

3段ゲート構成による M -out-of- N 符号用 自己検査性検査回路†

井 沢 伸 芳**

論理回路の大規模化、複雑化に伴い、故障検出への対処はますます重要となっている。これに対処する一方策として自己検査論理の提案がなされ、各種符号に対して自己検査性検査回路(TSCC)の構成法が研究されている。本論文では、 M -out-of- N 符号 ($2 \leq M \leq 5$, $2M < N \neq 5$) を対象とし、TSCC の組織的な3段ゲート構成法を提案する。本構成法では、符号を組織的に直和2分割して2つの符号語集合を作成する。この一方の符号語集合に対し、AND-OR, OR-AND 構成を適用して2段ゲート構成とする。この際、TSCC の構成条件を満たさない符号語が生じる。これらの符号語に対して、OR ゲートを分割して他の符号語と共用し、構成条件を満たすようにする。本論文ではこのORゲートの分割および共用も組織的に行う。このようにして構成されたTSCCは、AND-OR, OR-OR-AND 構成の3段ゲート構成となる。また、本構成法による所要ゲート数を考察し、従来の組織的な3段ゲート構成法よりも少ないことを示す。以上より、本論文の結果は、上記範囲の M/N 符号に対し、ゲート数が従来よりも少ない3段ゲート TSCC の組織的構成法を与えている。

1. はじめに

近年の論理回路の大規模化、複雑化は、故障検出を一層難しくしている。これに対処する一方策として、通常動作中に回路内で発生する故障をその回路自身で検出できる自己検査が、回路の設計において重要視されている。自己検査の概念は次のようである¹⁾。回路への入出力は符号化されているものとする。回路内部の故障集合 F の各故障に対し、非符号語を出力する入力符号語が少なくとも1つ存在すれば、回路は F に関してセルフテストング(ST: Self-Testing)であるという。 F に含まれるすべての故障とすべての符号入力に対し、出力が正しいかあるいは非符号語を出力するとき、回路は F に関してフォールトセキュア(FS: Fault Secure)であるという。回路が F に関してSTかつFSであれば、回路はトータリ・セルフチェックング(TSC: Totally Self-Checking)であるという。TSCでは検査回路もまた自己検査である必要がある。回路が符号語入力(非符号語入力)に対して必ず符号語(非符号語)を出力すれば、回路はコードディスジョイント(CD: Code-Disjoint)であるという。回路がSTかつFSかつCDであれば、回路は自己検査性検査回路(TSCC: Totally Self-Checking Checker)であるという。

M -out-of- N 符号 (M/N 符号) は、 N ビットの内 M ビットに1を持つ2値ベクトルの集合である。自己検

査性を持つ回路の設計に有用であるため、TSCC の構成法も種々研究されている。この TSCC の一般的構成法としては、入力から出力までを論理ゲート2段または3段で構成する方法^{1)~3)}、4段で構成する方法⁴⁾、7段で構成する方法⁵⁾、多段で構成する方法^{1), 6)~8)} 等が提案されている。この中で検査速度の観点からは、2段または3段で構成する方法が適している。

一方、筆者は過去に、①非順序符号 (M/N 符号を包含) に対する TSCC の3段ゲート構成法⁹⁾、② $M/2M$ 符号に対する TSCC の組織的な2段ゲート構成法 (AND-OR, OR-AND 構成)¹⁰⁾ を示した。本論文では、過去に示したこれらの構成法を拡張し、 $2 \leq M \leq 5$, $2M < N$ の M/N 符号 ($2/5$ 符号を除く) を対象として、TSCC の組織的な3段ゲート構成法を提案する。以後特に断わらない限り M/N 符号は上記範囲とし、すべての符号語を有する完全符号⁹⁾とする。

本構成法では、②の構成法と同様に符号を組織的に2分割して2つの符号語集合を作成する。この一方の符号語集合に対し、2段 AND-OR, OR-AND 構成を適用する。この2段構成では、②のような $N=2M$ ではないので、TSCC の構成条件を満たさない符号語が生じる。そこで、そのような符号語に対して、①の構成法と同様に OR ゲートを分割して他の符号語と共用し、構成条件を満足させる。文献 9) では、構成法は示しているものの組織的な構成法までは言及できていない。組織的な構成法の確立は、TSCC の自動設計において重要である。本論文ではこの OR ゲートの分割および共用も組織的にを行い、符号の2分割と合わせて全体としての組織的な構成法を示す。このようにし

† A 3-Level Design of Totally Self-Checking Checkers for M -out-of- N Codes by NOBUYOSHI IZAWA (Development Headquarters, NTT DATA Communications Systems Corporation).
** NTT データ通信(株)開発本部

て構成された TSCC は, AND-OR, OR-OR-AND 構成の 3 段ゲート構成となる. また, 本構成法による所要ゲート数を考察し, 従来の組織的な 3 段ゲート構成法よりも少ないことを示す.

2. 準備

本論文では以下を前提として TSCC を構成する. 対象とする TSCC 内部の故障は, 一方性縮退故障である. また, TSCC の正常出力符号は $1/2$ 符号であり, TSCC は NOT ゲートを用いないで構成する. このような前提を設けると, TSCC は FS となり, TSCC 内部の故障は単一縮退故障を考えれば良くなる⁹⁾. したがって, 以降 FS は考慮しなく, 故障は単一縮退故障を考えていく.

本論文では, 以下の構成手順を基にする^{9),10)}.

【構成手順】

(1) M/N 符号 Y を Y^0 と Y^1 に直和 2 分割 ($Y^0 \cup Y^1 = Y$, $Y^0 \cap Y^1 = \emptyset$, $Y^0 \neq \emptyset$, $Y^1 \neq \emptyset$) する. Y^0 , Y^1 に属する符号語を各々 Y^0_i , Y^1_i と表す.

(2) 図 1 (a) に示すような 2 段 AND-OR (G_1), OR-AND (G_2) 構成とする. G_1 の AND ゲート, G_2 の OR ゲートの入力線を, Y^0_i の各々論理値 1, 0 を取っているビットからなるようにする. これを分離形 2 段回路と呼ぶ.

(3) 図 1 (b) に示すように, G_2 中で共用される 1 段の OR ゲート (共用ゲート) 群 G_0 を設け, 分離形 2 段回路を 3 段 AND-OR, OR-OR-AND 構成とする. これを共用形 3 段回路と呼ぶ. ■

上記の構成手順における構成条件を明らかにするため, カバー関係を以下に定める. まず, (論理値 0) < (論理値 1) としたとき, 2 つの 2 値ベクトル $Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ と $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ の間に, $n = 1, 2, \dots, N$ に対して $y_n \geq x_n$ が成り立つ場合, $Y \geq X$ と表し, Y は X をカバー (cover) するという. このカバー関係を構成条件とするため, 以下のように定義する⁹⁾. 符号 Y の符号語を Y_i , 符号語の要素 (論理変数) を y_n とする. Y_i の n ビット目 ($1 \leq n \leq N$) の論理値 0 (1) を 1 個のみ反転してできた非符号語を X_{in}^+ (X_{in}^-) とする.

【定義 1】 符号 Y における符号語 Y_i に関し, 任意の非符号語 X_{in}^+ (X_{in}^-) について $X_{in}^+ > Y_i$ ($X_{in}^- < Y_i$) なる Y_j が, Y のある部分集合 Y' 中に存在し, この関係が $1 \leq n \leq N$ の任意の n に対して成立すれば, Y_i は Y' に対して 0-CVR (1-CVR) であるとい

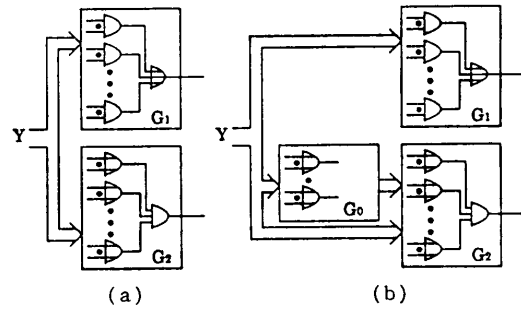


図 1 TSCC の構成手順

Fig. 1 Design process of TSCC.

う. ただし, $i \neq j$. ■

上記カバー関係と共用形 3 段回路に関し, 補題 1 が成り立つ⁹⁾.

【補題 1】 M/N 符号 Y における共用形 3 段回路は,

(1) すべての Y^1_i が Y^0 に対して 0-CVR かつ 1-CVR であれば, CD である.

(2) すべての Y^0_i が Y^1 に対して 1-CVR であれば, G_1 の AND ゲートへのすべての入力線の 1 縮退故障は検出可能である.

(3) 共用ゲートが以下の設置条件を満足すれば, G_0 , G_2 の OR ゲートへのすべての入力線の 0 縮退故障は検出可能である.

① 入力線の論理変数がすべて同じ複数の共用ゲートは同一ゲートである.

② Y^0_i の論理値 0 に関し, Y^1 に対して 0-CVR でない 0 を #, その他の 0 を @ で表す. このとき, Y^0_i 中の論理値が # であるすべての論理変数は 1 回以上共用ゲートの入力線となる.

③ すべての入力線の論理変数は同一共用ゲートを構成するいずれかの Y^0_i で論理値が @ となる. ただし, 論理値が @ である同一論理変数は同一 Y^0_i 中で 2 回以上共用ゲートの入力線とはならない. (証明略)

なお, 補題 1 (2) と (3) 以外の 0 縮退故障, 1 縮退故障の検出可能性は明らかである⁹⁾. したがって, 共用形 3 段回路は, 補題 1 (2), (3) の条件を満足すればすべての縮退故障が検出可能となり ST, 補題 1 (1) の条件を満足すれば CD となり, TSCC となる.

本論文では, 構成手順 (1), (2) を基に組織的に分離形 2 段回路を構成し, 構成手順 (3) を基に共用ゲートの設置を組織的に行って共用形 3 段回路を構成していく.

3. 分離形 2 段回路の構成

3.1 符号の直和 2 分割

本節では、 M/N 符号 Y を Y^0, Y^1 に組織的に直和 2 分割する方法を述べる。まず、 Y の論理変数 y_1, y_2, \dots, y_M を若番順に互いに素な M 個の部分集合 A_1, A_2, \dots, A_M に分割する。ただし、

$$\left. \begin{aligned} |A_1| &= \lceil N/M \rceil, |A_2| = \lceil (N - |A_1|)/(M-1) \rceil, \\ |A_3| &= \lceil (N - |A_1| - |A_2|)/(M-2) \rceil, \dots, \\ |A_M| &= \lceil (N - |A_1| - |A_2| - \dots - |A_{M-1}|) / \\ &\quad (M - (M-1)) \rceil \\ |A_1| + |A_2| + \dots + |A_M| &= N \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$|A_m|$ は A_m 中の論理変数の数を表し、 $\lceil x \rceil$ は x 以上の最小整数を表す。各符号語における A_1, A_2, \dots, A_M 中の論理値 1 の個数を各々 W_1, W_2, \dots, W_M ($W_1 + W_2 + \dots + W_M = M$) とする。各々対応する W_m に同じ値を持つ符号語を集合して符号語集合とし、 $Y(W_1 | W_2 | \dots | W_M)$ のように表す。

【例 1】 $3/7$ 符号では $|A_1|=3, |A_2|=|A_3|=2, A_1 = \{y_1, y_2, y_3\}, A_2 = \{y_4, y_5\}, A_3 = \{y_6, y_7\}$ となる。また、 $(1, 1, 0, 0, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 0, 0, 0, 1), (1, 0, 1, 0, 0, 1, 0), (1, 0, 1, 0, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 0, 0, 0, 1)$ の符号語を、 $Y(2|0|1)$ の符号語集合に集合する。

次に、 W_m の各値により符号語集合を統合して符号語大集合 $Y[]$ とし、 $Y[]$ を以下のように表現する。 $Y(1|1|\dots|1)$ である符号語集合は単独で符号語大集合とし、 $Y[1]$ と表す。 $Y[1]$ 以外の ($W_m \geq 2$ である W_m を有する) 符号語集合に関し、1 個の W_m が d_1 ($d_1=2, 3, 4, 5$) であり、他の 1 個の W_p ($p \neq m$) が d_2 ($d_2=2$) であり、残りのすべての W_q ($q \neq m, p$) が 0 か 1 である符号語集合を符号語大集合 $Y[d_1, d_2]$ に統合する。 d_1 が存在して d_2 が存在しない符号語集合は、 $Y[d_1]$ に統合する。ただし、 $m, p, q=1, 2, \dots, M$ 。符号語大集合は、 $M=2$ では $Y[1], Y[2]$ 、 $M=3$ では $Y[1], Y[2], Y[3]$ 、 $M=4$ では $Y[1], Y[2], Y[2, 2], Y[3], Y[4]$ 、 $M=5$ では $Y[1], Y[2], Y[2, 2], Y[3], Y[3, 2], Y[4], Y[5]$ が存在することになる。また、 W_m を循環的に考えるために、 $W_{M+1}, W_{M+2}, \dots, W_{2M}$ と表現された W_m は各々 W_1, W_2, \dots, W_M のこととする。以降、添字 m は同様とする。

【例 2】 $M=3$ では、 $Y(2|0|1), Y(1|2|0), Y(0|1|2), Y(2|1|0), Y(0|2|1), Y(1|0|2)$ の符号語集合

を、 $Y[2]$ の符号語大集合に統合する。 ■

Y の Y^0, Y^1 への直和 2 分割は、符号語大集合 $Y[]$ を 2 分割するものであり、以下の手順に従う。

【分割手順】 M/N 符号 Y において、もし以下の符号語大集合が存在するなら、以下のように分割する。

- (1) Y^0, Y^1 を空とする。
 - (2) $Y[1]$ を $Y^1[1]$ として Y^1 に加える。
 - (3) $Y[2]$ 中の $W_m=2, W_{m+1}=0$ を満足する符号語集合を $Y^0[2]$ として Y^0 に加える。
 - (4) $Y[2, 2]$ 中の $W_m=2, W_{m+1}=1, W_{m+2}=0$ を満足する符号語集合を $Y^1[2, 2]$ として Y^1 に加える。
 - (5) (4)以外の $Y[2, 2]$ 中の符号語集合を $Y^0[2, 2]$ として Y^0 に加える。
 - (6) $Y[3]$ 中の
 - ① $M=3$ の場合、 $W_m=3, W_{m+1}=0$
 - ② $M \geq 4$ の場合、 $W_m=3, W_{m+1}=1$
 を満足する符号語集合を $Y^0[3]$ として Y^0 に加える。
 - (7) $Y[3, 2]$ 中の
 - ① $W_m=3, W_{m+2}=2$
 - ② $|A_{m+4}|=3, W_m=3, W_{m+4}=2$
 - ③ $|A_m| \geq 4, W_m=3, W_{m+1}=2$
 を満足する符号語集合を $Y^0[3, 2]$ として Y^0 に加える。
 - (8) $Y[4]$ 中の $W_m=4, W_{m+1}=0, W_{m+2}=0$ を満足する符号語集合を $Y^0[4]$ として Y^0 に加える。
 - (9) $Y[5]$ を $Y^0[5]$ として Y^0 に加える。
 - (10) (3), (6)~(8)以外の各々 $Y[2], Y[3], Y[3, 2], Y[4]$ 中の符号語集合を各々 $Y^1[2], Y^1[3], Y^1[3, 2], Y^1[4]$ として Y^1 に加える。
- ただし、 $m=1, 2, \dots, M$ 。 ■

【例 3】 $N \geq M^2$ における Y^0 中の符号語集合を表 1 に示す。 $Y()$ の Y は省略している。 $N < M^2$ では表 1 の符号語集合が符号 Y 中に一部存在しないので、それらの存在しない符号語集合を除いたものとなる。下線を付した数値については後述する。 ■

【例 4】 $2/7$ 符号、 $3/7$ 符号での Y^0 中の符号語を表 2 に示す。下線を付した論理値および右側の $[]$ については後述する。図 2 に $3/7$ 符号の分離形 2 段回路を示す。表 2 での論理値 1, 0 である論理変数 y_n を入力とした各々 AND ゲート群 G_1 、OR ゲート群 G_2 を設け、それらのゲート群の出力を各々 OR ゲート、

表 1 Y^0 中の符号語集合 ($N \geq M^2$)
Table 1 Code word sets in Y^0 ($N \geq M^2$).

2/N	3/N	4/N	5/N
(2 0) (0 2)	(2 0 1) (1 0 0) (0 1 0) (0 0 1) (0 1 1) (1 0 1) (1 1 0) (1 1 1)	(2 0 1 1) (1 0 0 0) (0 1 0 1) (0 0 1 0) (0 0 0 1) (1 0 1 0) (1 0 0 1) (1 1 0 0) (1 1 1 0) (1 1 0 1) (1 1 1 1)	(2 0 1 1 1) (1 0 0 0 0) (0 1 0 1 0) (0 0 1 0 1) (0 0 0 1 0) (1 0 1 0 0) (1 0 0 1 1) (1 1 0 0 0) (1 1 1 0 0) (1 1 0 1 0) (1 1 1 1 0) (1 1 0 1 1) (1 1 1 1 1)

(証明略)

補題 2 より符号語集合の部分カバー関係がすべての A_k に関して成り立てば、符号語のカバー関係が保証される。次節以降に部分カバー関係を考察していく。

3.2 Y^1 のカバー性

本節では Y^1 中の符号語集合の部分カバー関係について考察する。これに関しては、以下の補題が成り立つ。

【補題 3】 M/N 符号 Y において、分割手順によって作成された Y^1 中のすべての符号語集合は、 Y^0 に対して A_k 部分 0-CVR か A_k 部分 1-CVR である。

(証明) Y^1 中の $Y^1[2]$ に属する符号語集合 ($M \geq 3$ のとき存在) について証明する。

他の符号語集合についても同様に証明できるが省略する。 $Y^1[2]$ 中の符号語集合は、 $W_m=2, W_{m+1}=1$ であり、 $W_{m+2} \sim W_{m+M-1}$ は 0 または 1 である。部分カ

表 2 Y^0 中の符号語 (2/7, 3/7 符号)
Table 2 Code words in Y^0 (2/7, 3/7 codes).

2/7			3/7		
A_1	A_2		A_1	A_2	A_3
$y_1 y_2 y_3 y_4$	$y_5 y_6 y_7$		$y_1 y_2 y_3$	$y_4 y_5$	$y_6 y_7$
(1.1.0.0)	(0.0.0.0)	[3+7, 4+6]	(1.1.0.0)	(0.0.1.0)	[3+7]
(1.0.1.0)	(0.0.0.0)	[2+6, 4+7]	(1.1.0.0)	(0.0.0.1)	[3+6]
(1.0.0.1)	(0.0.0.0)	[2+6, 3+7]	(1.0.1.0)	(0.0.1.0)	[2+5]
(0.1.1.0)	(0.0.0.0)	[1+5, 4+7]	(1.0.1.0)	(0.0.0.1)	[2+5, 4+6]
(0.1.0.1)	(0.0.0.0)	[1+5, 3+7]	(0.1.1.0)	(0.0.1.0)	[1+4, 5+7]
(0.0.1.1)	(0.0.0.0)	[1+5, 2+6]	(0.1.1.0)	(0.0.0.1)	[1+4]
(0.0.0.0)	(1.1.0.0)	[3+7, 4+7]	(1.0.0.0)	(1.1.0.0)	[3+6]
(0.0.0.0)	(1.0.1.0)	[2+6, 4+6]	(0.1.0.0)	(1.1.0.0)	[3+7]
(0.0.0.0)	(0.1.1.0)	[1+5]	(0.0.1.0)	(1.1.0.0)	
			(0.0.0.1)	(1.1.1.0)	[2+5]
			(0.0.0.0)	(0.1.1.1)	[1+4]
			(1.1.1.0)	(0.0.0.0)	[4+6, 5+7]

AND ゲートに入力している。図 2 では論理変数 y_k の y は省略している。

補題 1 の条件の満足性を確認するために、分割手順により分割された各符号語集合のカバー関係についての定義が必要であり、以下に定義する¹⁰⁾。

【定義 2】 M/N 符号 Y の符号語集合 $Y(W_1 | \dots | W_h | \dots | W_s | \dots | W_M)$ は、符号語集合 $Y(W_1 | \dots | W_h + 1 | \dots | W_s - 1 | \dots | W_M)$ ($Y(W_1 | \dots | W_h - 1 | \dots | W_s + 1 | \dots | W_M)$) に対して A_h 部分 1-CVR (A_h 部分 1-CVR) であるという。ただし、 $h \neq s, W_h \leq M-1, W_s \leq |A_h| - 1, W_s \geq 1$ ($W_h \geq 1, W_s \leq |A_s| - 1, W_s \leq M-1$)。また、 $W_1, \dots, W_{h-1}, W_{h+1}, \dots, W_{s-1}, W_{s+1}, \dots, W_M$ は両符号語集合で対応ごとに同じ数値である。

定義 2 を符号語集合の部分カバー関係と呼ぶ。部分カバー関係とカバー関係の間には次の関係がある¹⁰⁾。

【補題 2】 M/N 符号 Y の符号語集合 $Y(W_1 | \dots | W_h | \dots | W_M)$ 中の各符号語は、 $1 \leq h \leq M$ のすべての A_h に関して A_h 部分 0-CVR (A_h 部分 1-CVR) である符号語集合に対して 0-CVR (1-CVR) である。ただし、 $W_h \leq M-1, W_h \leq |A_h| - 1$ ($W_h \geq 1$)。

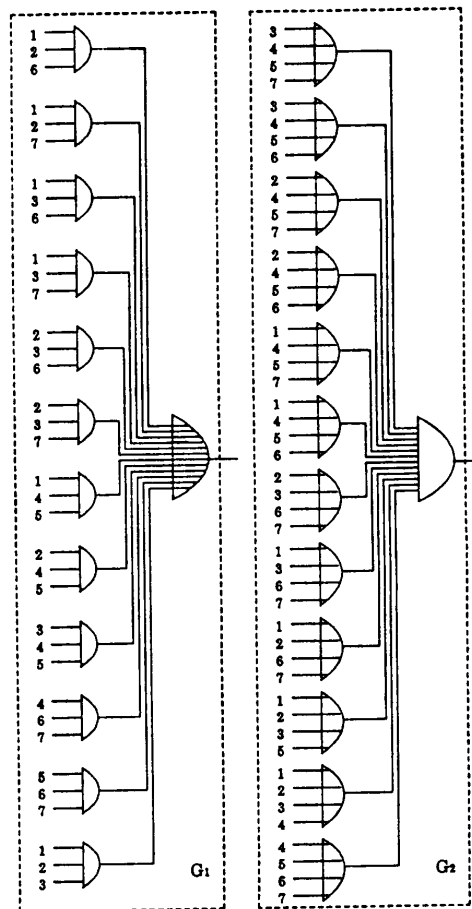


図 2 3/7 符号の分離形 2 段回路
Fig. 2 Disjoint 2-level circuit for 3/7 code.

パー関係はすべての A_k に関して証明する必要があるが, $Y^0[2]$ 中の符号語集合は, 上記より A_m ($W_m=2$), A_k ($W_k=1, k \neq m$), A_r ($W_r=0, r \neq m, m+1, k$) で部分カバー関係を証明するのに必要なすべての A_k を代表させることができる. 以下にこの順で証明を示す.

- (1) $W_m=2$ である A_m に関し,
- ① $M=3$ の場合 $Y^0[3]$ 中の $W_m=3, W_{m+1}=0, M \geq 4$ の場合 $Y^0[3]$ 中の $W_m=3, W_{m+1}=1$ を満足する符号語集合に対して各々 A_m 部分 0-CVR である.
 - ② $Y^0[2]$ 中の $W_m=1, W_{r-1}=2, W_r=0$ を満足する符号語集合に対して A_m 部分 1-CVR である.
- (2) $W_k=1$ である A_k に関し,
- ① $k=r-1$ の A_k の場合 $Y^0[2]$ 中の $W_m=1, W_k=2, W_{k+1}=0, k \neq r-1$ の A_k の場合 $Y^0[2, 2]$ 中の $W_m=2, W_k=2, W_{k+1}=0$, または $W_m=2, W_{m+1}=0, W_k=2$ を満足する符号語集合に対して各々 A_k 部分 0-CVR である.
 - ② $k=m+1$ の A_k の場合 $Y^0[2]$ 中の $W_m=2, W_k=0, W_r=1, k \neq m+1$ の A_k の場合 $Y^0[2, 2]$ 中の $W_m=2, W_{m+1}=2, W_k=0$, または $W_m=2, W_{m+1}=1, W_{m+2}=2, W_k=0$ を満足する符号語集合に対して各々 A_k 部分 1-CVR である.
- (3) $W_r=0$ である A_r に関し, $Y^0[2]$ 中の $W_m=2, W_{m+1}=0, W_r=1$ を満足する符号語集合に対して A_r 部分 0-CVR である.

ただし, $m=1, 2, \dots, M, k=m+1, m+2, \dots, m+M-1, r=m+2, m+3, \dots, m+M-1$. 以上より $Y^0[2]$ 中のすべての符号語集合は, Y^0 に対して A_k 部分 0-CVR かつ A_k 部分 1-CVR となる. ■

補題 3 より Y^1 中のすべての符号語集合の部分カバー関係が成り立つので, 補題 2 より Y^1 中のすべての符号語は Y^0 に対して 0-CVR かつ 1-CVR となる. したがって, 補題 1 (1) より次の定理が成り立つ.

[定理 1] M/N 符号 Y において, 分割手順に従って Y を Y^0, Y^1 に直和 2 分割し, 構成手順に従って構成した分離形 2 段回路は CD である. (証明略)

3.3 Y^0 のカバー性

本節では Y^0 中の符号語集合の部分カバー関係について考察する. まず, Y^0 中の符号語集合の A_k 部分 1-CVR について, 以下の補題が成り立つ.

[補題 4] M/N 符号 Y において, 分割手順によっ

て作成された Y^0 中のすべての符号語集合は, Y^1 に対して A_k 部分 1-CVR である.

(証明) 補題 3 と同様な方法により証明される. ■

Y^0 中の符号語集合の A_k 部分 0-CVR について, 以下の補題が成り立つ. ここでは補題 3 とは逆に A_k 部分 0-CVR とはならない A_k に着目して述べている.

[補題 5] M/N 符号 Y において, 分割手順によって作成された Y^0 中の符号語集合のうち, 以下の A_k を持つ符号語集合のみが Y^1 に対して A_k 部分 0-CVR とならない.

- (1) $W_m=M-1$ を満足する A_m .
- (2) $W_m=M$ を満足する $Y^0[M]$ 中の符号語集合では A_m .
さらに, $M=3$ の場合 A_{m+2} , $M=4$ の場合 A_{m+1} , $M=5$ の場合 A_{m+3}, A_{m+4} .
- (3) $Y^0[2, 2]$ 中の符号語集合では,
 - ① $M=4$ の場合, $W_m=2, W_{m+1}=2$ を満足する A_m .
 - ② $M=5$ の場合, $W_m=2, W_{m+1}=1, W_{m+2}=2$ を満足する A_m . また, $|A_m| \geq 4, W_m=2, W_{m+1}=2$ を満足する A_m .
- (4) $Y^0[3]$ 中の符号語集合では,
 - ① $M=4$ の場合, $W_m=3, W_{m+1}=1$ を満足する A_{m+1} .
 - ② $M=5$ の場合, $W_m=3, W_{m+1}=1, W_{m+2}=1$ を満足する A_{m+2} . また, $|A_m| \geq 4, W_m=3, W_{m+1}=1, W_{m+2}=0$ を満足する A_{m+1} .
- (5) $Y^0[3, 2]$ 中の符号語集合では,
 - ① $W_m=3, W_{m+1}=0, W_{m+2}=2$ を満足する A_{m+1} .
 - ② $|A_m| \geq 4, W_m=3, W_{m+1}=2$ を満足する A_{m+3}, A_{m+4} .
 - ③ $|A_m|=4, W_m=3, |A_{m+4}|=3, W_{m+4}=2$ を満足する A_m .
- (6) $Y^0[4]$ 中の符号語集合では, $|A_m|=W_m=4, |A_{m+4}|=3, W_{m+4}=1$ を満足する A_{m+4} .

ただし, $m=1, 2, \dots, M$.

(証明) 補題 3 と同様に, Y^1 に対して A_k 部分 0-CVR である符号語集合 (対応する A_k) を求めると, その他の符号語集合が Y^1 に対して A_k 部分 0-CVR とならない. 補題 5 は, Y^1 に対して A_k 部分 0-CVR とならない符号語集合に関し, 対応する A_k を列挙したものである. ■

補題5で A_k 部分 0-CVR とならない A_k を持つ符号語集合中の符号語が, Y^1 に対して 0-CVR とならないのである. この符号語に対応する OR ゲート (図1(a)での G_2) への入力線 (A_k 部分 0-CVR とならない A_k 中の論理値0である論理変数) の0縮退故障のみが, 検出不能となる.

【例5】表1で下線を付した数値 (A_k) を持つ符号語集合が, Y^1 に対して A_k 部分 0-CVR とならない. この A_k 中の論理値0に, 表2では下線を付してある. ■

本論文では $2 \leq M \leq 5$ の M/N 符号を対象としているので, 補題4より3.1節の分割手順による Y^0 中のすべての符号語は Y^1 に対して 1-CVR となる. $M \geq 6$ の M/N 符号では本分割手順を用いると, Y^1 に対して 1-CVR とならない符号語が Y^0 中に存在する M と N の組合せが生じる. そのような符号に対しては, 補題1(2)より図1(a)での G_1 の AND ゲートへの対応する入力線の1縮退故障が検出不能となる. このため, 図1(b)にさらに AND ゲートを分割した AND-AND-OR, OR-OR-AND 構成としなければならない. 本論文では, 図1(b)の AND-OR, OR-OR-AND 構成で実現できる TSCC を組織的に構成するため, $2 \leq M \leq 5$ である M/N 符号を対象としているのである.

4. 共用形3段回路の構成

4.1 共用ゲートの設置

本節では, 3.3節で示した0縮退故障が検出不能な入力線を除去するため, 組織的に共用ゲートを設ける共用手順を示す. ここでは, $N = a \cdot M$, $N \neq a \cdot M$ (a は3以上の整数) の2つの場合に分けて示す. 3章では符号の2分割であるので符号語集合に着目したが, 共用ゲートは符号語に対して設ける必要があるので, 本節では符号語集合中の各符号語に着目する. 前提として, 補題1(3)②のように Y^0 中の符号語の論理値0に関し, Y^1 に対して 0-CVR でない0を#, その他の0を@で表してあるとする. これは補題5により組織的に行える. 表2で下線を付した論理値0が#, その他の0が@に各々対応する. なお, 論理値が“#または@”のどちらでもよいときは, 単に“0”と記述する. また, 入力線の論理変数がすべて同じ各々の共用ゲートは同一ゲートとする. さらに, 論理変数の論理値 (以降の記述において「の論理値」は省略する. すなわち, 論理変数が#や@であるように記述す

る.) が@である論理変数に関し, 同じ論理変数を同一符号語中で2回以上共用ゲートの入力線としない.

これは, 各符号語に対して入力線となった@である論理変数を記憶しておき, 2度入力線としないことで容易に対応可能である.

符号語の論理変数を特定するため, 次の $y\langle m \rangle_u$ を定義する. A_m 中の論理変数のうち, 先頭から教えて u 番目の論理変数を $y\langle m \rangle_u$ と表す. 例えば, 3/7 符号の符号語では, $A_1 = \{y_1, y_2, y_3\}$, $A_2 = \{y_4, y_5\}$, $A_3 = \{y_6, y_7\}$ であるから, $y\langle 1 \rangle_2$ は y_2 , $y\langle 2 \rangle_2$ は y_5 , $y\langle 3 \rangle_2$ は y_7 である.

$N = a \cdot M$ の場合, $|A_1| = |A_2| = \dots = |A_M| = a$ であるので, 以下のように共用ゲートを設ける.

【共用手順1】 $N = a \cdot M$ (a は3以上の整数) である M/N 符号 Y において,

- (1) $M=3$ で $Y^0[3]$ 中の $W_m=3$ を満足する符号語集合中の符号語に関し, $y\langle m \rangle_u$, $y\langle m+2 \rangle_u$ が#, $y\langle m+1 \rangle_u$ が@のとき, これらを入力線「とする共用ゲートを設ける」.(以降の記述において「とする共用ゲートを設ける」の記述は省略し, 「…を入力線。」までを記述する). さらに, $y\langle m \rangle_u$ が1, $y\langle m+1 \rangle_u$ が@, $y\langle m+2 \rangle_u$ が#のとき, $y\langle m+1 \rangle_u$, $y\langle m+2 \rangle_u$ を入力線.

例: 3/12 符号の (1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語 (下線を付した論理値0は表2と同じ意味) では, $y\langle 1 \rangle_4$, $y\langle 3 \rangle_4$ が#, $y\langle 2 \rangle_4$ が@であるから, $y_4 + y_8 + y_{12}$ の共用ゲートを設置. ここで, $y_4 + y_8 + y_{12}$ は y_4 と y_8 と y_{12} を入力線とする OR ゲートを表す. また, $y\langle 1 \rangle_u$ が1, $y\langle 2 \rangle_u$ が@, $y\langle 3 \rangle_u$ が#であるから ($u=1, 2, 3$), $y_5 + y_9$, $y_6 + y_{10}$, $y_7 + y_{11}$ の共用ゲートを設置.

- (2) $M=5$ で $Y^0[3, 2]$ 中の $W_m=3$, $W_{m+1}=2$ を満足する符号語集合 ($a \geq 4$ のとき存在) 中および $Y^0[5]$ 中の $W_m=5$ を満足する符号語集合中の符号語に関し,

① (a) $y\langle m+2 \rangle_u$, $y\langle m+3 \rangle_u$, $y\langle m+4 \rangle_u$ を入力線.

例: 5/20 符号の (1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語では, $y_9 + y_{13} + y_{17}$, $y_{10} + y_{14} + y_{18}$, $y_{11} + y_{15} + y_{19}$, $y_{12} + y_{16} + y_{20}$.

(b) 上記(a)の共用ゲートが存在する場合, $Y^0[2]$ 中の $W_m=2$, $W_{m+1}=0$, $W_{m+2}=1$, W_{m+3}

$=1$, $W_{m+4}=1$ を満足する符号語集合の中「から, (a) で存在する共用ゲートに対応する論理変数に関し, (a) での #, @ が各々 @, 0 である符号語を 1 個抽出する. この符号語に対して, 上記論理変数を入力線. (以降の記述で「から, …入力線」を省略し, 「上記(a) …の中.」までを記述する).

例: 上記(a)の共用ゲートに対しては, (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0) である符号語を抽出し, $y_{10}+y_{14}+y_{18}$, $y_{11}+y_{15}+y_{19}$, $y_{12}+y_{16}+y_{20}$. さらに, (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0) である符号語を抽出し, $y_9+y_{13}+y_{17}$.

②(a) $y\langle m \rangle_u$ が #, $y\langle m+1 \rangle_u$ が @ のとき, これらを入力線.

(b) 上記(a)の共用ゲートが存在する場合, $Y^0[2, 2]$ 中の $W_m=0$, $W_{m+1}=1$, $W_{m+2}=2$, $W_{m+3}=0$, $W_{m+4}=2$ を満足する符号語集合の中.

(3) 上記(1), (2)以外の符号語集合中の符号語に関し, $y\langle m \rangle_u$, $y\langle m+b \rangle_u$ のいずれか 1 つが # で残りの 1 つが @ のとき, これらを入力線.

例: 4/16 符号の (1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語では, $m=2$ のとき y_6+y_{10} , y_7+y_{11} , y_8+y_{12} , $m=4$ のとき $y_{16}+y_4$.

ただし, $M=2\sim 4$ のとき $b=1$, $M=5$ のとき $b=2$. $m=1, 2, \dots, M$. $u=1, 2, \dots, a$. ■

上記共用手順 1 において, (1), (2)の符号語集合を(3)と分けたのは, (1), (2)の符号語集合は A_a 部分 0-CVR でない A_a が同一符号語集合中に 2 個以上存在し, (3)の手順では共用ゲートを設けられないためである. また, (2)(b)において, 条件を満足する符号語は多く存在し, どの符号語を用いても良い. この符号語の特定は可能であるが, 煩雑となるだけで特定する利点は少ない. したがって, ここでは特定しないで記述した. これらは, 後述する共用手順 2 においても同様である.

共用手順 1 に関して以下の補題が成り立つ.

【補題 6】 $N=a \cdot M$ (a は 3 以上の整数) である M/N 符号 Y において, 構成手順, 分割手順, 共用手順 1 に従って共用ゲートを設けた共用形 3 段回路は ST である.

(証明) (3)の手順の場合, ある符号語集合の A_m

に # が存在すると, 分割手順および補題 5 より A_{m+b} (または A_{m-b}) の論理値はすべて @ となる. これは表 1 からも確認される. したがって, $y\langle m \rangle_u$, $y\langle m+b \rangle_u$ (または $y\langle m-b \rangle_u$) のいずれか 1 つが # で残りの 1 つが @ のとき, これらを入力線とする共用ゲートを設けることにより, (3)で対象としている符号語のすべての # に対して共用ゲートを設けられる. (1), (2)で設けた共用ゲートについても, 同様にすべての # に対して共用ゲートを設けられる. これらの共用ゲートでは, 同一共用ゲートを構成するいずれかの符号語でその論理値は @ となる. また, 前提で述べたように @ である論理変数に関し, 同じ論理変数を同一符号語中で 2 回以上使用していない. 以上より補題 1 (3)の設置条件を満足した共用ゲートが設けられる. さらに, 補題 4 より補題 1 (2)の条件が満足されるので, 共用形 3 段回路は ST となる. ■

$N \neq a \cdot M$ の場合, 各 A_m 中の論理変数の数は, 式 (1)から分かるように 2 種類となる. この論理変数の数を a , $a-1$ とし, $|A_m|=a$ としたとき, $y\langle m \rangle_u$ の扱いが共用手順 1 より複雑になる. 同一共用ゲートに $y\langle m \rangle_u$ と一緒に入力線となる $y\langle m \rangle_u$ を特定するため, 次の $u\langle m \rangle 1$ ($u\langle m \rangle 0$) を定義する. A_m 中の論理値 1(0)である論理変数のうち a を除いて最大の値を持つ u を $u\langle m \rangle 1$ ($u\langle m \rangle 0$) と表す. 例えば, 3/7 符号の (1, 0, 1, 0, 0, 1, 0) である符号語では, $u\langle 1 \rangle 1$ は 1, $u\langle 1 \rangle 0$ は 2 であり, $y\langle 1 \rangle_{u\langle 1 \rangle 1}$ は $y\langle 1 \rangle_1$ であるから y_1 , $y\langle 1 \rangle_{u\langle 1 \rangle 0}$ は $y\langle 1 \rangle_2$ であるから y_2 , $y\langle 2 \rangle_{u\langle 1 \rangle 1}$ は $y\langle 2 \rangle_1$ であるから y_4 , $y\langle 2 \rangle_{u\langle 1 \rangle 0}$ は $y\langle 2 \rangle_2$ であるから y_5 , $y\langle 3 \rangle_{u\langle 1 \rangle 1}$ は $y\langle 3 \rangle_1$ であるから y_6 , $y\langle 3 \rangle_{u\langle 1 \rangle 0}$ は $y\langle 3 \rangle_2$ であるから y_7 となる.

$N \neq a \cdot M$ の場合の共用手順は以下のようになる. 共用手順 2 において, (1)~(4)が $y\langle m \rangle_u$ に関する共用ゲート, (5)がその他の論理変数に関する共用ゲートである.

【共用手順 2】 $N \neq a \cdot M$ (a は 3 以上の整数) である M/N 符号 Y において, 以下のように共用ゲートを設ける. ただし, 各記号は, $M=2, 3$ のとき $b=1$. $M=4$ のとき $b=1$ または 3. $M=5$ のとき $b=2$ であるが, $b=2$ で $W_{m+b} \neq 0$ の場合 $b=3$. $m=1, 2, \dots, M$. $u\langle 1 \rangle 0, u\langle 1 \rangle 1, u\langle 2 \rangle 0, u\langle 3 \rangle 0, u\langle m \rangle 1=1, 2, \dots, a-1$. $u=1, 2, \dots, a$ である.

(1) 3/7 符号の符号語に関し,

① $y\langle 1 \rangle_3$ (y_3) が #, $y\langle 3 \rangle_{u\langle 3 \rangle 0}$ (y_6 または y_7) が @ のとき, これらを入力線.

② $y\langle 1 \rangle_a$, $y\langle 3 \rangle_{u\langle 1 \rangle}$ (y_6 または y_7) が @ のとき、これらを入力線.

(2) $M=3$ ($N \geq 8$) で $Y^0[3]$ 中の $W_m=3$ を満足する符号語集中の符号語に関し,

① $N \leq 11$ のとき,

(a) 表 3 のように共用ゲートを設ける. 表 3 中符号語の右側に [] で示した数値が共用ゲートの入力線の論理変数であり, y_n の y は省略している.

(b) 上記 (a) の共用ゲートが存在する場合, $Y^0[2]$ 中の符号語集合の中.

② $N \geq 13$ のときは表 3 とほぼ同じであり, 以下のようにする. $|A_2|=a$ のとき ($|A_2|=a-1$ のときは, $y\langle 2 \rangle_a$ は存在しないので, 入力線から除く),

(a) $W_1=3$ の場合, $y\langle 1 \rangle_a$, $y\langle 1 \rangle_{u\langle 1 \rangle}$ が #, $y\langle 2 \rangle_a$ が @ のとき, $y\langle 1 \rangle_a$, $y\langle 1 \rangle_{u\langle 1 \rangle}$, $y\langle 2 \rangle_a$, $y\langle 2 \rangle_{u\langle 1 \rangle}$, $y\langle 3 \rangle_{u\langle 1 \rangle}$ を入力線.

例: 3/14 符号の (1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語は, $y\langle 1 \rangle_5$, $y\langle 1 \rangle_4$ が #, $y\langle 2 \rangle_5$ が @ であるから, $y_5+y_4+y_{10}+y_9+y_{14}$.

(b) $W_2=3$ の場合, $y\langle 2 \rangle_{u\langle 2 \rangle}$ が #, $y\langle 2 \rangle_a$ が # (または 1) のとき, $y\langle 1 \rangle_a$, $y\langle 1 \rangle_{u\langle 2 \rangle}$, $y\langle 2 \rangle_a$ (または除く), $y\langle 2 \rangle_{u\langle 2 \rangle}$, $y\langle 3 \rangle_{u\langle 2 \rangle}$ を入力線, さらに, $y\langle 2 \rangle_a$ が 1 のときの共用ゲートが存在する場合, $Y^0[2]$ 中の符号語集合の中.

例: 3/14 符号の (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語は, $y_5+y_4+y_{10}+y_9+y_{14}$.

(c) $W_3=3$ の場合, $y\langle 3 \rangle_{u\langle 3 \rangle}$ が #, $y\langle 2 \rangle_a$ が # のとき, $y\langle 1 \rangle_a$, $y\langle 1 \rangle_{u\langle 3 \rangle}$, $y\langle 2 \rangle_a$, $y\langle 2 \rangle_{u\langle 3 \rangle}$, $y\langle 3 \rangle_{u\langle 3 \rangle}$ を入力線.

例: 3/14 符号の (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0) である符号語は, $y_5+y_4+y_{10}+y_9+y_{14}$.

(3) $M=5$ で $Y^0[3, 2]$ 中の $W_m=3$, $W_{m+1}=2$ を満足する符号語集中および $Y^0[5]$ 中の $W_m=5$ を満足する符号語集中の符号語に関し,

① (a) $y\langle m+2 \rangle_a$, $y\langle m+2 \rangle_{a-1}$, $y\langle m+3 \rangle_a$, $y\langle m+3 \rangle_{a-1}$, $y\langle m+4 \rangle_a$, $y\langle m+4 \rangle_{a-1}$ を入力線.

表 3 共用ゲートの設置 (3/8, 10, 11 符号)
Table 3 Design of shared gates (3/8, 10, 11 codes).

3/8			3/11		
A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
$y_1y_2y_3$	$y_4y_5y_6$	y_7y_8	$y_1y_2y_3y_4$	$y_5y_6y_7y_8$	$y_9y_{10}y_{11}$
(0, 0, 0)	(1, 1, 1)	(0, 0)	(1, 1, 1, 0)	(0, 0, 0, 0)	(0, 0, 0)
		[2+3+8]			[4+8]
		3/10			[3+4+8+11]
					[3+4+7+11]
					[2+4+6+10]
					[1+4+5+9]
					[4+8]
$y_1y_2y_3$	$y_4y_5y_6y_7$	$y_8y_9y_{10}$			
(1, 1, 1)	(0, 0, 0, 0)	(0, 0, 0)			
(0, 0, 0)	(0, 1, 1, 1)	(0, 0, 0)			
		[3+4+10]			

ただし, $y\langle m+2 \rangle_a$ または $y\langle m+3 \rangle_a$ または $y\langle m+4 \rangle_a$ が存在しないとき, 存在しない論理変数は入力線としない.

例: 5/19 符号の (1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語は, $y\langle 5 \rangle_4$ が存在しなく, $y_{12}+y_{11}+y_{16}+y_{15}+y_{19}$.

(b) 上記 (a) の共用ゲートが存在する場合, $Y^0[2]$ 中の $W_m=2$, $W_{m+1}=0$, $W_{m+2}=1$, $W_{m+3}=1$, $W_{m+4}=1$ を満足する符号語集合の中.

② (a) $|A_m|=a$, $|A_{m+1}|=a-1$ で, $y\langle m \rangle_a$ が #, $y\langle m+1 \rangle_{u\langle m \rangle}$ が @ のとき, これらを入力線.

(b) 上記 (a) の共用ゲートが存在する場合, $Y^0[2, 2]$ 中の $W_m=0$, $W_{m+1}=1$, $W_{m+2}=2$, $W_{m+3}=0$, $W_{m+4}=2$ を満足する符号語集合の中.

(4) 上記 (1)~(3) 以外の符号および符号語集中の符号語に関し, $|A_m|=a$, $|A_{m+1}|=a-1$ のとき,

① $W_m=0$ の場合,

(a) $y\langle m \rangle_a$, $y\langle m \rangle_{a-1}$ が #, $y\langle m+b \rangle_{a-1}$ が @ のとき, これらを入力線.

例: 4/18 符号で (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) である符号語は, $m=2$ のとき $b=1$ で $y_{10}+y_9+y_{14}$.

(b) 上記 (a) の共用ゲートが存在する場合, Y^0 中の符号語集合の中.

② $W_m \neq 0$ で $W_{m+1}=0$ の場合,

(a) $y\langle m \rangle_a$ が #, $y\langle m+b \rangle_{u\langle m \rangle}$ が @ のとき, これらを入力線.

例: 上記 ① (a) の符号語は, $m=1$ のとき $b=3$ で y_5+y_{18} .

(b) 上記 (a) の共用ゲートが存在する場合, Y^0 中の符号語集合の中.

(5) 共用手順 1 により共用ゲートを設ける. ただし, 3/7 符号では A_1 と A_3 の間での共用ゲート

は不必要であるので設けない。また、共用手順 1 (1) ((3)) で設けた共用ゲートにおいて、 $N = a \cdot M$ でないで、 $y \langle m \rangle_a$ または $y \langle m+1 \rangle_a$ または $y \langle m+2 \rangle_a$ ($y \langle m \rangle_a$ または $y \langle m+b \rangle_a$) が @ となる符号語が存在しない場合がある。この場合、@ とならない論理変数が @ であり、共用ゲートにおける他の論理変数が 0 である符号語を Y^0 中から 1 個抽出する。この符号語に対して、上記論理変数を入力線。

【例 6】 表 2 に 2/7 符号, 3/7 符号における共用ゲートを示す。共用ゲートの表し方は表 3 と同様である。

上記共用手順 2 において、3/7 符号を別扱いとしたのは、(4)②のように $y \langle 1 \rangle_3 (y_3), y \langle 2 \rangle_2 (y_5)$ を入力線とする共用ゲートを設けると、(5)で $y \langle 1 \rangle_2 (y_2), y \langle 2 \rangle_2 (y_5)$ が @ である共用ゲート (これは必須である) を設けられなくなるからである。(1)のように共用ゲートを設ければ、必要なすべての共用ゲートを設けることが可能となる。また、このような工夫を施しても、2/5 符号のみが共用ゲートを設けることは不可能である。したがって、本論文では 2/5 符号を除いた M/N 符号を対象としている。

共用手順 2 に関して以下の補題が成り立つ。補題 7 は補題 6 と同様な方法により証明されるが、複雑となるのでここでは証明を省略する。

【補題 7】 $N \neq aM$ (a は 3 以上の整数) である M/N 符号 Y において、構成手順、分割手順、共用手順 2 に従って共用ゲートを設けた共用形 3 段回路は ST である。

定理 1 より CD, 補題 6, 7 より ST が各々保証され、以下の定理が成り立つ。

【定理 2】 M/N 符号 Y において、構成手順、分割手順、共用手順 1 または 2 に従って構成した共用形 3 段回路は TSCC である。(証明略)

【例 7】 3/7 符号での共用形 3 段回路による TSCC を図 3 に示す。 G_0 が表 2 での共用ゲート群である。図 3 では y_a の y は省略してある。

4.2 TSCC のゲート数

本節では、本構成法によるゲート数を考察し、従来の組織的な構成法と比較する。本構成法によるゲート数は以下ようになる。

$$2 \cdot (Y^0 \text{ 中の全符号語数}) + \text{共用ゲート数} + 2 \quad (2)$$

したがって、 Y^0 中の符号語数、共用ゲート数を考察

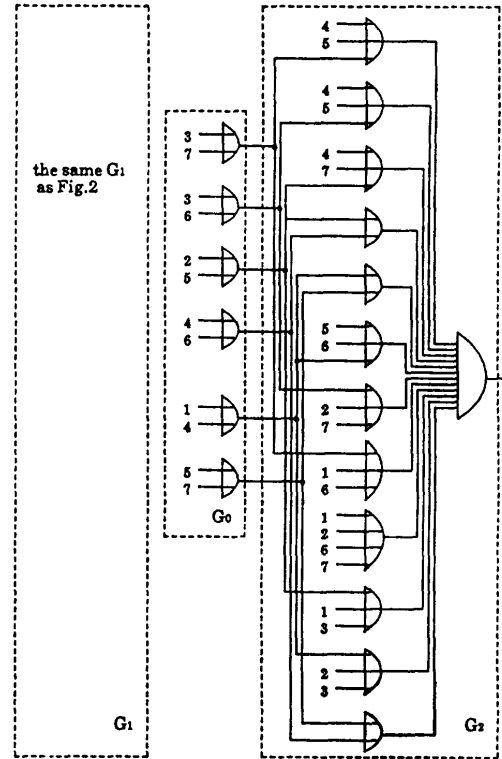


図 3 3/7 符号の TSCC
Fig. 3 TSCC for 3/7 code.

することになる。

まず、 $N = a \cdot M$ の場合の Y^0 中の符号語数を考察する。 Y^0 中における $Y^0[2]$ の符号語数は、

$$M \cdot {}_a C_2 \cdot ({}_a C_1)^{M-2} \quad (3)$$

ただし、 ${}_a C_x = a! / \{x! \cdot (a-x)!\}$ 。 $Y^0[2, 2]$ の符号語数は、

$$f \cdot ({}_a C_2)^2 \cdot ({}_a C_1)^{M-4} \quad (4)$$

ただし、 $M=4$ では $f=6$, $M=5$ では $f=20$ 。 $Y^0[3]$ の符号語数は、

$$f \cdot M \cdot {}_a C_3 \cdot ({}_a C_1)^{M-3} \quad (5)$$

ただし、 $M=3, 4$ では $f=1$, $M=5$ では $f=3$ 。 $Y^0[3, 2]$ の符号語数は、

$$10 \cdot {}_a C_3 \cdot {}_a C_2 \quad (6)$$

$Y^0[4]$ の符号語数は、

$$f \cdot M \cdot {}_a C_4 \cdot ({}_a C_1)^{M-2} \quad (7)$$

ただし、 $M=4$ では $f=1$, $M=5$ では $f=2$ 。 $Y^0[5]$ の符号語数は、

$$5 \cdot {}_a C_5 \quad (8)$$

共用ゲート数は、 $M=2$ では a 、 $M=3 \sim 5$ では $a \cdot M$ であるが、 $M=3$ で $a \geq 4$ のときは a が加算される。また、 $M=5$ で $a \geq 4$ のときは $5a$, $a \geq 6$ のときは

表4 ゲート数比較
Table 4 Comparison of number of gates.

(a) $N=a \cdot M$				
M/N	2/6	3/9	4/16	5/25
本構成法	17	71	1,354	42,562
従来法	20	92	1,830	53,146
(b) $N \neq a \cdot M$				
M/N	2/7	3/14	4/22	5/32
本構成法	25	318	5,593	165,139
従来法	28	373	7,328	201,394

さらに $5a$ が加算される。

$a=M$ ($M=2$ のときは $a=3$) の M/N 符号の具体的なゲート数を従来法³⁾と比較して表4(a)に示す。本構成法の方がゲート数は少ないことが分かる。

$N \neq a \cdot M$ の場合、ゲート数の一般的な定量化は複雑となり難しくなる。ここでは、最も多く共用ゲートが必要と想定される $|A_1|=|A_2|=a$, $|A_3|=\dots=|A_M|=a-1$ の場合について、従来法³⁾とのゲート数の比較を表4(b)に示す。(a)と同様に本構成法の方がゲート数は少ない。

共用手順2において、(1)~(4)で設けた共用ゲートは、(5)のそれより少ない。したがって、全体の共用ゲート数は、(5)で設けた共用ゲート数 ($N=a \cdot M$ の共用ゲート数に相当) の2倍以下であり、全体の符号語数に比べて非常に少ない。また、 $Y^1[1]$, $Y^0[M]$ 以外の符号語数は、 Y^0 , Y^1 でほぼ同程度である。

$Y^1[1]$ の符号語数 $>$ $Y^0[M]$ の符号語数 (9) であるから、 Y^0 中の全符号語数は Y 中の全符号語数の半分未満になる。以上より、 Y 中の全符号語に対応した AND ゲート (および共用ゲート) が必要な従来法³⁾と比較し、 Y^0 中の全符号語に対応した AND ゲート、OR ゲート (および共用ゲート) で済む本構成法の方が、所要ゲート数は少ないと推察される。

5. おわりに

本論文では、 $2 \leq M \leq 5$, $2M < N$ の M/N 符号 ($2/5$ 符号を除く) を対象として、符号を組織的に直和2分割する方法、共用ゲートを組織的に設置する方法を示し、3段ゲート構成 TSCC の組織的な構成法を提案した。本構成法により3段 AND-OR, OR-OR-AND 構成で TSCC を実現できる。 $N-5 \leq M \leq N-2$, $2M > N$ の M/N 符号 ($3/5$ 符号を除く) に対しては、論理関数の双対性から3段 OR-AND, AND-AND-OR 構成で実現できる。また、TSCC のゲート数を考察し、

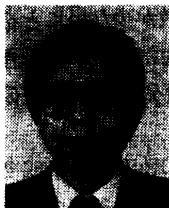
従来の組織的な構成法よりもゲート数が少ないことを推察した。これらの結果から、上記範囲の M/N 符号に対して、ゲート数がより少ない3段ゲート TSCC の構成が組織的に可能となった。

本論文では、3段 AND-OR, OR-OR-AND 構成で TSCC を実現できる方法を求めた。3.3節で述べたように $M \geq 6$ の M/N 符号に対しては、本論文による構成法を拡張すると、3段 AND-AND-OR, OR-OR-AND 構成となる可能性がある。 $M \geq 6$ の M/N 符号に対する組織的な構成法は今後の課題である。

謝辞 本研究を進めるうえで御指導を頂いた NTT データ通信(株)田中開発本部長、荒川第二技術部長に深謝いたします。

参考文献

- Anderson, D. A. and Metzger, G.: Design of Totally Self-checking Check Circuits for m -out-of- n Codes, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-22, No. 3, pp. 263-268 (1973).
- Reddy, S. M.: A Note on Self-checking Checkers, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-23, No. 10, pp. 1100-1102 (1974).
- 南谷 崇, 当麻喜弘: 3段実現による m -out-of- n 符号の自己検査性検査回路, 情報処理学会論文誌, Vol. 24, No. 4, pp. 453-461 (1983).
- 内田雅敏, 南谷 崇: m -out-of- n 符号用セルフチェックング検査回路の一構成法, 信学技報, FTS 87-18 (1987).
- Marouf, M. A. and Friedman, A. D.: Efficient Design of Self-checking Checker for Any m -out-of- n Code, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-27, No. 6, pp. 482-490 (1978).
- 伊藤秀男, 中道松郎: Berger 符号と m -out-of- n 符号のセルフチェックング検査回路の一構成法, 信学論 (D), Vol. J 63-D, No. 4, pp. 326-333 (1980).
- Piestrak, S.: Design Method of Totally Self-checking Checkers for m -out-of- n Codes, *Proc. Int. Symp. Fault-Tolerant Computing*, pp. 162-168 (1983).
- Paschalis, A. M., Nikolos, D. and Halatsis, C.: Efficient Modular Design of TSC Checkers for M -out-of- $2M$ Codes, *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-37, No. 3, pp. 301-309 (1988).
- 井沢伸芳: 非順序符号に対する自己検査性検査回路のゲートを削減した構成法, 信学論 (D), Vol. J 67-D, No. 12, pp. 1395-1402 (1984).
- 井沢伸芳: M -out-of- $2M$ 符号に対する自己検査性検査回路の2段ゲート構成法, 信学論 (D-I), Vol. J 72-D-I, No. 4, pp. 284-292 (1989).
(平成元年3月16日受付)
(平成元年9月12日採録)

**井沢 伸芳 (正会員)**

昭和 27 年生. 昭和 50 年群馬大学
工学部電気工学科卒業. 昭和 52 年
同大学院電子工学専攻修士課程修
了. 同年日本電信電話公社(現 NTT)
入社, 電気通信研究所配属. 昭和 63
年 NTT データ通信(株)に転出. 現在, 同社開発本部
主任技師. 工学博士. この間, フォールトトレラント
技術の研究, 大容量記憶システムの研究実用化, 光デ
ィスク記憶システムの研究実用化, イメージ処理シス
テムの研究実用化に従事. 電子情報通信学会会員.
