

標本化処理による円の決定に関する検討†

森 克 己^{††} 河 田 悦 生^{†††} 池 上 淳 一^{††}

円は図面や機械部品の穴などとして最も頻繁に使用される幾何学図形であり、その認識技術は重要である。円の認識手法としては従来から幾つかあるが、3個の標本点を用いる方法は円パラメータである中心、半径の決定法として最も基本的であり、多くの場合に利用される。数学的には3点が決まれば円は一意的に定まるため、3個の標本点は任意に設定することが可能である。しかし、図面上にアナログ的に描かれた円をデジタル的に処理する場合には、標本点座標値の量子化誤差の影響が現れる。その結果、不適切な標本点を用いれば、求めた円は大きな誤差を含むことになり、適切な標本点の設定が重要となる。以上のような状況を背景として、標本点の設定に関する基礎資料を得ることを目的として、本論文では計算機シミュレーションにより、標本点位置、標本点間隔と生じる誤差の関係を定量的に考察した。特に、標本点間隔としては図形線上の画素数でなく、図面上の走査線間隔を用いて評価した。その結果、①求める円パラメータにより適切な標本点位置は異なり、すべての円パラメータに対して共通の最適標本点位置は一般に存在しない、②所要の精度を得るための最小標本点間隔の目安は円の半径との相対比で求まる、③所定の標本点間隔で検出された円の精度の評価が可能である、ことを明らかにした。

1. はじめに

代表的な幾何学図形である円は各種の図面や、実物の機械部品のボルト穴等として極めて頻繁に用いられている。したがって、図面認識処理や産業用ロボットの画像処理において、高速で、かつ、精度の高い円の認識技術は重要な技術である^{1), 2)}。

円の認識手法としてはパターンマッチングが最も基本的で信頼性が高いが、円の位置、半径が特定されていないと処理量が大きくなり直接適用することは困難である。また、他の手法として Hough 変換による方法³⁾、 k 曲率を利用する方法^{4), 5)}、等がある。これらの方法は特定された画素列が円か否かを判定する方法としては有効であるが、多数の図形が混在する中から円を選択・抽出する処理としては適当ではない。

そこで、円の候補画素列を簡便に抽出する処理として素片対照合法が提案された⁶⁾。この方法は、次章で述べるように、3個の標本点による円の決定処理を基礎としており、その抽出精度は円の決定精度に依存する。

さて、円は3点が決まれば数学的には一意に決定されるため比較的安易に標本点が設定されることが多いが、デジタル処理を行うことを想定すれば標本点座

標値の量子化誤差の影響を考慮する必要がある、不適切な標本点を選定すれば大きな誤差を含むことになる。

そこで、本論文では標本点座標値の量子化誤差の観点から、標本化条件と円の決定精度の関係について定量的に検討した。その際、標本化間隔は、処理の簡便さを考慮して、図形線上の画素数を用いず、平行な3本の走査線の間隔を用いた。この点で k 曲率法とは異なっている。

具体的には、所定の半径の円を抽出する立場で、①量子化誤差の影響が最小となる標本点位置、②所要の決定精度を得るために必要となる最小標本点間隔、について、また逆に、③与えられた標本点間隔の走査線上で検出された円の精度の評価について明らかにした。

2. 処理の概要と用語および問題点の提起

2.1 処理の概要と用語

図1に本検討の背景となる素片対照合法の概要を示す。等間隔 l で並んだ3本の走査線の組(以下、走査線組とよぶ)で図面を y 軸方向に走査し、走査線組で挟まれた範囲の図形線を図形素片(以下、素片とよぶ)として切り取る。また、図形線と走査線との交点 $P_1, P_2, P_3, Q_1, Q_2, Q_3$ を標本点とする。ここで、現実には、標本点の組 (P_1, P_2, P_3) と (Q_1, Q_2, Q_3) が、それぞれ同一図形線上の標本点の組を成しているかを確認し、確認されたもののみを処理の対象とし、以下の議論では素片および標本点と呼ぶものとする。

† Error Estimation of Circle Parameters Calculated with Digital Sample Points by KATSUMI MORI (Faculty of Engineering, Fukuyama University), ETSUO KAWADA (NTT Communications and Information Processing Laboratories) and JUN-ICHI IKENOUE (Faculty of Engineering, Fukuyama University).

†† 福山大学工学部情報処理工学科

††† NTT 情報通信処理研究所

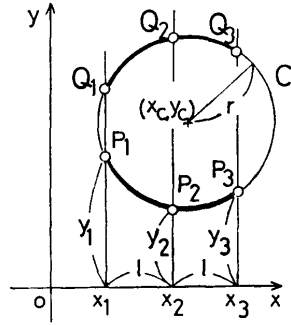


図 1 素片対照法概念図
Fig. 1 Segment pair matching method.

上記の方法で得られた標本点の組を基に円のパラメータである中心座標と半径を算出する。所定の誤差内で同一の円パラメータを与える2つの素片(以下、この2つの素片を素片対とよぶ)があれば、それらの素片を円の構成画素列の候補と判定し、パターンマッチング法を適用して円を確定する。

以下の用語を定義する。

標本点間隔: 走査線組を成す走査線の間隔。図1で l 。
標本点位置: 円の中心から走査線組の中央の走査線までの距離。図1で $|x_2 - x_c|$ 。

2.2 問題の提起

図面上に描かれた円の半径および中心座標値は一般にアナログ値をとり、前述の標本点座標値もアナログ値となる。必要な精度で標本点座標値が得られれば、円周上の任意の3個の標本点を選んでも、円パラメータは一意に決定されるが、デジタル画像処理を適用する場合は標本点の座標値は整数に制約されるため、その量子化誤差の影響を考慮する必要がでてくる。そこで、標本点の設定に関して以下のような問題が生じる。

所定の半径の円を抽出する場合に、

- (1) 標本点間隔をどの程度に設定すれば良いか。
- (2) 標本点間隔が決まったとき、最適な標本点位置はどこか。

逆に、

- (3) 与えられた走査線組により検出された円パラメータの精度はどの程度保証されるか。

3. 円パラメータの算出

3個の標本点の座標を $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$ とし、次式の関係をおく。なお、以下の考察では図2の座標系を用いる。

$$x_2 = x_p, \quad x_p - x_1 = x_3 - x_p = l \tag{1}$$

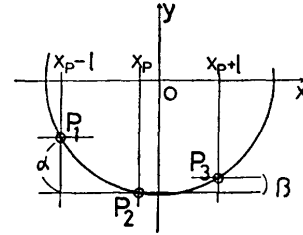


図 2 標本点と座標系
Fig. 2 Coordinate and 3-sample points.

$$y_1 = y_2 + \alpha, \quad y_3 = y_2 + \beta \tag{2}$$

このとき、円の中心 (x_c, y_c) と半径 r は、

$$x_c = x_p + \frac{(\alpha - \beta)(l^2 - \alpha\beta)}{2l(\alpha + \beta)} \tag{3}$$

$$y_c = y_2 + \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 2l^2}{2(\alpha + \beta)} \tag{4}$$

$$r^2 = \frac{(\alpha^2 + l^2)(\beta^2 + l^2) \{(\alpha - \beta)^2 + 4l^2\}}{4l^2(\alpha + \beta)^2} \tag{5}$$

で与えられる。

4. 円パラメータの誤差

4.1 座標値の量子化

(1), (2)式において x_p と l は整数値を設定し、 y 値のみ実数値をとり、デジタル化の結果、量子化誤差を生じるものとする。この量子化は、実際にはスキヤナのセンサ形状に依存すると考えられるが、以下の考察では次式の量子化処理を仮定する。

$$y_i \leftarrow [y_i + 0.5], \quad (i=1, 2, 3) \tag{6}$$

ここで、 \leftarrow は置き換え、 $[]$ はガウス記号を示す。この結果、 α, β は(2)式に従って整数化されるものとする。なお、必要に応じて、量子化しない値に真値、量子化した値に量子化値と修飾して呼ぶこととする。

4.2 重み関数

同じ量子化誤差であっても円の半径と標本点の位置によって円のパラメータに与える影響は異なる。そこで、標本点座標値の真値から求めた円パラメータと量子化値から求めたそれとの差を検出誤差と定義し、次式で“重み関数”を導入する。

$$(\text{検出誤差}) = (\text{重み関数}) \times (\text{量子化誤差}) \tag{7}$$

重み関数は(3), (4), (5)式で y_2, α, β が真値から変動した時の円パラメータ x_c, y_c, r の変動量を与え、円の半径、標本点間隔および標本点位置の関数となる。

いま、標本点座標値の量子化誤差に対応して、 α, β が真値 α_0, β_0 から $\Delta e_1, \Delta e_2$ だけそれぞれ変動して $\alpha_0 + \Delta e_1, \beta_0 + \Delta e_2$ になった時、円パラメータ x_c, y_c

および r がそれぞれ、 $x_c + \Delta x$, $y_c + \Delta y$, $r + \Delta r$ になるものとして、 x_c , y_c , r に対する重み関数 H , K , R を以下のように定式化する。

$$\Delta x = H_1 \cdot \Delta \varepsilon_1 + H_2 \cdot \Delta \varepsilon_2 + \delta x \quad (8)$$

$$\Delta y = \Delta y_2 + K_1 \cdot \Delta \varepsilon_1 + K_2 \cdot \Delta \varepsilon_2 + \delta y \quad (9)$$

$$\Delta r = R_1 \cdot \Delta \varepsilon_1 + R_2 \cdot \Delta \varepsilon_2 + \delta r \quad (10)$$

ここで、 Δy_2 は y_2 の量子化誤差、 $\delta x, \delta y, \delta r$ は $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2$ に関する 2 次以上の項である。 $(x_p$ は整数)

(8), (9), (10) の右辺 (Δy_2 項を除く) はそれぞれ、 x_c, y_c, r の α, β に関する全微分である。そこへ

で、 $H_1 \sim R_2$ を α_0, β_0 における α, β に関する偏微分係数として求めると次式を得る。

$$H_1 = \frac{\beta_0(\beta_0^2 - 2\alpha_0\beta_0 - \alpha_0^2 + 2l^2)}{2l(\alpha_0 + \beta_0)^2} \quad (11)$$

$$H_2 = -\frac{\alpha_0(\alpha_0^2 - 2\alpha_0\beta_0 - \beta_0^2 + 2l^2)}{2l(\alpha_0 + \beta_0)^2} \quad (12)$$

$$K_1 = \frac{\alpha_0^2 + 2\alpha_0\beta_0 - \beta_0^2 - 2l^2}{2(\alpha_0 + \beta_0)^2} \quad (13)$$

$$K_2 = \frac{\beta_0^2 + 2\alpha_0\beta_0 - \alpha_0^2 - 2l^2}{2(\alpha_0 + \beta_0)^2} \quad (14)$$

$$R_1 = \frac{(\beta_0^2 + l^2)[\{(\alpha_0 - \beta_0)^2 + 4l^2\}(\alpha_0\beta_0 - l^2) + (\alpha_0^2 + l^2)(\alpha_0^2 - \beta_0^2)]}{2l(\alpha_0 + \beta_0)^2[(\alpha_0^2 + l^2)(\beta_0^2 + l^2)\{(\alpha_0 - \beta_0)^2 + 4l^2\}]^{1/2}} \quad (15)$$

$$R_2 = \frac{(\alpha_0^2 + l^2)[\{(\alpha_0 - \beta_0)^2 + 4l^2\}(\alpha_0\beta_0 - l^2) + (\beta_0^2 + l^2)(\beta_0^2 - \alpha_0^2)]}{2l(\alpha_0 + \beta_0)^2[(\alpha_0^2 + l^2)(\beta_0^2 + l^2)\{(\alpha_0 - \beta_0)^2 + 4l^2\}]^{1/2}} \quad (16)$$

H_1 と H_2 , K_1 と K_2 , R_1 と R_2 はそれぞれ α_0, β_0 に関して対称形をなしている。ただ、 H_1 と H_2 は符号が異なり変化の方向が逆であることを示している。

また、 H, K の間には次の関係が成立している。

$$H_1 = -(\beta_0/l) \cdot K_1, \quad H_2 = (\alpha_0/l) \cdot K_2 \quad (17)$$

また、 α_0, β_0 は標本点位置 x_p の関数であり、半径 r の円に対して次式で与えられる。

$$\alpha_0 = \sqrt{r^2 - x_p^2} - \sqrt{r^2 - (x_p - l)^2}$$

$$\beta_0 = \sqrt{r^2 - x_p^2} - \sqrt{r^2 - (x_p + l)^2} \quad (18)$$

(18) 式を (11) ~ (16) 式に代入することにより、各重み関数を標本点位置 x_p の関数として求めることができる。図 3 に、 $r=60$ の場合について、各重み関数を示す。 x_p の範囲は、 $x_p=0$ に関して対称であるので、 $-(r-l) < x_p \leq 0$ とした。

K_1, K_2, R_1, R_2 は負の値をとるが、これは $\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2$ を正值としたとき y_c, r が減少することに対応し、直感的に理解できる。 H_1 のみが $x_p=0$ の近傍で正值をとるのは、 α が増大したとき円の中心が x 軸の正方向に移動することに対応する。また、 H_1 と H_2, K_1 と K_2, R_1 と R_2 の絶対値は α, β に関する対称性から $x_p=0$ では同じ値をとる。さらに、 H_1 が 0 点を横切るのは標本点 P_2, P_3 を結ぶ直線が x 軸と平行になる位置であり、 $x_p = -(l/2)$ である。このときには、円の中心は上記直線の垂直 2 等分線上にあり、 $\Delta \varepsilon_1$ の影響を受けないことを意味している。

また、標本点位置が周端に近づけば (すなわち、 $|x_p| \rightarrow r$)、重み関数 H, K, R の絶対値が減少する。これは、重み関数が α, β の単位量の変動により生じる検出誤差であることを考えると、円の周端近傍では

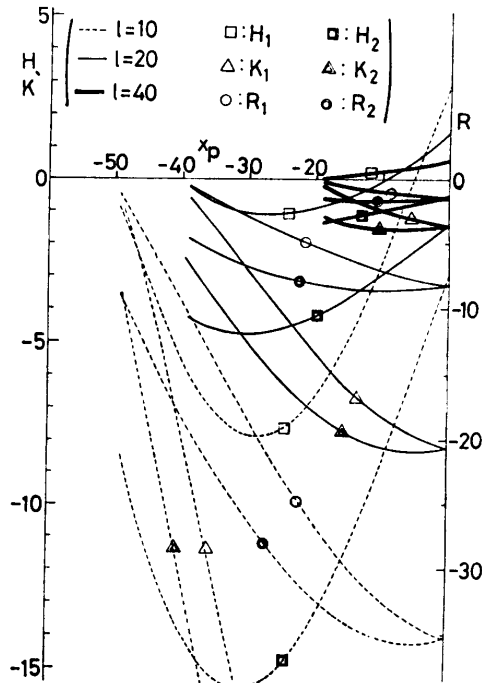


図 3 重み関数 ($r=60$)
Fig. 3 Weight functions.

α, β の真値の絶対値が大きくなり、真値に対する単位量の誤差の割合が相対的に小さくなるためと考えられる。 H_1, K_1, R_1 の絶対値がそれぞれ H_2, K_2, R_2 のそれよりも小さいのも同じ理由と解釈される。

5. 標本点位置と標本点間隔

5.1 標本点位置

すべての円パラメータについて同時に量子化誤差の

影響を最も受けにくい標本点位置を最適標本点位置とよぶこととする。最適標本点位置はすべての重み関数の絶対値を同時に最小とする x_p となる。

いま、 $x_p = x_0$ で $|H_1|$ が最小となれば、 $|H_1|$ と $|H_2|$ は α_0, β_0 に関して対称であるから、 $x_p = -x_0$ で $|H_2|$ は最小とならなければならない。つまり、 $x_p = x_0$ で $\Delta \varepsilon_1$ の影響が最小ならば $x_p = -x_0$ で $\Delta \varepsilon_2$ に対する影響は最小とならなければならない。したがって、 $\Delta \varepsilon_1$ と $\Delta \varepsilon_2$ の両者に対して同時に最小となる最適標本点位置があるとすれば、 $x_0 = -x_0$ 、つまり、 $x_0 = 0$ でなければならない。ところが、 $x_p = 0$ では $\alpha_0 = \beta_0$ であり、

$$|H_1| = |H_2| = |(l^2 - \alpha_0^2)/4l\alpha_0| \quad (19)$$

となり、一般的に 0 とはならない。これに対し、 H_1, H_2 は、それぞれ、 $x_p = -(l/2), x_p = (l/2)$ で単独で 0 となる。したがって、 $x_p = 0$ は常には最適標本点位置とはならない。

しかし、特に、(19)式を 0 とする $l = \alpha_0$ では $H_1 \sim R_2$ のすべての重み関数が 0 となり、最適標本点位置となる。すなわち、

$$\alpha_0 = \beta_0 = l (=r) \quad (20)$$

であれば、 $x_p = 0$ が最適標本点位置となる。

図 4 に、 $r = 60, l = 20$ の場合について、標本点位置に関する検出誤差の分布例を示す。量子化誤差の分布に応じて振動を繰り返すが、その包絡線は重み関数に従って変化している。

図 3、図 4 および上記の考察から、一般的に与えられた標本点間隔 l に対しては最適標本点位置は存在しないが、傾向としては、標本点位置は円の周端近くに設定したほうが量子化誤差の影響が小さいといえる。しかし、円の周端近傍では走査線と円の交叉角が小さくなり、図面の汚れやカスレ等の雑音による標本点位置のずれが生じやすいので、実際の図面の処理においては図面品質を考慮する必要がある。

5.2 標本点間隔

図 3 から、標本点間隔が大きくなれば急速に重み関数の絶対値は小さくなり、量子化誤差の影響が小さくなること分かる。

いま、量子化誤差の影響が最も大きく現れる円の半径に着目し、かつ、重み関数 R の絶対値がほぼ最大に近い値をとる $x_p = 0$ に標本点位置を定めて、標本点間隔 l と検出誤差の関係を検討する。

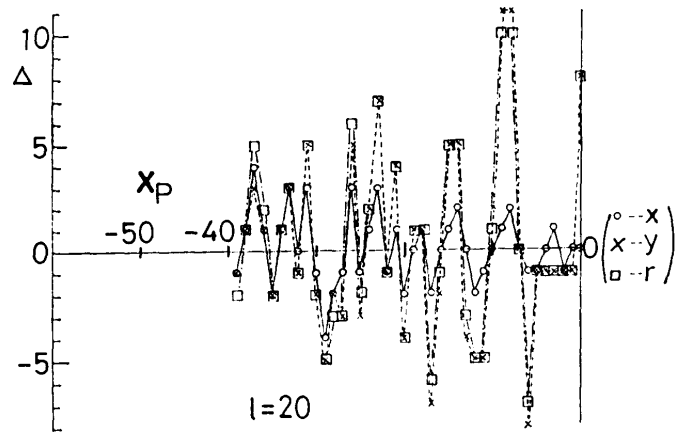


図 4 標本点位置と検出誤差
Fig. 4 Error distribution with sampling position x_p .

$x_p = 0$ においては、 $\alpha_0 = \beta_0$ 、 $\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_2$ であり、 $R_1 = R_2$ となり、(10)式は次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta r &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{l}{\alpha_0} \right)^2 \right\} \cdot \Delta \varepsilon \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{t}{(1 - \sqrt{1-t^2})^2} \right\} \cdot \Delta \varepsilon \\ &= R_3 \cdot \Delta \varepsilon \end{aligned} \quad (21)$$

ただし、 $\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_2 = \Delta \varepsilon$

$$\alpha_0 = r - \sqrt{r^2 - l^2}, \quad t = (l/r)^2 \quad (22)$$

$0 < t \leq 1$ である。

(21)式から、 Δr は円の半径と標本点間隔の比の関数となることが分かる。

R_3 は、 $0 < t \leq 1$ の範囲で、負の単調増加関数であり、 t が増大するほど、すなわち l が大きいほどその絶対値は減少する。図 5 に R_3 を示す。

いま、最悪条件として、 $\Delta \varepsilon = 1$ とおき、検出誤差 Δr の絶対値を θ ($\theta \geq 0$) 以下とする標本点間隔を求めると次式が得られる。

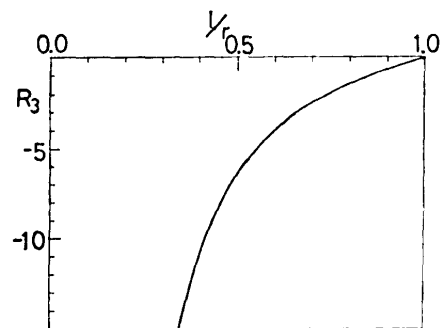
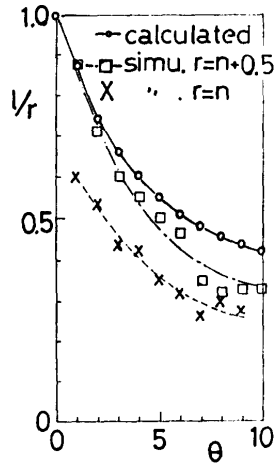


図 5 重み関数 R_3 ($x_p = 0$)
Fig. 5 Weight function R_3 .

図6 誤差 θ と標本点間隔Fig. 6 Normalized sampling interval for error θ .

$$\frac{1+2\theta}{(1+\theta)^2} \leq \frac{l}{r} \leq 1 \quad (23)$$

図6に(23)式の左辺の関数を示す。この結果から、検出誤差を5画素以内まで許容する場合には標本点間隔の約2倍の半径の円まで検出対象とすることができるが、検出誤差を1画素以内に抑える場合には標本点間隔の2割増し程度の半径の円に限定されることが分かる。

同図にシミュレーション結果を併せて示す。×印は、10.0から60.0(間隔10.0)までの6通りの半径の円に対して、それぞれ、標本点間隔を1ずつ変化させて θ より大きな検出誤差が現れなくなる最小の標本点間隔を求め、その中の最大値をプロットしたものである。□印は半径を10.5から60.5とした場合である。両者の差異は α, β に関する最大の量子化誤差が0.5と1.0となることに対応する。

5.3 線幅の扱い

実際の図面上の円は、一般に、複数画素の線幅をもつ。このとき、線幅の境界をなす線幅1の2つの円を内側円、外側円とし、この内側円と外側円を個々に検出対象と考えることにより、線幅1の円に対する本論文での検討結果をそのまま適用することができる。内側円と外側円に対して求まる2組の円パラメータから、それぞれの精度を考慮し、より信頼性の高い円パラメータ導出することは別途の検討課題である。

6. 検出誤差の推定

5章では所定半径の円を検出する立場で、標本点位置と標本点間隔に対する条件について考察した。しか

し、実際の図面では異なる半径の円を含む場合が多く、その場合も1種類の走査線組で多くの円を検出できることが望まれる。そこで、本章では与えられた走査線組で検出された円の検出誤差について検討する。

6.1 解析の方法

以下では半径のみについて解析するが、他の円パラメータについても同様である。

いま、図面を走査して得られる α, β の量子化値を α_N, β_N として(5)式で半径を求め r_N とする。(6)式の量子化により α_N, β_N におちる α, β の真値の範囲を

$$\begin{aligned} \alpha_N - 0.999 &\leq \alpha \leq \alpha_N + 0.999 \\ \beta_N - 0.999 &\leq \beta \leq \beta_N + 0.999 \end{aligned} \quad (24)$$

と近似し、この範囲で α, β を変えて半径 r を算出し、 r_N との最大検出誤差 Δr を評価した。

円の決定条件としては任意の α_N, β_N, l が指定可能であるが標本点 P_1, P_2, P_3 が素片を成す条件として、図2で $(y_1 - y_c), (y_2 - y_c), (y_3 - y_c)$ が同一符号(負)をとることが必要である。なお、 y_c は円の中心の y 座標値である。

$$y_1 - y_c \leq 0, y_2 - y_c \leq 0, y_3 - y_c \leq 0 \quad (25)$$

さらに、円の曲率の符号と α, β の対称性を考慮して次の条件を付加した。

$$\alpha_N + \beta_N > 0, \alpha_N \geq \beta_N \quad (26)$$

(25), (26)の条件より、 α_N を与えた時の β_N の許容範囲は、

$$(1) \quad 0 \leq \alpha_N \leq l \text{ の場合: } -\alpha_N < \beta_N \leq \alpha_N \quad (27)$$

$$(2) \quad l < \alpha_N \text{ の場合:}$$

$$-\alpha_N < \beta_N \leq \alpha_N - \sqrt{2(\alpha_N^2 - l^2)} \quad (28)$$

となる。(導出過程は付録参照)

6.2 シミュレーション結果

図7に、標本点間隔 $l=60$ の場合について、 $0 < \alpha_N \leq (3/2) \cdot l$ の範囲で、 (α_N, β_N) の組合せから得られる r_N と最大検出誤差 Δr の分布を示す。実線曲線が半径、破線曲線が検出誤差 Δr である。この結果、 α_N, β_N の値が大きいくほど、また、求めた半径が標本点間隔に近いほど、含まれる検出誤差は小さくなることが分かる。

同様のシミュレーション結果を、あらかじめ、必要な標本点間隔に対して作成しておくことによって、1つの走査線組により求めた円パラメータでパターンマッチング処理を実行するか、標本点間隔を変えた別の走査線組で再度検出処理を行い、より高い精度の円パラメータを求めたほうが良いかの判断基準とすることが

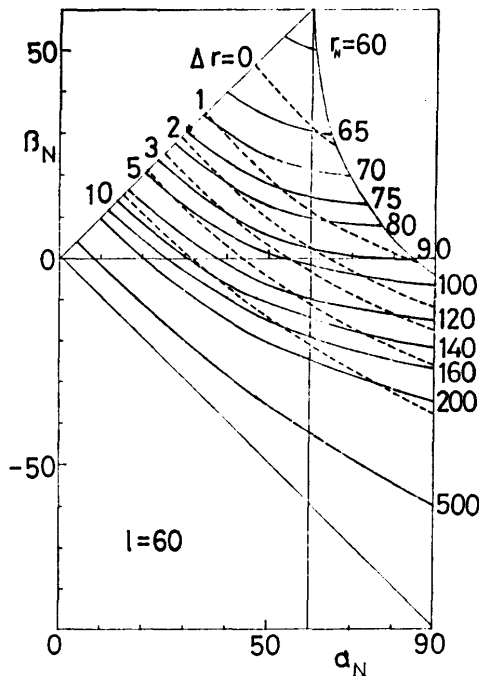


図7 検出誤差(半径)の評価表
Fig. 7 Chart of error estimation for radius calculated with (α_N, β_N) .

可能である。

7. むすび

本論文では、多数の図形が混在する図面の中から、3個の標本点を用いて円を選択・抽出する処理を想定して、その基礎となる標本点の設定と円の検出精度の関係について、標本点座標値の量子化誤差の影響の観点から論じた。標本点間隔としては、処理の簡便さを考慮して、細線化処理を伴う図形線上の距離を用いず、3本の走査線の間隔とした。

本考察では、まず、3個の標本点による円パラメータの決定式を求め、さらに、誤差に関する重み関数を新たに導入し、標本点位置と標本点間隔が円パラメータの精度に及ぼす影響を定量的に解析した。その結果、①標本点座標値の量子化誤差の影響の程度は円パラメータによって異なり、すべてのパラメータに対して同時に最小となる最適標本点位置は、極めて特殊な条件を除いて、存在しないこと、②標本点間隔は大きい程検出誤差は小さく、所要の標本点間隔は円の半径との比を目安に求められることを明らかにした。また、③所定の標本点間隔の走査線組により抽出された円の精度を評価することにより、検出結果の取捨選択が可能であることを示した。この結果、標本点を用い

た円の決定処理に関する基礎資料を得ることができた。なお、本論文で得られた結果は図面の雑音による標本点位置のずれの影響の評価にも適用することが可能である。

今後は線幅や雑音を考慮した実図面処理上の問題点の解決が課題である。

参考文献

- 1) 平田, 吉田, 福村: 市街地地図中からの記号の抽出, 昭和63年度電子情報通信学会春季全国大会論文集, D-1, D-398 (1988).
- 2) 樋口, 武田, 小関, 山本: 十字スリット光型3次元視覚センサを用いた自動車ボディの寸法計測, 同上, D-505 (1988).
- 3) Rosenfeld, A. and Kak, A. C.: *Digital Picture Processing*, 2nd ed., Vol. 2, pp. 121-126, Academic Press, Orlando (1982).
- 4) 長尾 真: デジタル画像処理, pp. 385-392, 近代科学社, 東京 (1983).
- 5) 名倉正計: 手書き線図形を対称とした直線と円弧による近似法, 信学技報, IE 79-72 (1972).
- 6) 森, 河田: 順次処理による図形要素の抽出, 信学技報, IE 82-63 (1982).

付録 (25), (26) 式から (27), (28) 式の導出

(25)の各式に(4)式の y_c を代入し, (26)式を用いれば, (25)の第2式は常に成立する。

(I) (25)の第1式から,

(i) $\alpha_N > l$ の場合:

$$\beta_N \leq \alpha_N - \sqrt{2(\alpha_N^2 - l^2)} \quad (1)$$

または,

$$\beta_N \geq \alpha_N + \sqrt{2(\alpha_N^2 - l^2)} \quad (2)$$

(ii) $\alpha_N \leq l$ の場合: 常に成立

(II) (25)の第3式から

$$-\{\alpha_N + \sqrt{2(\alpha_N^2 + l^2)}\} \leq \beta_N \leq -\alpha_N + \sqrt{2(\alpha_N^2 + l^2)} \quad (3)$$

(III) ①と③, ②と③の両立条件を求めると,

(i) ①と③に関して, $\alpha_N > l$ で

$$\alpha_N - \sqrt{2(\alpha_N^2 - l^2)} > -\{\alpha_N + \sqrt{2(\alpha_N^2 + l^2)}\} \quad (4)$$

$$\alpha_N - \sqrt{2(\alpha_N^2 - l^2)} < -\alpha_N + \sqrt{2(\alpha_N^2 + l^2)} \quad (5)$$

が常に成立する。

(ii) ②と③に関しては, $\alpha_N > l$ で解なし

(IV) 以上を整理すると

(i) $\alpha_N \leq l$ の場合,

$$\alpha_N \leq -\alpha_N + \sqrt{2(\alpha_N^2 + l^2)} \text{ であるから}$$

③と(26)式より

$$-\alpha_N < \beta_N \leq \alpha_N \quad (27)$$

(ii) $\alpha_N > l$ の場合

$$-\alpha_N < \beta_N \leq \alpha_N - \sqrt{2(\alpha_N^2 - l^2)} \quad (28)$$

が得られる.

(昭和63年5月26日受付)

(昭和63年11月14日採録)



森 克己 (正会員)

昭和21年生。昭和44年京都大学工学部電気第2学科卒業。昭和46年同大学院修士課程修了。同年電電公社入社。昭和62年福山大学教授となり、現在に至る。この間、漢字パターン、地図、空中写真、図面の画像処理の研究に従事。工学博士。電子情報通信学会、画像電子学会、写真測量学会各会員。



河田 悦生

昭和32年生。昭和54年東北大学工学部電子工学科卒業。昭和56年同大学院修士課程修了。同年日本電信電話公社入社。以来、画像処理等の研究に従事。現在、NTT 情報通信処理研究所勤務。



池上 淳一

大正9年生。昭和18年京都大学工学部電気卒業。引続き同大学院特別研究生。昭和23年京都大学助教授。昭和33年教授。昭和59年福山大学教授。この間、マイクロ波回路、磁気波、光薄膜機能素子などの研究に従事。工学博士。「電子回路」オーム社、「応用電子工学概論」などの著書あり。電子情報通信学会、テレビジョン学会、電気学会各会員。