

ニューラルネットワークの情報表現と非線形関数の同定†

生 天 目 章^{††} 木 俣 康 之^{††}

非線形の連続写像として表現されるアナログパターン情報をニューラルネットワークに学習させるための表現モデルについて考察する。非線形な入出力関係を逆伝播法を用いて多層型ネットワークに学習させる場合、その情報表現法によりいくつかのネットワークアーキテクチャが考えられる。多層型ネットワークによる学習の般化能力は、そのネットワークのアーキテクチャに依存することを明らかにする。入出力関係全体の状態空間を細分化しそれぞれの部分空間に入力素子に対応させる方法や入力変数に一つの入力素子に対応させる従来の方法では、非線形な入出力関係について学習させることはできないことを示す。これらの方法に代わる新しい表現モデルとして、いくつかの高次関数を入力素子としても高次関数表現モデルを提案する。本表現モデルによる多層型ネットワーク学習により、一般に数学式として明示することが困難な入出力関係の背景にある非線形な構造について数少ない学習例を用いてネットワーク上に学習（同定）できることを示す。

1. はじめに

人間の脳の情報メカニズムの基本概念である高密度並列情報処理機能を基礎としたニューラルネットワークによって高度な知的情報処理を実現しようとするアプローチが注目されている。これはニューロンと呼ばれるある一定のしきい値を超えた入力を受けた場合に出力するといった非常に簡単な振る舞い（処理）をする計算素子（ユニット）をネットワーク上に高密度に配置し、それらの多数のニューロン間の同時並列相互作用によって知的機能を実現しようというものである¹⁾。特に逆伝播（backpropagation）アルゴリズムといった入力および出力素子以外の多くの隠れ素子を導入した多層型ネットワークに対する学習アルゴリズムが提案されたことにより^{2), 3)}、より複雑な情報や知識を扱うことができ、診断、制御、判断といったより高次の情報処理問題へのニューラルネットワークの応用に期待が高まっている。

多層型ネットワークによる学習は、教師付き学習または例題による学習に分類され、従来の記号処理モデルに基づく帰納的学習の代替または補完的アプローチとして注目されている。学習例として与えられた入出力関係の背後にある規則を帰納的に推論する能力（般化能力）は、帰納的学習システムとして具備すべき条件である。したがって、単に学習例として与えられた入出力関係のつじつまを合わせるようなネットワークの各素子間の結合関係を決定するだけでなく、獲得すべき規則にあった結合関係について学習をする必要が

ある。隠れ層の素子が学習例として与えられた入出力データ間の特徴をよく捉える傾向があり、多層型ネットワークを用いることにより帰納性の高い学習システムを実現できることが知られているが⁴⁾、その帰納的学習能力について十分に解明されていない。

本研究では、各種の信号波形に代表されるアナログパターン情報をニューラルネットワークに学習（同定）させる問題について考察し、多層型ネットワークの帰納的学習能力はネットワークのアーキテクチャ（情報の表現モデル）に依存することを明らかにする。また、凹凸のある非線形構造をもつアナログパターン情報をニューラルネットワークに表現するための新しいモデルとして高次関数表現モデルを提案し、シミュレーション結果により本モデルの利点について示す。

2. アナログパターン情報の表現

連続写像（関数）を用いた情報表現は、多くの情報処理問題にとって基本的なものである。また数学式では正確に表現できないようなあるシステムの複雑な入出力関係についてニューラルネットワーク上でうまく表現できれば観測された数少ないデータから正確にシステムの構造を同定することができ多くの工学的問題への応用が期待できる。真のモデルが任意の連続関数で表せるような入出力関係は隠れ素子をもつ中間層を1層もつような3層ネットワークで表現されることが証明されている⁵⁾。しかしながら任意の精度で連続関数を近似しようとする必要のあるネットワークの素子や結線数が爆発的に増大する可能性があり（ネットワークの複雑性の問題⁶⁾）逆伝播アルゴリズムが有効に適用できなくなる。したがって、ネットワーク複雑性を回避できるような情報表現モデルが必要になる。

† Neural Representation and Identification of Non-linear Function by AKIRA NAMATAME and YASUYUKI KIMATA (Department of Computer Science, National Defense Academy).

†† 防衛大学校情報工学教室

本研究では入力変数がある有界な領域 (K) の値をとり、(ここでは、 $K=(0, 1)$ と正規化されたものを対象とする) またその出力変数 y との間に連続な写像関係をもつ入出力関係をニューラルネットワーク上に表現する問題について考察する。ここで表現の対象となる領域 $D = \{(x, y); x \in K, y = F(x)\}$ を「表現領域」と呼ぶことにする。(ただし、連続関数 $F(x)$ は数学的に明確に記述できない一般の非線形関数を含む) 出力変数 y についても $(0, 1)$ の値をとるように適切な正規化がされているものとする。連続な入出力関係をニューラルネットワークで表現する問題としては信号波形の識別問題や音声認識問題^{7)~9)} などがある。信号波形の識別問題とはいくつかの既知の信号波形パターンをニューラルネットワーク上に学習させておき、信号源が不明なある波形パターンをそのニューラルネットワークに入力し、その波形が既知の波形のどれに該当するのかを識別させようとするもので、従来の統計学的手法と比較してその識別精度が著しく向上できることが報告されている¹⁰⁾。

3. ニューラルネットワークによる情報表現

ある情報をニューラルネットワークを用いて表現をする場合局所的表現と分散的表現による方法がある¹¹⁾。局所的表現モデルでは表現すべき情報の項目それぞれに独立した素子に対応させる方法である。分散的表現モデルとはあらかじめ用意した一組の素子を用いてその一組の素子の状態の組み合わせとしてそれぞれの項目を表現する方法で、一つの情報の項目はいくつもの素子の状態のパターンとして分散表現され、また一つの素子は複数の項目の表現に関わっている。与えられる情報をどのように表現するかは重要な問題で、情報の表現法によっては処理のための具体的アルゴリズムまでが変わってくる。したがって、ネットワークに情報をどのように表現するかはニューラルネットワーク研究の基本的課題である¹²⁾。連続な入出力関係をニューラルネットワークに表現する問題を考察する上で、局所的表現や分散的表現法だけの検討では不十分であり、表現領域 D をどのようにニューラルネットワークに対応させるかについての検討が必要になる。

一つの方法は、表現領域をいくつかの部分空間に分割し、それぞれの部分空間を表現の基本単位とする方法で⁹⁾、これを「空間分割表現モデル」と呼ぶことにする。図1では、入力領域 (x 軸) と出力領域 (y 軸)

を 73×45 のメッシュに分割したものである。このようなメッシュに素子をそれぞれ一つずつ割り当てる方法(局所的表現)はネットワークの規模の観点から好ましくない。したがって、分散的表現法等を用いてネットワーク規模の爆発を防ぐ工夫が必要となる(図1では分散的表現を用いれば $\log_2(73 \times 45) = 12$ 個の素子で十分である)。しかし、信号波形識別問題の研究¹⁰⁾では入力領域 (K) を空間分割に、すなわち入力領域を細分化しそれぞれに独立した素子に対応(局所的表現)させ、出力領域は一つの連続値をとる素子で対応する方法がとられている。しかし前述したように局所的表現ではネットワークの規模の爆発の問題があり、またデータの観測点が固定されるといった難点があり、本研究では空間分割法に基づくモデルとして入力変数 (x 軸) をいくつかの素子によって分散的表現を行い、出力変数を一つの連続値をとる素子で表現するモデルを「空間分割表現モデル」と呼ぶことにする。このネットワーク構成を図2に示す。

第2の方法は、入力変数と出力変数のそれぞれの領域を一つの表現単位とし、それぞれに一つずつの素子を割り当てる方法でこれを「基本表現モデル」と呼ぶことにする。このモデルは図3のように入出力変数にそれぞれ一つの素子に対応し、その間にいくつかの隠れ素子が配置されたネットワーク構成になる。いずれのモデルも一般に複雑な入出力関係をニューラルネッ

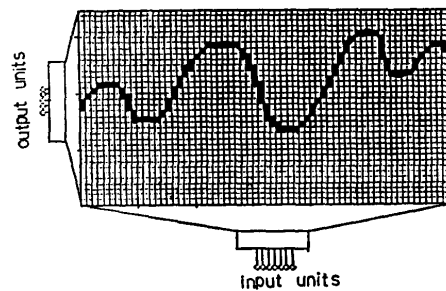


図1 空間分割表現モデル (1)
Fig. 1 A space-division model (1).

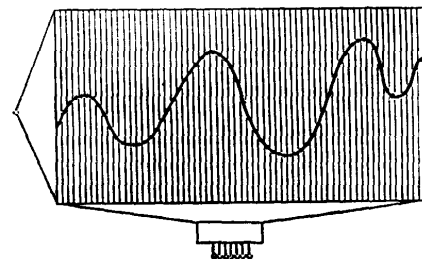


図2 空間分割表現モデル (2)
Fig. 2 A space-division model (2).

トワークの規模を爆発的に増加させることなく情報表現が可能である。しかし連続な入出力関係を表現するためにはネットワーク規模(素子数)の検討だけでなくネットワークに学習させるために必要となる学習例(正しい入出力値の組の数)の数についても検討が必要

である。すなわち、任意の精度で連続な関係式を近似表現するためには一般には数多くの学習例が必要となるが、できるだけ数少ない学習例により学習例のない領域についての入出力関係についても帰納的にその関係を学習できることが必要となる。

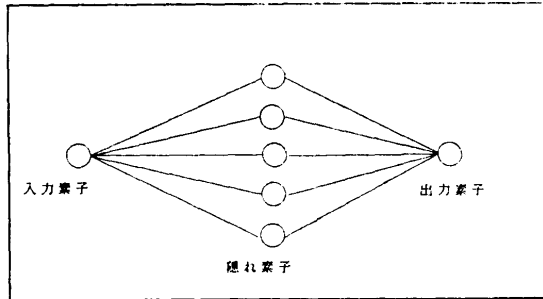


図3 基本表現モデルのネットワーク構成
Fig. 3 A network structure of a basic representation model.

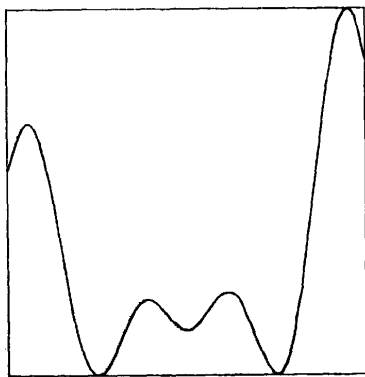


図4 (3.1)式に示す非関数の描写図
Fig. 4 A description of the nonlinear function defined in (3.1).

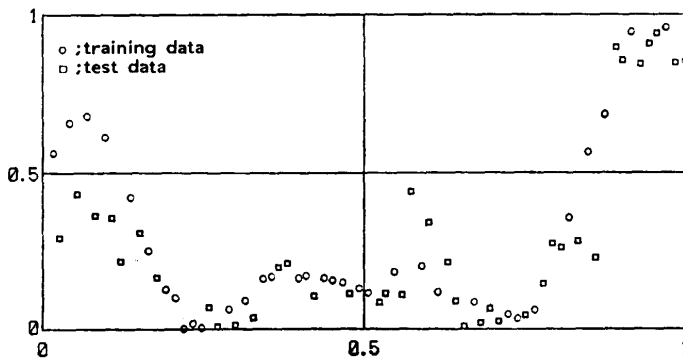


図5 空間分割モデルによる非線形関数の同定と一般化/帰納性の検証
Fig. 5 Identification of a nonlinear function with a space-division representation model and verification of its generality and inductive capability.

ここでは、(3.1)式および図4に示す非線形関数を用いて空間表現モデルと基本モデルによるネットワーク学習の般化能力について検証をする。

$$Y = (12 + 3x - 3.5x^2 + 7.2x^3)(1 + \cos 4\pi x) / (1 + 0.8 \sin 3\pi x) / 44 \quad (3.1)$$

3.1 空間表現モデル

図4の入力領域を73に分割しこれを7個の素子上に分散表現する。出力素子としては1個の素子を配置し、中間層を1層(隠れ素子15個)をもつネットワークを構成し、任意に35組の入出力データを学習例として選び、学習後のネットワークに真の入出力関係の組(x, y)を用意し、その入力変数の値(x)を学習後のネットワークに提示しその入力値に対するネットワークの出力値(y*)と真の出力変数の値(y)との誤差について比較した。学習例として用いた入力値と用いなかった入力値に対するネットワーク出力値をそれぞれ図5の○および□点で示す。図5から明らかなように、空間分割表現モデルを用いた場合学習例として用いた入出力関係については極めて精度の高い学習をしているが学習例として提示しなかった入出力関係の近似度は悪くネットワーク学習の般化性または帰納性が極めて低いことがわかる。したがって、アナログパターン情報のようなある構造を有する入出力関係をニューラルネットワーク上に表現する場合の従来の表現法のように領域をいくつかに分けて、その細分化さ

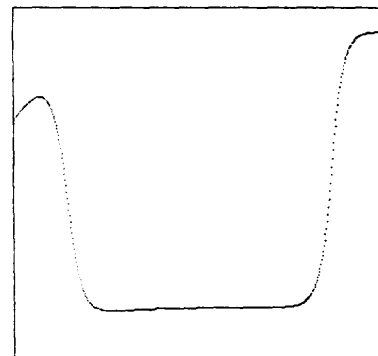


図6 基本表現モデルによる多層型ネットワークの学習後のネットワーク出力値
Fig. 6 The network outputs after learning with the basic representation model.

れた領域を一つの情報表現の単位とするような方法は実用的ではないといえよう。

3.2 基本表現モデル

このモデルでは、連続値をとる入出力素子をそれぞれ一つずつ配置し、中間層として1層（隠れ素子10個）をもつネットワークに任意に選んだ40組の学習例を用いて学習させた。学習後のネットワークに(0, 1)の範囲の x の値を1/500の間隔で入力し、それに対応するネットワーク出力をプロットしたのが図6である。図6から明らかなように、特に中間における凹凸領域に対する学習精度が低いことがわかる。中間層や隠れ素子および学習例を増大しても学習精度はあまり改善されなく、一般に凹凸の多い非線形構造をもつアナログパターン情報を図3のようなアーキテクチャで学習させることはできないことがわかった。

4. 高次関数表現モデル

表現領域を細分化し、その細分化された領域を表現の基本単位として素子を構成する空間表現モデルや入力領域に一つの入力素子を配置する基本表現モデルを用いてアナログパターン情報を表現する方法は、学習例の中から類似性を見だし学習例として提示されなかった領域に対して適切な反応をするといった般化能力が低いことを前章で示した。これは隠れ素子をもつ多層型ネットワーク学習は般化能力が高い^{4),13)}といういままでの主張は空間分割や基本表現モデルを前提としている限り実現されないことを示したものである。本章ではアナログパターンといったある構造を有する情報を表現するための新たな表現モデルを提案する。

出力素子への入力関数（中間素子の出力関数）を $f_i(x), i=1, 2, \dots, k$, で表すと、ネットワークの出力関数 $f(x)$ は、

$$f(x) = 1 / \left\{ 1 + \exp \left(- \sum_{i=1}^k w_i f_i(x) - \theta \right) \right\} \quad (4.1)$$

与えられる。ここで、 w_i は中間素子と出力素子の結合係数である。学習の対象とするある非線形関数 $F(x)$ を多層型ネットワークで十分な精度で近似表現するための条件の一つは、ネットワークの出力関数の微分関数 $f'(x)$ は $F'(x)$ を十分に近似していることである。(4.1)式を微分すると

$$f'(x) = f(x) \left\{ 1 - f(x) \right\} \sum_{i=1}^k w_i f'_i(x) \quad (4.2)$$

が得られる。ここで、 $\forall x \in K$ に対して

$$0 < f(x)(1 - f(x)) \leq 1/4 \quad \text{であるので}$$

$$\text{sgn} (F'(x)) = \text{sgn} \left(\sum_{i=1}^k w_i f'_i(x) \right) \quad \forall x \in K \quad (4.3)$$

でなければならない。基本表現モデルでは、出力素子への入力関数 $f_i(x)$ が sigmoid 型の単調関数となり、(4.2)式の右辺は x に依存しなく、結合係数 w_i によってその符号が決定されるため一般に凹凸の多い $F(x)$ に対する学習精度が悪くなる。したがって、複雑な非線形関係をニューラルネットワーク上に表現するためには、出力素子への入力関数 $f_i(x)$ が非単調で凹凸のある高次の非線形関数になることが必要であり、入力変数を表すための入力素子以外にその入力変数の関数として一般に数学式として明示できる高次の関数を入力素子として導入するネットワークを提案する。図7に示すように入力素子として高次関数 $g_i(x), i=1, 2, \dots, n$, をもつネットワーク構成を「高次関数表現モデル」と呼ぶことにする。高次関数表現モデルではどのような高次関数を用いるべきかが課題になるが、(4.2)の関係式より学習の対象とする関数 $F(x)$ の凹凸を部分的に近似できる関数が望ましく、具体的には、 $0 \leq x \leq 1$ で定義される次式に示すチェビシェフの多項式 $g_i(x)$ を用いる。

$$g_i(x) = [\cos \{ i \arccos (2x - 1) \} + 1] / 2 \quad (4.4)$$

ここで定義したチェビシェフ多項式は、 $0 \leq g_i(x) \leq 1$ の条件を満たす。 i 次のチェビシェフ多項式は $i+1$ 個の特異点を持ち、中間層での sigmoid 型関数による単調な非線形変換後の出力素子への入力関数は、一般に(4.2)式の条件を容易に満たすことができる。

高次関数表現モデルによるネットワーク学習の般化能力について検証するために、入力素子として5次までのチェビシェフ多項式および4個の隠れ素子をもつ

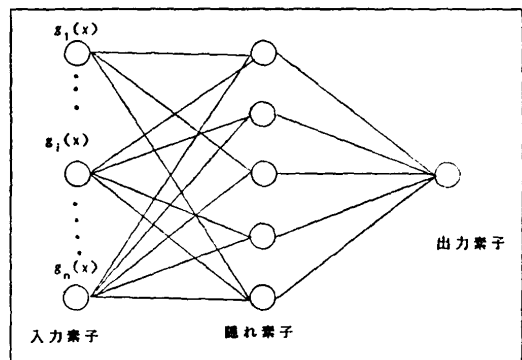


図7 高次関数モデルのネットワーク構成
Fig. 7 A network architecture of high-order functional representation model.

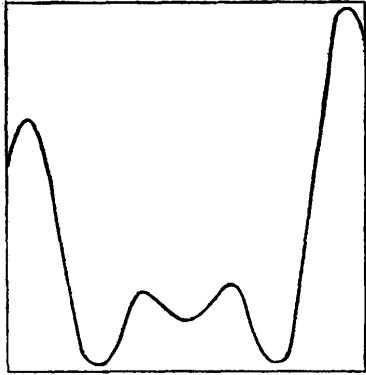


図 8 高次関数表現モデルによる多層型ネットワークの学習後のネットワーク出力値
Fig. 8 The network outputs after learning with the high-order functional representation model.

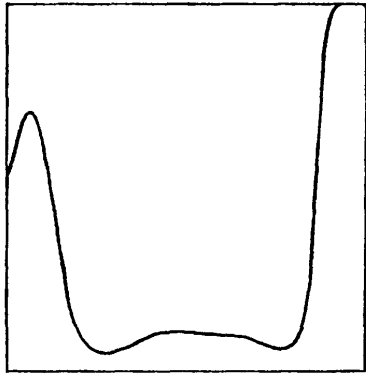


図 9 隠れ素子をもたない高次関数表現モデルの学習後のネットワーク出力値
Fig. 9 The network outputs after learning without hidden units.

ネットワークを構成し、図 4 ((3.1)式) に示す入出力関係より基本表現モデルと同じように任意に 40 組の学習例を抽出し学習させ (学習回数 2,000 回), 学習後のネットワークに 1/500 間隔で x の値を提示し, それに対応したネットワーク出力をプロットしたのが図 8 である. 任意の x , 50 点に対するネットワーク出力 y^* と (3.1) で与えられる真の y との誤差は, 0.001 (r. m. s) であり高次関数表現モデルによる多層型ネットワークを用いて学習をさせることにより精度の高い学習ができることが明らかになった.

Klassen ら¹³⁾は, 入力素子としていくつかの関数項 (入力変数間の交差項や正弦関数) を導入する方法について提案をしている. この方法は, これらの関数項により隠れ素子を排除しそれにより学習アルゴリズムの高速化を図るものである. また, 高次関数表現モデルにおいて入力素子にチェビシェフ多項式といった高次

関数を配置する方法は, 非線形関数の多項式近似に類似している. しかしながら, 高次関数表現モデルの多層型ネットワークによる学習においては, 中間層および出力層において非線形変換が行われるため一般に知られているような非線形関数の近似法とは異なる. 図 4 に示した関数を 9 次までのチェビシェフ多項式を入力素子としてもつ隠れ素子をもたない 2 層のネットワークで学習させ学習後のネットワークの出力を図 9 に示すが, 学習精度が悪いことがわかる. したがって, 凹凸の多い非線形構造をもつ入出力関係を学習させるためには, 凹凸を部分的に近似するための高次関数素子およびそれらを統合し, 用意した入力素子では表現できない誤差項を吸収するための隠れ素子を組み合わせたネットワークアーキテクチャが必要である.

5. 音声波形の学習

高次関数表現モデルによる多層型ネットワークを用いることにより, 複雑な非線形構造を有するアナログパターン情報を数少ない学習例を用いて精度よく学習, 表現できることがわかった. 信号波形の識別や音声認識問題等において用いられてきた連続波形のバ

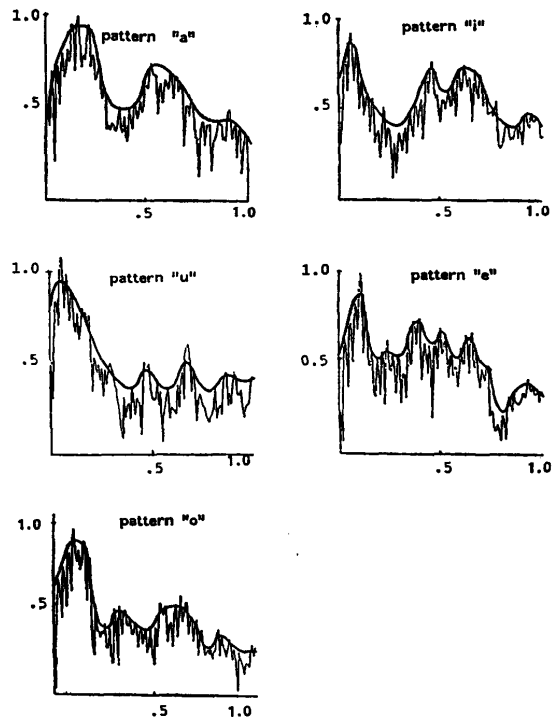


図 10 母音のスペクトル包絡曲線 (周波数対振幅)
Fig. 10 The spectral envelopes of Japanese vowels in terms of the normalized values of frequency and amplitude.

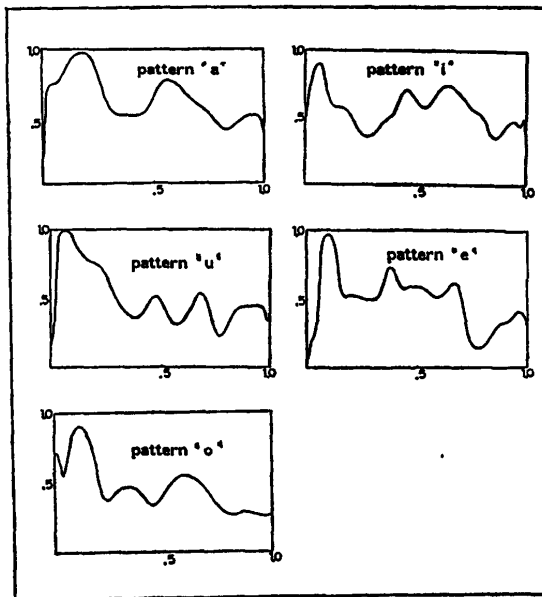


図 11 高次関数表現モデルによる音声波形の学習
 Fig. 11 The network outputs after learning that were trained with the data from the patterns shown in Fig. 10.

ターン識別は、波形の形状に関するデータを多次元空間の特徴ベクトルとして処理をする非構造的識別法である。しかしながら、高次関数表現モデルによる多層型ネットワークを用いることにより、アナログパターンをあるまとまった一つの情報としてそのまま構造的に表現することができ構造的パターン情報処理システムとしての応用が期待できる。高次関数表現モデルによりその構造を失わない方法で連続波形をネットワーク上に表現できることを実証するために、図 10 に示すような母音に関する七つのスペクトル包絡線を高次関数表現モデルを用いて学習をさせた。それぞれのスペクトル包絡線上から任意に 15 組を学習例として抽出して、入力素子として 6 次までのチェビシェフ多項式および 5 個の隠れ素子をもつネットワークに学習をさせた (学習回数 3,000 回)。学習後のそれぞれのネットワークに 1/500 の間隔で x の値を提示し、それに対応したネットワーク出力をプロットしたのが図 11 である。この図から明らかなように、音声波形のスペクトル包絡線といった一般にある数学式を用いてその入出力関係の構造を同定することが困難な問題でもネットワーク上に学習、表現することができ、ニューラルネットワークを用いた構造的パターン情報処理システムとして応用できることがわかった。

6. 結 論

本研究では、非線形な連続写像として表現されるアナログパターン情報を入出力関係にある構造をもつパターン情報としてニューラルネットワーク上に学習、表現する問題について考察した。従来から用いられてきたニューラルネットワークの表現モデルでは、複雑な非線形構造について帰納性の高い学習ができないことを示した。これらに代わる新しい表現モデルとして高次関数表現モデルを提案し、複雑な非線形の連続写像として表現されるパターン情報を多層型ネットワーク上に学習、表現できることを示した。また、ネットワークの規模は小さく、学習に必要な学習例や学習回数も少ないことを示した。パターン情報をニューラルネットワーク上に構造的に表現する方法は、構造的パターン情報処理法として信号識別問題等へ広く応用することができる。例えば、一般に多数の信号が存在する環境下で波形に関する一部の観測データを用いてその信号源を識別する問題では、それぞれの信号源の波形をニューラルネットワークに学習させておき、学習後のネットワークを一種の非線形識別関数として用いることができる。このような基準となるパターンの構造を利用した識別法により、サンプリング点に依存しない、また雑音等に強いロバスト性の高いパターン識別システムが構築できることが期待される。

参 考 文 献

- 1) Anderson, J. A. and Rosenfeld, E. (eds.): *Neural computing*, MIT Press (1988).
- 2) Rumelhart, D. E., Hinton, G. E. and Williams, R. J.: Learning Representation by Back-propagation Errors, *Nature*, Vol. 323, pp. 533-536 (1986).
- 3) Werbos, P. J.: Generalization of Backpropagation with Application to a Recurrent Gas Market Model, *Neural Networks*, Vol. 1, pp. 339-356 (1988).
- 4) Rumelhart, D. E., McClelland, J. L. and the PDP Research Group: *Parallel Distributed Processing*, Vol. 1, MIT Press (1986).
- 5) 船橋賢一:ニューラルネットワークの capability について, 電子情報通信学会技報, MBE 88-52, pp. 124-134 (1988).
- 6) Minsky, M. and Papert, S.: *Perceptron*, Expanded Edition, MIT Press (1988).
- 7) Lippman, R. P.: An Introduction to Computing with Neural Nets, *IEEE ASSP Magazine*, April, pp. 4-22 (1987).
- 8) 河原英紀: 神経回路網モデルと音声認識, 人工知

- 能学会誌, Vol. 3, No. 4, pp. 57-64 (1988).
- 9) Watrous, R.L. and Shastri, L.: Learning Phonetic Features Using Connectionist Networks, *AAAI-87*, Vol. 2, pp. 851-854 (1987).
- 10) Gorman, R.P. and Sejnowski, T.J.: Analysis of Hidden Units to Classify Sonar Target, *Neural Networks*, Vol. 1, pp. 75-88 (1988).
- 11) Hinton, G.E. and Anderson, J.A. (eds.): *Parallel Models of Associative Memory*, Lawrence Erlbaum Associate Publishers (1981).
- 12) Feldman, J.A.: *Neural Representation of Conceptual Knowledge*, TR-189, University of Rochester (1986).
- 13) Klassen, M., Pao, Y.H. and Chen, V.: Characteristics of the Functional Link Net, *IEEE International Conference on Neural Network*, Vol. 1, pp. 507-513 (1988).

(昭和63年12月21日受付)
(平成元年7月18日採録)



生天目 章 (正会員)

昭和48年防衛大学校卒業(応用物理学専攻)。昭和54年スタンフォード大学大学院博士課程修了(Ph. D)。同年、航空幕僚監部勤務。昭和62～63年ジョージメイソン大学客員助教授。現在、防衛大学校情報工学教室講師。人工知能、ニューラルネットワーク、意志決定工学などの研究に従事。人工知能学会、計測自動制御学会、AAAI、ACM、INNS、IEEE 各会員。



木俣 康之 (正会員)

昭和57年日本獣医畜産大学獣医畜産学部畜産学科卒業。昭和59年帯広畜産大学大学院畜産学研究科畜産経営学専攻修了。同年、航空自衛隊入隊。平成元年防衛大学校理工学研究科OR専攻修了。現在航空自衛隊で航空電子機器の研究開発に従事。日本OR学会、人工知能学会各会員。