($GP_j = S$) を取った学生を基準に、悪い評価を取るにつれて、易しい科目で悪い評価を取ったことが反映されるようにする。

すなわち、より悪い成績をとった者により少ないポイントを与えるように $1/\theta \sim 1/\theta^4$ 倍するようなポイントを与える (上に凸の関数の形を乗算する) (表2参照)。

Z は S~D 評価の学生に対して、 GP_j を 1, $1/\theta$, $1/\theta^2$, $1/\theta^3$,

表2 ポイントの値

| 個人成績 | ポイントの値 |
|------------|--------|
| θ^4 | 1.5 |
| θ^3 | 1.356 |
| θ^2 | 1.225 |
| θ | 1.107 |

表3 GP**のポイントの与え方 ($\theta > 1.0$)

| | | 個人成績用の科目難易度 | |
|------|---|------------------------|------------------------|
| | | 難しい ($D_i \geq 0.5$) | 易しい ($D_i < 0.5$) |
| 個人成績 | S | $(K * D_i) * \theta^4$ | $(K * D_i)$ |
| | A | $(K * D_i) * \theta^3$ | $(K * D_i) / \theta$ |
| | B | $(K * D_i) * \theta^2$ | $(K * D_i) / \theta^2$ |
| | C | $(K * D_i) * \theta$ | $(K * D_i) / \theta^3$ |
| | D | $(K * D_i) = 0$ | $(K * D_i) / \theta^4$ |

ex) 難しい科目でC評価の学生の場合 ($Z=0$)
 $GP^{**} = GP_j * K * D_j * \theta$

$1/\theta^4$ 倍する重みづけパラメータとする ($\theta > 1.0$, 本稿では $\theta^4=1.5$) (表3参照).

ここでは, $K=2$ (難易度の最大値をGPの2倍の値とする), $\theta^4=1.5$ (D評価を1としてSに近づくにつれて難しいものにはよりポイントが増加する) の場合を考える.

5. 順位変動の正当性について

現行GPAとGPA*及びGPA**の順位を比較すると変動が起

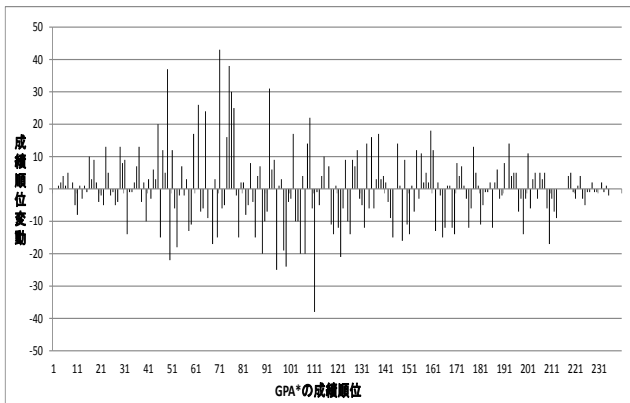


図1 GPAとGPA*の順位変動

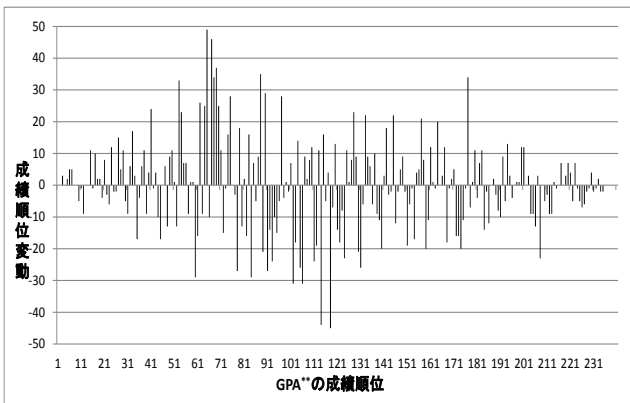


図2 GPAとGPA**の順位変動

こる. これらの順位変動は GPA*が科目難易度を考慮し, GPA**が科目難易度と個人成績を考慮しているため起こると考えられる. ここで, 現行GPAをGPA, GPA**にすることで起こる順位変動の正当性について検証する.

5.1 ダミーデータ

- ・学生数 240名 (ある年度の一学年分)
- ・科目数 84科目
- ・学生の履修科目数 平均29科目

5.2 シミュレーション

現行GPAからGPA*及びGPA**へ変更したときの各学生の順位変動を見てみると図1, 2のようになる.

これら図1, 2において, 横軸はそれぞれGPA*, GPA**の成績順位順に並べたものであり, 成績順位変動をみると, 成績上位の学生と下位の学生は大きな順位変動が起きていないことがわかる. 一方, 成績が中間層の学生は上位, 下位の学生と比較して変動が大きく起きていることが分かる.

ここで, 変換を加えた科目難易度 $K * D_j$ が1以上である科目の履修数と1以下である科目の履修数の比率をAと定義し, 算出する(式(7)). Aの値が大きければ大きいほど, 難易度が高い科目を多く履修していることを表し, Aの値が小さければ小さいほど, 難易度が低い科目を多く履修していることを示すことになる.

$$A = (K * D_j \geq 1 \text{ の科目数}) / (K * D_j < 1 \text{ の科目数}) \dots (7)$$

図3では, 現行GPAとGPA*の順位変動とAの関係性を調べた. 左からAの値の高い順(科目難易度が高い科目を多く履修している順)に学生を並べたものであり, 現行GPA

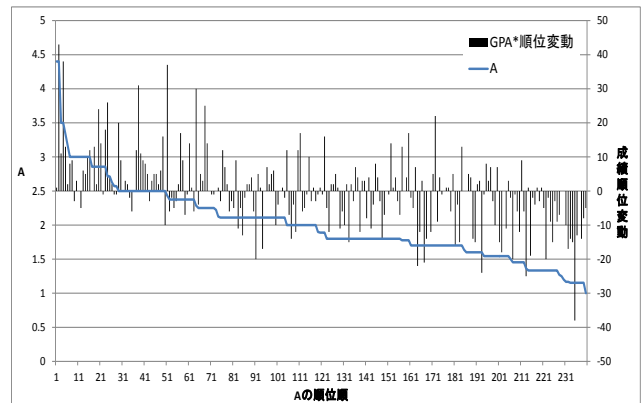


図3 現行GPAとGPA*の順位変動とAの関係性

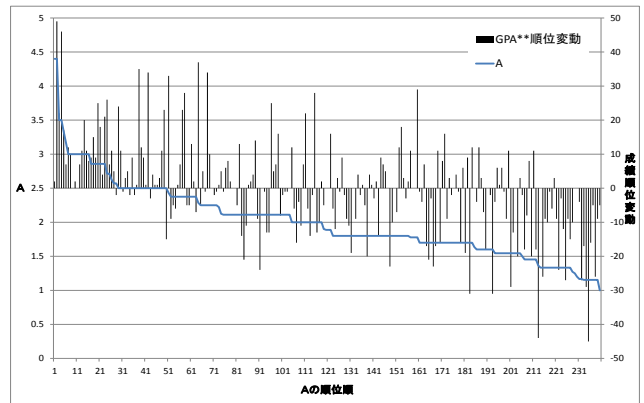


図4 現行GPAとGPA**の順位変動とAの関係性

と GPA^* の順位変動を並べた結果、 A の値が高ければ高いほど難しい科目を多く履修している為、順位が上がる場合が多く、 A の値が低ければ低いほど易しい科目を多く履修している為、順位が下がる場合が多いことが分かった。

図4では、現行 GPA と GPA^{**} の順位変動と A の関係性を調べた。左から A の値の高い順 (科目難易度が高い科目を多く履修している学生順) に現行 GPA と GPA^{**} の順位変動を並べた結果、科目難易度の高い科目を多く選択している学生は順位が上がっている場合が多くみられ、逆に科目難易度の低い科目を多く履修している学生は順位が下がっている場合が図3の結果より若干顕著にでていることが分かる。これは、 GPA^{**} が個人成績まで考慮しているため、 A の値が高い学生でより良い成績を取った学生はより順位が上がり、逆に、 A の値が低い学生で悪い成績を取った学生の順位がより下がっていることためと考えられる。

ただし例外として、難易度が高い科目を多く取っていてもその中で個人成績が極端に悪い学生は順位が下がり、難易度が低い科目を取っていても個人成績が極端に良い学生は順位が上がる場合がある。

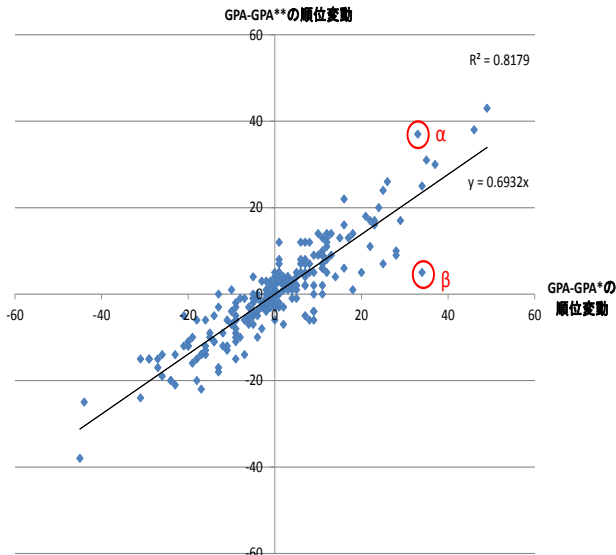


図5 $GPA-GPA^*$ の順位変動 (横軸) と $GPA-GPA^{**}$ の順位変動 (縦軸) の関係

図5は $GPA-GPA^*$ の順位変動 (横軸) と $GPA-GPA^{**}$ の順位変動 (縦軸) の関係を示している。これらの順位変動の大きさは、難易度の高い科目を取った科目数 (量的側面) と各科目の難易度の高さ (質的側面) の両方により総合的に決まる。学生 α と学生 β は難易度のみを考慮した横軸の順位変動に関しては同じような順位変動の値を示しているが、縦軸は大きく異なる。縦軸の値、すなわち個人成績を考慮した際の順位変動は大きく異なっている。学生 α の方が比較的良い成績をとった結果であり、 β の方が比較的悪い成績をとった結果であることが分かる。

図から分かるように、縦軸と横軸には正の相関があるように見て取れる。さらに、正の相関はあるが、成績まで考慮すると若干のバラつきがでてくる。このように GPA^{**} は難易度にさらに個人成績まで考慮して順位変動を考慮したものであり、各科目の難易度に加えて個人成績まで考慮した本来あるべき順位を算出できていると考えられる。

6. むすび

本稿では、現行 GPA と科目難易度のみを考慮した GPA^* 及び科目難易度と個人成績を考慮した GPA^{**} の順位変動に正当性があるか検証を行った。

GPA^* では、 A の値 (変換を加えた科目難易度 $K \cdot D_i$ が1以上である科目の履修数と1以下である科目の履修数の比率) が高い学生は順位が上がり、 A の値が低い学生は順位が下がることが分かった。 GPA^{**} では、 A の値が高く、良い成績を取った学生は順位が上がり、 A の値が低く、悪い成績を取った学生は順位が下がることが分かった。

また、 $GPA-GPA^*$ の順位変動と $GPA-GPA^{**}$ の順位変動には正の相関があり、科目難易度と個人成績を考慮した GPA^{**} は各科目の難易度に加えて個人成績まで考慮した本来あるべき順位を算出できていると考えられる。

【謝辞】

本研究を進めるに当たり、熱心にご討論いただいた東京理科大学経営学部の教員、および学生の皆様に心より感謝いたします。

【参考文献】

- [1] 半田智久, “GPA 制度の研究 functional GPA に向けて”, 大学教育出版, (2012年1月30日).
- [2] 林直嗣, “大学教育のガバナンスと成績評価基準(上)(中)(下)=質保障と GPA 制度=”, 法政大学経営学会, 『経営志林』第47巻第1号, (2010年4月).
- [3] 稲垣麻央, 能上慎也, “科目難易度を考慮した GPA について”, 電子情報通信学会総合大会, D-17-2(2013年3月).
- [4] 稲垣麻央, 能上慎也, “科目難易度を考慮した GPA に関する方式の比較評価”, FIT2013 第12回情報科学技術フォーラム, O-042(2013年9月).
- [5] 稲垣麻央, 能上慎也, “科目難易度と個人成績を考慮した新しい GPA の提案”, ソフトウェアインタプライズモデリング研究会 (SWIM), 2013年11月29日.
- [6] 稲垣麻央, 能上慎也, “科目難易度と個人成績を考慮した GPA の評価”, 電子情報通信学会総合大会, D-17-3(2014年3月).
- [7] 稲垣麻央, 能上慎也, “科目難易度と個人成績を考慮した GPA と成績分布の関係について”, 教育工学研究会 (ET), 2014年5月24日.