間欠障害を伴うコンピュータ・システムの最適点検方策†

安井一民†† 尾崎俊治†††

コンピュータ・システムは，多くの外部的および内部的要因によって諸種のシステム障害を発生し得るが，これを，およそ動作障害という面から大別すると，一時障害と固定障害に分類することができる．前者は，素子の一時的な誤動作に代表され，後者は，断線や回路素子の固定的な故障などがある．通常のコンピュータ・システムにおいて発生する主な一時障害は，ECC による自動訂正や，再試行などにより，自動修復がはかられているが，これらの障害は，その程度に応じてくり返し発生する場合があり，結果として，固定障害へ発展させないための，有効かつ確実な点検方策が必要となる．ここでは，このような観点から，一時障害と自動修復をくり返すコンピュータ・システムのモデルを設定し，一時障害を早期に発見するための各種の点検方策について考察する．すなわち，一時障害を発見するまでの期待総費用を最小とする点検方策や，一時障害の持続時間に注目して，1回の点検で一時障害を発見する確率を最大にする点検方策などを求め，数値例により種々の議論を行う．

1. まえがき

コンピュータ・システムは，多くの外部的および内部的要因によって諸種のシステム障害を発生し得るが，これを，およそ動作障害（Operational fault）という面から大別すると，一時障害（Temporary fault）と固定障害（Permanent fault）に分類することができる[1]．前者は，素子の一時的な誤動作に代表され，外部雑音などシステムの外部的要因にもとづくものと，ハードウェアの接触不良や誤動作，回路素子の性能劣化などの内部的要因によるものがある．後者は，断線や回路素子の固定的な故障などがあり，故障要素の重要度に応じてシステム故障となり，修理を必要とする．ここでは，前者のような一時障害が，くり返し発生する，いわゆる間欠障害（Intermittent fault）を伴うコンピュータ・システムの点検方策について考察する．

通常のコンピュータ・システムにおいて発生する主な一時障害には，MSU（Main Storage Unit）へのプログラムやデータの書込み，あるいは読出し時におけるものや，CPU（Central Processor Unit）での演算時，MSU と CPU その他のデータ移送時におけるものなどがあり[2]，ECC（Error Correcting Code）による自動訂正や，再試行（Retry）などにより，自動修復がはかられている[3]．しかし，これらの障害において，例えば回路素子の性能劣化に起因する一時障害などは，自動修復機能によって障害が一時的に消滅するが，発生原因となった障害はそのまま潜在して隠れ故障（Hidden failure[8] または Fault latency[9]）となり，それが使用される都度，動作障害がくり返し発生することがある．さらに，いわば性能劣化の進行とともに，自動修復が不可能となり，結果として固定障害へ発展してシステム故障となる場合があり，このような事態を防止するために，上述のような隠れ故障を早期に発見し修復するなどの，有効かつ確実な点検方策が必要となる．

間欠障害を伴うシステムの研究に関して，多数の文献[4)~6)]が発表されているが，ここでは，上述のような観点から，一時障害と自動修復をくり返すコンピュータ・システムにおける各種の点検方策について考察する．すなわち，一時障害を発見するまでの期待総費用を最小とする点検方策や，一時障害の持続時間に注目して，1回の点検で最初の一時障害を発見する確率を最大にする点検方策などを求め，数値例により種々の議論を行う．

2. モデルと解析

コンピュータ・システムには，ある確率分布に従って間欠障害が発生するものとする．すなわち，確率分布 $F(t)=1-\exp(-\lambda t)$ に従って一時障害が発生し，この障害は，確率分布 $G(t)=1-\exp(-\mu t)$ に従って自動的に修復する．ここで，障害発生から自動修復完了時点までは，一時障害が持続しているものとし，ECC による自動訂正や再試行の成功などによって，事実上の障害状態が消滅する場合も，自動修復がはか

† Optimum Inspection Policies for a Computer System with Intermittent Faults by KAZUMI YASUI (Division of Information Systems, Chubu Electric Power Inc.) and SHUNJI OSAKI (Faculty of Engineering, Hiroshima University).

†† 中部電力(株)情報システム部

††† 広島大学工学部

られたものとみなすこととする．なお，一時障害の持続時間は，発生時間に比べて短いと仮定し，$1/\lambda>1/\mu$ とする．このようなシステムに対して，一定時間間隔 T を設定し，時刻 kT $(k=1, 2, \ldots)$ で点検を実施する．そのとき，もし一時障害が持続しているならば，障害は発見され除去されるものとする．

以上の仮定のもとで，一時障害と自動修復の状態を次のように定義する．

状態 0 ：自動修復完了．

状態 1 ：一時障害発生．

このような状態を交互にくり返すシステムは，簡単なマルコフ過程を形成する．システムが，時刻 0 で状態 0 にあり，時刻 t で状態 j にある確率を $P_{0j}(t)$ $(j=0, 1)$ とすると，文献 [7), p. 78] により，次式を得る．

$$P_{00}(t)=\frac{\mu}{\lambda+\mu}+\frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t}, \tag{1}$$

$$P_{01}(t)=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}-\frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t}. \tag{2}$$

$P_{00}(t)$ は，時刻 t でシステムに障害が発生していない確率を表し，$P_{01}(t)$ は，時刻 t でシステムに一時障害が発生している確率を表す．明らかに，$P_{00}(t)+P_{01}(t)=1$ である．

さて，一時障害を発見するまでの点検回数を $M(T)$ とすると，(1)，(2)式を用いて，

$$M(T)=\sum_{j=1}^{\infty}j[P_{00}(T)]^{j-1}\cdot P_{01}(T)$$
$$=\frac{1}{1-P_{00}(T)}, \tag{3}$$

を得る．また，一時障害を発見するまでの平均時間 $l(T)$ は，

$$l(T)=\sum_{j=1}^{\infty}jT[P_{00}(T)]^{j-1}\cdot P_{01}(T)$$
$$=\frac{T}{1-P_{00}(T)}, \tag{4}$$

となる．

さらに，1回の点検で，最初の一時障害を発見する確率 $P_0(T)$ は，

$$P_0(T)=\int_0^T\bar{G}(T-u)\mathrm{d}F(u)$$
$$=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}[e^{-\lambda T}-e^{-\mu T}], \tag{5}$$

である．ここで，$\bar{G}(t)\equiv1-G(t)$ とおく．また，最初の一時障害を，ある点検で発見する確率 $P_1(T)$ は，再生方程式，$P_1(T)=P_0(T)+\exp(-\lambda T)P_1(T)$ を解くことによって，

$$P_1(T)=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\cdot\frac{e^{-\lambda T}-e^{-\mu T}}{1-e^{-\lambda T}}, \tag{6}$$

を得る．

最後に，n 回の点検の間に，一時障害を発見する確率 $Q_n(T)$ は，

$$Q_n(T)=1-[P_{00}(T)]^n, \tag{7}$$

となる．

3. 最適点検方策

最初に，一時障害を発見するまでの期待総費用 $C(T)$ を最小とする最適点検時間間隔 T_1^* を求めよう．1回の点検に要する費用を c_1，一時障害を発見するまでの，単位時間あたりの運営費用を c_2 とすると，(3)，(4)式を用いて，$C(T)$ は，

$$C(T)=\frac{c_1+c_2T}{1-P_{00}(t)}$$
$$=\frac{c_1+c_2T}{\frac{\lambda}{\lambda+\mu}[1-e^{-(\lambda+\mu)T}]}, \tag{8}$$

で与えられる．明らかに，$\lim_{T\to0}C(T)=\lim_{T\to\infty}C(T)=\infty$ である．$C(T)$ を T で微分して，$\mathrm{d}C(T)/\mathrm{d}T=0$ とおくことによって，

$$\frac{1}{\lambda+\mu}[e^{(\lambda+\mu)T}-1]-T=\frac{c_1}{c_2}, \tag{9}$$

を得る．(9)式の左辺を $L(T)$ とおくと，

$$L(0)=0, \tag{10}$$

$$L'(T)=e^{(\lambda+\mu)T}-1>0, \tag{11}$$

となる．したがって，(9)式を満たす唯一の有限な T_1^* が存在し，$C(T)$ を最小にする．

次に，1回の点検で，最初の一時障害を発見する確率を最大とする点検時間 T_2^* を求めよう．(5)式の $P_0(T)$ において，$\lim_{T\to0}P_0(T)=\lim_{T\to\infty}P_0(T)=0$ であり，

$$P_0'(T)=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}[-\lambda e^{-\lambda T}+\mu e^{-\mu T}], \tag{12}$$

となる．したがって，$P_0(T)$ を最大とする点検時間間隔 T_2^* は，$P_0'(T)=0$ とおくことによって，

$$T_2^*=\frac{\log\lambda-\log\mu}{\lambda-\mu}, \tag{13}$$

を得る．

また，最初の一時障害を発見する確率を β 以上にする点検時間，すなわち，

$$\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\cdot\frac{e^{-\lambda T}-e^{-\mu T}}{1-e^{-\lambda T}}\geqq\beta, \tag{14}$$

を満たす最大の T_3^* を求めてみよう．(6)式の $P_1(T)$

は，$\lim_{T\to 0} P_1(T)=1$，$\lim_{T\to\infty} P_1(T)=0$ となる．$P_1(T)$ を T で微分すると，

$$P_1'(T)=\frac{\lambda}{\mu-\lambda}\cdot\frac{e^{-(\lambda+\mu)T}}{(1-e^{-\lambda T})^2}[\mu(e^{\lambda T}-1)-\lambda(e^{\mu T}-1)], \tag{15}$$

を得る．(15)式の右辺の括弧の中を $H(T)$ とおくと，$\mu>\lambda$ の仮定から，

$$H(0)=0, \tag{16}$$

$$H'(T)=\mu\lambda(e^{\lambda T}-e^{\mu T})<0, \tag{17}$$

である．したがって，$P_1'(T)<0$ となり，$P_1(T)$ は T の単調減少関数であることが示される．よって，(14)式を満たす最大の T_3^* は唯一に存在する．

さらに，ある点検時間間隔 T を与えたとき，n 回の点検の間に，一時障害を発見する確率を β 以上とする点検回数は，$Q_n(T)\geqq\beta$ を満たす最小の n^* を求めればよい．したがって，(7)式より，

$$n^*\equiv\left[\frac{\log(1-\beta)}{\log P_{00}(T)}\right]_{ガウス}+1, \tag{18}$$

として与えられる．

4. 数値例

前章で求めた点検方策について，具体的な数値を求めてみよう．実際，一時障害の発生間隔と，その持続時間については，種々の値が考えられるが，ここでは，自動修復に要する平均時間 $1/\mu$ を単位時間，すなわち $1/\mu=1$ とし，平均発生時間間隔 $1/\lambda$ との比 $(1/\lambda)/(1/\mu)=\mu/\lambda$ をとることとし，$\mu/\lambda=1.2$〜50 (可変) とおく．

表 1 には，$c_1/c_2=1$〜100 (可変)としたとき，一時障害を発見するまでの期待総費用 $C(T)$ を最小にする最適点検時間間隔 T_1^* の数値例を示す．

また，1回の点検で，最初の一時障害を発見する確率 $P_0(T)$ を最大とする T_2^* の数値例を**表 2** に示す．

さらに，$\beta=50$〜90(%) としたとき，最初の一時障害を発見する確率 $P_1(T)$ を，β 以上とする最大の T_3^* の数値例を**表 3** に，点検時間間隔 $T\equiv T_2^*$ の仮定のもとで，n 回の点検の間に一時障害を発見する確率 $Q_n(T)$ を，β 以上とする最小の n^* の数値例を**表 4** に示す．

表 1 $C(T)$ を最小にする点検時間 T_1^* の数値例
Table 1 Numerical values of inspection time T_1^* to minimize $C(T)$.

μ/λ	c_1/c_2				
	1	5	10	50	100
1.2	0.80	1.39	1.70	2.50	2.87
1.5	0.85	1.49	1.82	2.70	3.10
2.0	0.90	1.60	1.97	2.93	3.37
5.0	1.03	1.86	2.30	3.49	4.03
10.0	1.09	1.97	2.45	3.73	4.32
50.0	1.14	2.07	2.59	3.95	4.59

表 2 $P_0(T)$ を最大にする点検時間 T_2^* の数値例
Table 2 Numerical values of inspection time T_2^* to maximize $P_0(T)$.

	μ/λ					
	1.2	1.5	2.0	5.0	10.0	50.0
T_2^*	1.09	1.22	1.39	2.01	2.56	4.00
$P_0(T_2^*)$	0.3349	0.2963	0.2500	0.1337	0.0774	0.0185

表 3 $P_1(T)\geqq\beta$ を満たす最大の点検時間 T_3^* の数値例
Table 3 Numerical values of maximum inspection time T_3^* which satisfies $P_1(T)\geqq\beta$.

μ/λ	β (%)				
	50	60	70	80	90
1.2	1.29	0.96	0.68	0.43	0.20
1.5	1.33	0.99	0.69	0.44	0.20
2.0	1.38	1.02	0.71	0.44	0.21
5.0	1.49	1.07	0.74	0.45	0.21
10.0	1.54	1.10	0.75	0.46	0.21
50.0	1.58	1.12	0.76	0.46	0.21

表 4 $Q_n(T)\geqq\beta$ を満たす最小の点検回数 n^* の数値例
Table 4 Numerical values of minimum inspection number n^* which satisfies $Q_n(T)\geqq\beta$.

μ/λ	β (%)				
	50	60	70	80	90
1.2	2	2	3	4	5
1.5	2	3	3	4	6
2.0	3	3	4	5	7
5.0	5	6	8	10	14
10.0	8	11	14	19	26
50.0	36	48	62	83	119

表1において，$C(T)$ を最小にする最適点検時間 T_1^* は，μ/λ の増大に伴って大きくなり，1回の点検費用と単位時間あたりの運営費用との比 c_1/c_2 の増大とともに増加する．例えば，$\mu/\lambda=10$，$c_1/c_2=10$ とすると，T_1^* は 2.45 となる．いわば，一時障害が平均1回/日の割合で発生し，その平均持続時間が 2.4 (時間) のとき，最適点検時間 T_1^* は，およそ6 (時間) ($\fallingdotseq 2.45\times 2.4$) となり，ほぼ4回/日の割合で点検すべきことを示している．表2の，$P_0(T)$ を最大とする点検時間 T_2^* は，μ/λ の増大に伴って大きくなる

が，対応する発見確率 $P_0(T_2^*)$ は逆に小さくなる．$\mu/\lambda=1.5$ とすると，T_2^* は 1.22，その発見確率は 29.63(%) であることを示す．また，表3において，$P_1(T)\geqq\beta$ を満たす最大の点検時間 T_3^* は，μ/λ の増大に伴って大きくなり，β の増大とともに減少する．$\mu/\lambda=10$，$\beta=90$(%) のとき，T_3^* は 0.21 となり，かなり頻繁に点検を行う必要があることを示す．さらに，表4から，$Q_n(T)\geqq\beta$ を満たす最小の点検回数 n^* は，μ/λ と β の増大に伴ってともに大きくなり，$\mu/\lambda=2$，$\beta=90$(%) とすると，n^* は7(回) となる．いわば，点検時間間隔 $T\equiv T_2^*=1.39$ であるから，$1/\mu$ が2 (時間) ならば，およそ3時間間隔の点検を7(回)実施することによって，一時障害を発見する確率を 90(%) 以上にすることができる．

ところで，実際に適用する点検方策としては，点検間隔は，1回/日，1回/週のように，ある程度大きく，区切りのよい間隔であることが望ましい．このような見地から，上述の点検方策を検討してみよう．まず，T_1^* による点検方策は，一時障害を発見するまでの期待総費用を最小にする，最良の点検方策であり，c_1/c_2 が大きいほど，より実用的であるといえる．T_2^* による点検方策は，一時障害の発見確率が，ある程度大きいことが実用上の必要要件とすると，μ/λ が小さく，かつ，一時障害の持続時間が相当大きい場合に限定して，その採否を検討すべきであろう．また，T_3^* による点検方策は，所望の発見確率 β を得るためには，実用的に，一時障害の持続時間が点検間隔と同程度に大きいことが必要要件となる．一方，n^* による点検方策は，μ/λ が小さいほど効果的であり，また，所与の点検間隔 T は任意でよいから，例えば $T=24$ (時間) などと設定することができ，実用的であるといえる．もし，システムの点検方策が，T_1^* の点検間隔により難しい場合には，β を適当に選択することにより，次善の点検方策として採用することができるであろう．

5. むすび

コンピュータ・システムにおける障害を，動作障害という面から，一時障害と固定障害に分類し，一時障害がくり返し発生する，いわゆる間欠障害を伴うコンピュータ・システムのモデルを設定し，一時障害を早期に発見するための点検方策について考察した．

はじめに，システムが一時障害と自動修復をくり返す状態を定義し，一時障害を発見するまでの点検回数や平均時間，さらに，1回の点検で一時障害を発見する確率，最初の一時障害を点検によって発見する確率などを求めた．次に，これらを用いて，いくつかの最適点検方策を求め，数値例により，その比較と検討を行った．

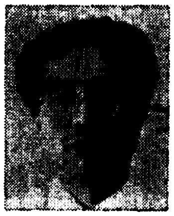
最近のコンピュータ・システムは，システム運用面からの要求によって，保全時間の減少化傾向が増大しつつあり，実際問題として，定期点検を有効かつ確実に行うべき方策が重要になってきている．間欠障害を伴うシステムの保全方策に関して，システム故障へ至らしめない方策が重要であり，ここで述べた一時障害を早期に発見するための点検方策は，コンピュータのみでなく，間欠障害を伴う他のシステムの保全にも応用できるであろう．

謝辞 本研究の一部は，昭和62年度文部省科学研究費 (一般研究(C)，研究課題番号：62550267) の補助を受けたことを付記する．

参考文献

1) 情報処理学会編：新版情報処理ハンドブック，p. 1166，オーム社，東京 (1982).
2) 安井，中川，沢：再試行を伴う電子計算機システムの信頼度解析，信学論 (D)，Vol. J 64-D, No. 8, pp. 788-794 (1981).
3) 猪瀬 博編：コンピュータ・システムの高信頼化，p. 487，情報処理学会 (1977).
4) Malaiya, Y. K.: Linearly Correlated Intermittent Failures, *IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-32, No. 2 pp. 211-215 (1982).
5) Mallela, S. and Masson, G. M.: Diagnosable Systems for Intermittent Faults, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-27, No. 6, pp. 560-566 (1978).
6) Su, S. Y. H., Koren, I. and Malaiya, Y. K.: A Continuous-Parameter Markov Model and Detection Procedures for Intermittent Faults, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-27, No. 6, pp. 567-570 (1978).
7) Barlow, R. E. and Proschan, F.: *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1965).
8) Gertsbakh, I. B.: *Models of Preventive Maintenance*, North-Holland, New York (1977).
9) Shin, K. G. and Lee, Y. H.: Measurement and Application of Fault Latency, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-35, pp. 370-375 (1986).

(昭和63年3月7日受付)
(昭和63年11月14日採録)



安井 一民（正会員）

昭和11年生．昭和49年名城大学理工学部数学科卒業．昭和30年中部電力(株)入社．情報処理システムの分析・設計・開発に従事，現在に至る．計算機システムの信頼性の研究に従事．電子情報通信学会，日本OR学会各会員．

尾崎 俊治（正会員）

昭和17年生．昭和45年京都大学大学院工学研究科博士課程修了．工学博士．昭和45年広島大学講師，同年助教授．昭和61年同教授．昭和45～47年南カリフォルニア大学研究員．昭和51～52年マンチェスター大学研究員．システム信頼性理論，コンピュータシステムの信頼性評価およびソフトウェアの信頼性モデルに興味をもつ．電子情報通信学会，システム情報学会，経営工学会各会員．日本OR学会フェロー．