

ワイヤフレームからソリッドへの一変換手法†

桃井 貞美†† 福井 幸男†††

形状モデリングにおけるワイヤフレームモデルは、三次元物体としての情報量が不足しているという理由から、三次元グラフィックのためのモデラとしては利用が制限されてきたが、形状を組み立てていく過程での柔軟性や計算機への負荷が少なく小規模なシステムへも適用可能であるなどの長所を持っている。ワイヤフレームモデルからソリッドモデルへの変換が自動的に行えれば、ワイヤフレームの操作性のよさを生かした三次元モデリングが小規模なシステムでも可能となる。本論文では物体の形状を頂点座標と稜線の接続情報だけで記述したワイヤフレームモデルのデータを B-reps (Boundary Representation) 形式のソリッドモデルへ変換する手法について述べる。本手法は、稜線からループを探索し、そのループからメビウスの法則を満たす面の組合せを探索することによりソリッドモデルへ変換することを特徴とする。穴の開いた面は多角形に分割するなど簡単な制限を設けることにより、穴の開いた形状や曖昧な形状を含め直線で記述された様々な形状のワイヤフレームから、自動的にソリッドを生成することができた。本手法は変換処理の過程で、補助稜線の追加や物体形状の細分割といった内部データ構造を複雑化するような処理を必要としないので、メモリー上の作業領域は少なくすむ。そのため今回、ワイヤフレームを作成しソリッドへ変換するまでの作業をすべてパソコン上で実現することができた。

1. はじめに

コンピュータグラフィックスや三次元 CAD におけるモデリングは、形状を決定するための重要な作業である。ユーザが一つのイメージを具現化し、ある一つの形状データを起こすまで、特にその初期段階では、試行錯誤が繰り返される。そのため、より効率的で操作性のよいモデラが求められている。三次元物体の幾何形状を表現するためのモデルは、大きく分けてワイヤフレームモデル、サーフェスモデルおよびソリッドモデルの三つに分類することができる¹⁾。ワイヤフレームモデルは、サーフェスモデルおよびソリッドモデルに比較して形状を組み立てていく過程での柔軟性に優れており、また内部のデータ量が少なく計算機への負荷が比較的に軽いので、パソコンレベルまで適用範囲が広がっている。しかし、その柔軟性の裏返しとして、面情報が欠落していたり、三次元的に不合理な構造や曖昧な構造を容認するといった欠点を持っている。一方、ソリッドモデルは、物体の内部と外部の境界を一意的に決定するのに十分な情報を持ち、デザインシミュレーションやエンジニアリングシミュレーションなどの高度な応用が可能である。ワイヤフレームモデルとソリッドモデルの相互変換が可能となれば、

ワイヤフレームモデルの優れた操作性のもとでソリッドモデルが作成できるようになり、モデリング方法の選択の幅が広がるばかりでなく、簡易なシステムでも三次元ソリッドのモデリングが可能となると考えられる。ソリッドモデルは、ワイヤフレームモデルよりも多くの情報を持っているので、ワイヤフレームモデルとソリッドモデルの相互変換問題は、ワイヤフレームモデルからソリッドモデルへの変換をどのように行うかという問題に帰結する。

これまでこの分野においては、直線的な稜線からなるすべての物体に適用可能なアルゴリズムが報告されているが²⁾、処理段階において補助稜線を追加したり、物体を細分割して多数の部品化し、それぞれソリッドモデルデータとして蓄えるなど、内部データ構造が複雑であるため小規模なシステムには負荷が大きすぎる。また、グラフ理論やトポロジー的手法を用いて、曲面にも適用可能な方法がいくつか報告されているが³⁾⁻⁵⁾、いずれも穴の開いた形状や曖昧な形状には適用できない。穴の開いた形状や曖昧な形状にも適用でき、かつ、パソコンレベルで実現可能なアルゴリズムはこれまで報告されていない。

本論文では、穴の開いた形状や曖昧な形状も含め、直線からなる様々な形状のワイヤフレームモデルを、同一平面上の稜線のループ（以下ループという）からなる面の候補（以下面候補という）の組合せを探索するという方法により、ソリッドモデルに変換する一手法について報告する。面候補の中には、物体の断面や穴に相当するものも含まれるが、ウィングドエッジ構

† A Conversion Algorithm from Wireframe Models to Solid Models by SADAYOSHI MOMOI (Nagano Prefectural Research Institute for Information Technology) and YUKIO FURUI (Industrial Products Research Institute).

†† 長野県情報技術試験場

††† 工業技術院製品科学研究所

造が成立し、かつ、面と面の交差が生じないように面候補を組み合わせることによって、これらの誤った面候補が含まれない正しい形状だけをソリッドとして取り出すものである。この方法は、処理過程における内部データ構造が簡潔であるため小規模なシステムへも適用可能であるという特徴を持つ。以下、基本的な概念、入力データの条件、アルゴリズムの概要について述べた後、具体的な変換例を示し考察を行う。

2. 幾何形状モデル

2.1 ソリッドモデル

一般的に使用されているソリッドモデルは、B-repsとCSG (Constructive Solid Geometry) の二つに大別されるが¹⁾、ここではワイヤフレームとの相似性が高いB-repsを採用する。取り扱う形状は、曲面が含まれないものとする。データは、接続関係が明瞭なウィングドエッジデータ構造により記述する。頂点や稜線で接したような形状が含まれる場合は、その接触部分が位相的に独立でなければならない。また、穴の開いた面は多角形に分割して記述することにする。このような前提条件のもとで、ソリッドモデルを構成する要素としての面は、多角形で表裏のある薄く堅い板として捉えることができる。そして、ソリッドは、様々な形状の板を、稜線と稜線が必ずつながるように組み合わせで作った閉じた空間であると考えることができる。

2.2 ワイヤフレームモデル

ワイヤフレームモデルは、頂点の座標値と稜線に関する位相データで構成される。ワイヤフレームモデルには、面情報が欠落しているため、曖昧性や誤った立体形状を容認するといった問題点を持っている。誤った形状とは、ソリッドで表現できない浮遊稜や孤立頂点などや物体内部を貫く稜線あるいは自己干渉を起こす形状などである。ワイヤフレームが、これらの誤った形状を含んでいては、ソリッドへの変換は困難である。また、ソリッドについての定義事項にそぐわないものも好ましくない。

ワイヤフレームは、次のような条件を満足するものでなければならない。

① 各稜線が接する面は二つに限定

ウィングドエッジデータ構造を採用しているので、各稜線が接する実際の面は二つでなければならない。頂点や稜線上で二つの物体が接したような形状を禁止するものではないが、このような形状を表現するとき

は、同一座標上に二組の頂点と、頂点を結ぶ稜線を定義することにより位相的に分離されていなければならない。

② 穴の開いた面は多角形分割で記述

取り扱う物体の形状は、多角形の面で構成されているものとする。したがって穴の開いた面は多角形に分割して記述されていなければならない。また、物体内部に空洞を持たないものとする。

③ 体積を持たない形状は禁止

ここでは三次元的に体積を持つ物体のソリッドを生成することを目的としているので、孤立した頂点、稜線および面などの体積を持たない形状は事前に取り除かれていなければならない。

④ 位相的な整合性と自己非干渉性

物体内部を貫くような稜線、稜線の交差、始点と終点が同一頂点である稜線など位相的に不合理なデータは含まれてはならない。

3. 変換アルゴリズム

本手法では、まず、ワイヤフレームの稜線によって構成される多角形の面をすべて探し出す。次に、各稜線について面が二枚となるような組合せを探す。最後に、面と面が交差してしまうような組合せを取り除くことにより、正しい形状となる面の組合せだけをソリッドとして取り出す。この方法は、正しいと思われるすべての形状を探索することができるので、複数の形状が考えられるワイヤフレームでも変換できる。また、計算機の内部に用意するのは、ソリッドを表現するのに必要なデータの他に、面の組合せに関するデータなど簡単なテーブルだけでよい。

ワイヤフレームからソリッドを生成するまでの処理の流れを図1に示す。処理は大きく分けて、ループの探索、面候補の抽出、面候補の組合せの探索、面の表裏の決定およびソリッド候補の評価の五つの過程からなる。これは、単一の物体のワイヤフレームをソリッドに変換するときの処理の流れを示したものであるが、複数の物体のデータが混在する場合にも、最初に頂点と稜線を物体ごとに分離し、順次同様の処理を行い、変換することが可能である。以下、それぞれの過程について述べる。

3.1 ループの探索

最初に行う処理は、同一平面上でエッジが構成するループの探索である。ある頂点を出発点としてその頂点から出ている稜線を一本取り出す。さらにその稜線

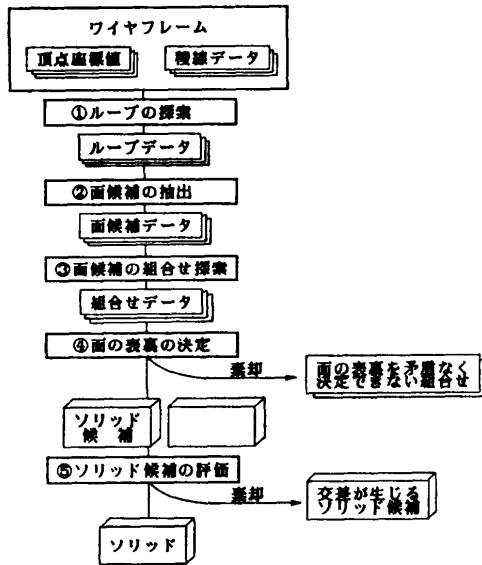


図1 処理の流れ
Fig. 1 Processing flow.

の先に接続する稜線を一本取り出す。次にこの二本の稜線が決定する平面を求める。最初の二本の稜線が直線上に並ぶ場合は、さらに先の稜線を探索して平面を決定する。この平面上に沿って稜線を探索していく。そして、稜線が最初の頂点に戻ってきたところで一連の稜線を一つのループとして記憶する。探索の過程で、出発点以外の頂点を二回通るような経路は棄却する。また、出発点の頂点が異なるだけで実際には同一の稜線で構成されているループは一つにまとめる。図2にループの探索例を示す。この時点で出力されるループは単なる稜線の連なりであって、ループ2のように実際の面でない架空の面に相当するものや、ループ4~6のように同一平面上の複数のループを包含するようなループも含まれている。

3.2 面候補の抽出

探索したループについて、図2のループ4~6のように同一平面上の複数のループを包含するようなループを取り除き、残りのループを面候補とする。複数のループを包含するループの検出は、各ループどうしの包含関係を調べることにより行う。表1に示すような包含関係を記した一覧表を作成し、他のループを包含しているものを棄却し、他のループをまったく包含していないループを面候補とする。この段階では、まだ、面候補の中にループ2のような架空の面に相当するものが含まれている。

3.3 面候補の組合せの探索

この段階では、3.2節で求めた面候補群の中から各

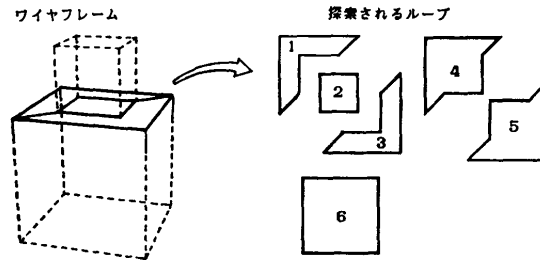


図2 ループの探索例
Fig. 2 Searching example for planar loops.

表1 面候補抽出のための包含関係一覧表 (■は、ループAがループBを包含していることを表す.)

Table 1 Inclusion table for finding basic loops. (■ represents that loop A contains loop B.)

ループA \ ループB	1	2	3	4	5	6	面候補判定
1	—						○
2		—					○
3			—				○
4	■	■		—			×
5		■	■		—		×
6	■	■	■	■	■	—	×

稜線に接する面候補が二つとなるような組合せを探索する。ある稜線において、採用が確定している面候補の数が M 、不採用が確定している面候補の数が N 、まだ採用か不採用かが決定していない面候補の数が L であるとき、その稜線が構成する面候補の総数 F は、次の式で表すことができる。

$$F = L + M + N \quad (1)$$

また、一本の稜線について接する面は必ず二つであるので、次式が成り立つ。

$$M \leq 2 \quad (2)$$

$$N \leq F - 2 \quad (3)$$

(1)~(3)式から、次の条件式が求められる。

$$F = 2 \text{ ならば未定の } L \text{ 個はすべて採用} \quad (4)$$

$$M = 2 \text{ ならば未定の } L \text{ 個はすべて不採用} \quad (5)$$

$$L + M = 2 \text{ ならば未定の } L \text{ 個はすべて採用} \quad (6)$$

面候補の組合せの探索は、まず表2に示すような稜線と面候補の対応関係を表す一覧表を作成しておく。そして一覧表の先頭から順に(4)~(6)式の条件に当てはまるかどうかを調べていき、当てはまるものがあれば順次確定してゆく。一覧表の最初から最後まで調べた結果、新たに一つでも確定できた場合は、再び一覧表の先頭に戻り同様の操作を繰り返す。この操作によ

表 2 面候補の組合せ探索のための稜線/面候補テーブル (正八面体)
Table 2 Edge/Basic-loops for finding consistent combination of loops (regular octahedron).

稜線	面候補		
1	1	2	3
2	1	7	8
3	1	10	11
4	1	4	5
5	2	4	6
6	2	7	9
7	6	7	10
8	4	9	10
9	3	5	6
10	3	8	9
11	6	8	11
12	5	9	11

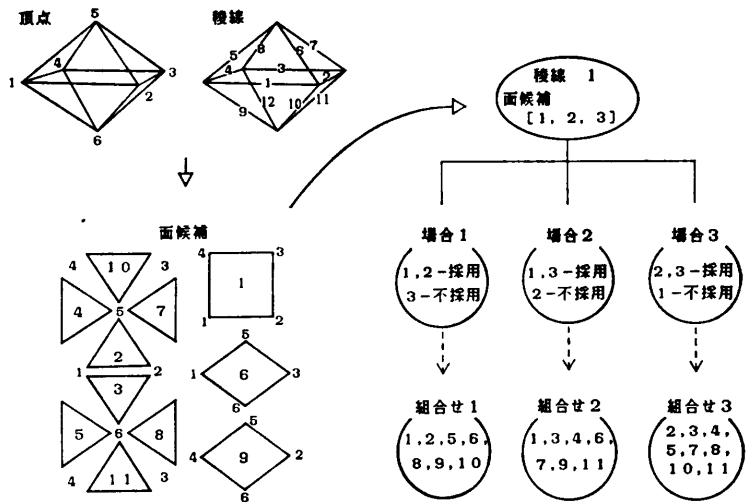


図 3 面候補の組合せ探索例 (正八面体)
Fig. 3 Finding example of consistent combination of loops.

ってすべての面候補の採用, 不採用が確定できたら, その組合せを形状候補とする. すべてを確定できない場合は, まだ未確定な面候補が残っている稜線を任意に一本ピックアップする. そして, この稜線に接続する三つ以上の面候補の中から二つを採用する組合せを考え, それぞれについて順次仮定を行って, 再び(4)~(6)式による面の確定を進めていく. 探索の途中で矛盾が生じた場合にはその仮定を棄却し, 次の仮定を行って探索を進める. それでもすべての面が確定しないときは, 再び未確定な稜線について仮定を行い, 探索を進めるという操作を繰り返す. このようにしてあらゆる探索経路をくまなく調べ, 考えられる組合せをすべて取り出す.

図 3 に正八面体の例を示す. 正八面体では表 2 に示すように各稜線に三つの面候補ができ, このままでは面を確定できない. そこで, まだ確定していない稜線 1 をピックアップする. 稜線 1 には面候補 1, 2, 3 が接しており, このうち二つを採用する組合せは, 場合 1 から場合 3 までの三通り考えられる. ここで, 場合 1 が真であると仮定すれば, 面候補 3 は不採用となり, 表 2 の稜線/面候補テーブルから稜線 9, 10 に接する面候補 5, 6, 8, 9 の採用が決定する. すると稜線 2, 4, 11 からそれぞれ面候補 7, 4, 11 の不採用が決定する. さらに稜線 3 から面候補 10 の採用が決定し, 組合せ 1 が確定する. 同様に場合 2, 場合 3 についてもそれぞれ組合せ 2, 組合せ 3 が確定する. 最初の仮定を稜線 1 以外に行っても, 同じ結果が得られる.

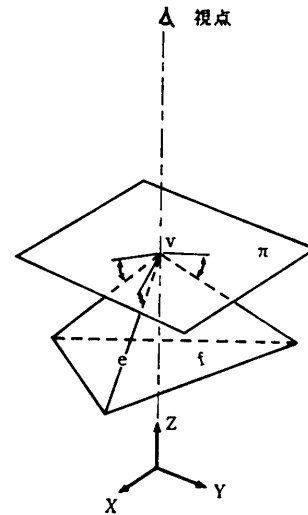


図 4 面の向きの設定方法
Fig. 4 Distinction of inside from outside.

対称性が低い形状の場合は, 架空の面が少なく, この時点で一つの組合せに絞られるが, 対称性の高い形状や曖昧な形状は, 複数の組合せが候補として残る. 面候補の組合せの探索が終了した段階では, それぞれの面候補は表裏が決定していないので, 物体の形状を表現するにはまだ不十分である. 次の処理過程において面の表裏を決定する.

3.4 面の表裏の決定

この段階では物体の外部から見たときに面の表側が見えるように, それぞれの面の表裏を決定する. 一つの物体においては, すべての面が互いの稜線を接してつながっているため, 物体上の一つの面の表裏が決

定できれば、他の面も接している稜線上のループの向きだけを調べれば連鎖的に面の表裏を決定できる。つまり、隣合う面ではその接している稜線上でのループの向きが反対向きとなることを利用して決定してゆく。図4に、最初の一つの面の表裏を決定するための手順を示す。まず、Z軸方向に無限遠の点に視点を置く。そして視点到最も近い頂点を求め、その頂点をVとする。頂点Vを通り視点から頂点Vへ向かう視線ベクトルに垂直な平面 π を求める。頂点Vから出ている稜線のうち、平面 π との角度が最小の稜線eを求める。この稜線eの頂点付近は、視点から必ず見えるはずである。稜線eが接する二つの面のうち、平面 π との角度が小さい方の面Fは、少なくとも頂点V付近が、必ず視点から見えるはずである。よって、その面Fの法線ベクトルと視線ベクトルの内積が負になるように表を決定すればよい。

面候補の組合せのうち、一部のものは連鎖的にループの向きを決定していく過程でメビウスの帯のように面の表と裏が連続になってしまうような不都合が生じる。図3の組合せ1, 2がその例である。このような不都合が生じた場合には、その組合せは棄却する。面の表裏を不都合なく決定できた組合せは、ソリッド候補として、最終的な形状のチェックを次の過程で行う。

3.5 ソリッド候補の評価

ソリッド候補は、その形状が面どうしの三次元的な干渉を生じない正しいものかどうかをチェックする必要がある。三次元的な干渉を生じる交差は図5に示すような三種類に分類できる。

(A)は、面の内部を他の面の稜線が貫いているものである。A型の検査は、まず頂点 V_1 および V_2 から面Fを含む平面に垂直に下ろした方向に向かうベクトル v_1, v_2 を求める。 $v_1 \cdot v_2 < 0$ であればさらに稜線(V_1V_2)と平面との交点Pを求める。そしてPが面Fの内部にあれば交差が存在する。

(B)は、面 F_1 を別の面 F_2 のループが頂点 V_2 を F_1 上に置いて貫いているもので、 F_1 と F_2 の一部が交差している。B型の検査は、まず面 F_1 と F_2 の法線ベクトル f_1, f_2 の外積を求める。 $f_1 \times f_2 \neq 0$ ならば F_2 の各頂点が F_1 を含む平面上にあるかどうか調べる。平面上に頂点が存在した場合には、その頂点 V_2 が F_1 の内部にあるかどうか調べる。内部にあったな

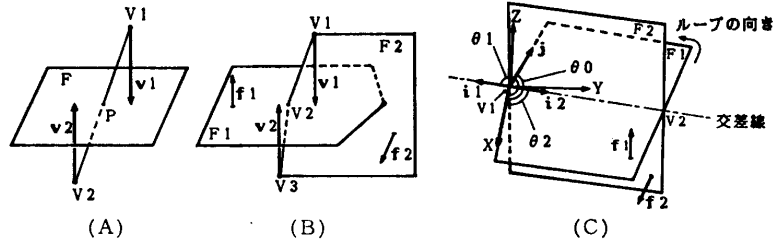


図5 ソリッド候補における面の交差
Fig. 5 Intersection types of faces of possible solids.

らば V_2 の両側の頂点 V_1, V_3 から平面に下ろした垂線方向のベクトル v_1, v_2 を求める。 $v_1 \cdot v_2 < 0$ ならばB型の交差が存在する。

(C)は面 F_1 と面 F_2 が頂点 V_1 と V_2 を共有して交差しているものである。C型の検査は二つの面 F_1, F_2 について法線ベクトル f_1, f_2 を求め、 $f_1 \cdot f_2 \neq 0$ ならば共有している頂点の数を調べる。共有頂点数が二つ以上ならば各共有頂点における交差を調べる。共有頂点における交差は、共有頂点における二つの面の方向を調べることによって検出することができる⁶⁾。まずここで F_1 のループが V_1 から出ていく稜線方向をx軸、 F_1 の法線ベクトル方向をz軸とし右手系の直交座標系を考える。 F_1 を含む平面と F_2 を含む平面の交差線を求め、共有頂点 V_1 から出て交差線上の向きの異なる単位ベクトル i_1, i_2 を求める。 F_1 のループが V_1 に入ってくる方向の稜線に向かうベクトル j を求め、x軸から j への角度 θ_0 を求める。またx軸から i_1, i_2 への角度 θ_1, θ_2 を求める。 $0 < \theta_1 < \theta_0$ ならば i_1 は V_1 において F_1 の内部へ向かっている。 $0 < \theta_2 < \theta_0$ ならば i_2 は V_1 において F_1 の内部へ向かっている。同様に F_2 に対する i_1, i_2 の向きを調べる。もし i_1, i_2 のどちらかが F_1, F_2 両方の内部に向かっていると F_1 と F_2 は交差している。

4. 実験例および考察

本手法によってワイヤフレームからソリッドを作成した例を図6~図9に示す。変換プログラムは、BASIC言語で記述し、パソコン上で実行した。

図6は六角形の回転体の例である。(a)がワイヤフレームで(b)が出力されるソリッドである。(d)は三つの物体候補のうちの一つであるが(e)のカットモデルを見ると内部にC型の交差が生じているのがわかる。(b)のソリッドは(c)のカットモデルを見ても内部に交差は見られず、正しい形状であることがわかる。回転体では経験的に、回転方向の角数が偶数の場

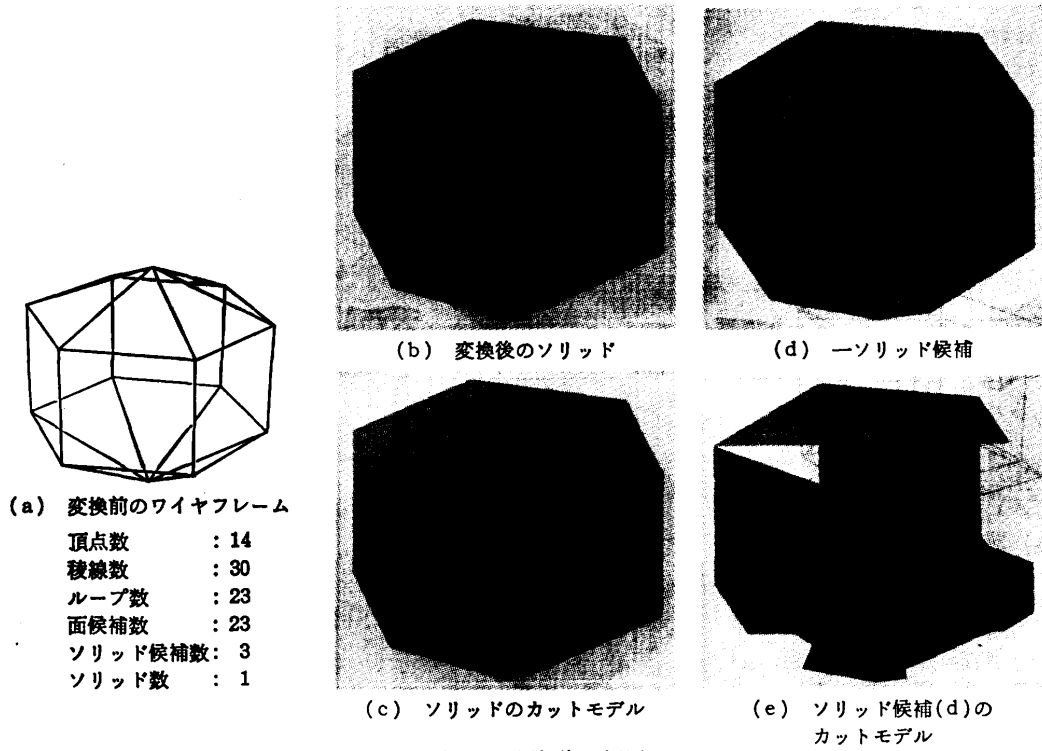


図 6 穴のない回転体の変換例

Fig. 6 Conversion example of axially symmetric shape without hole.

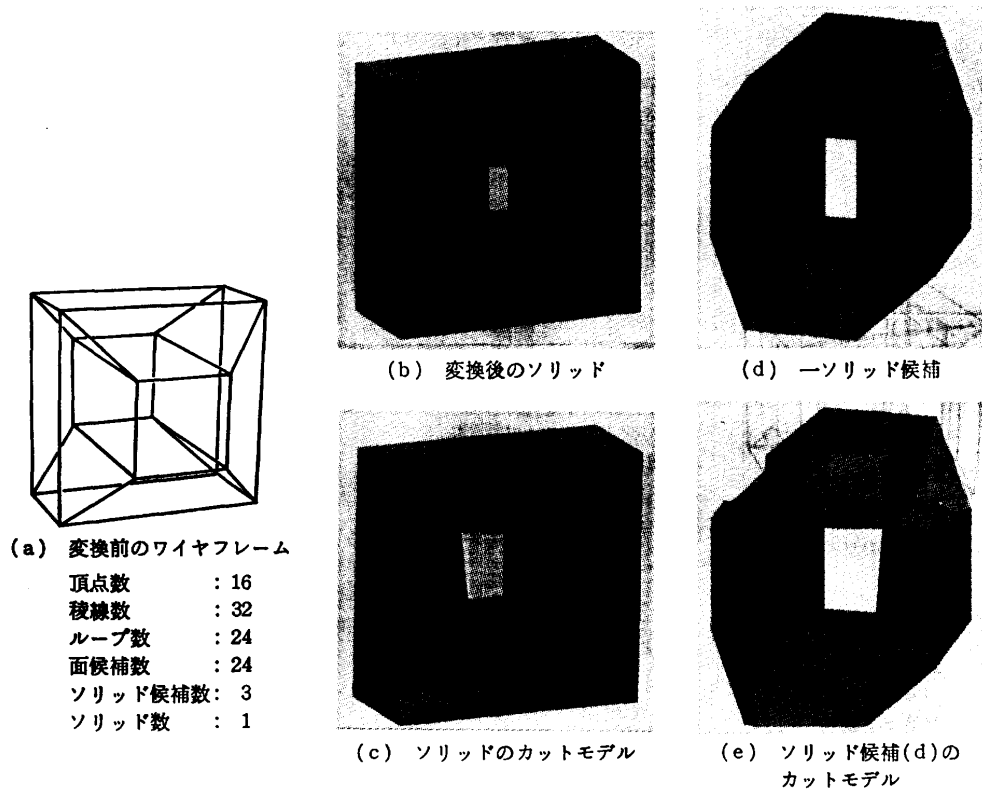


図 7 面候補と稜線が交差する場合の変換例

Fig. 7 Possible solid with intersection of faces and edges.

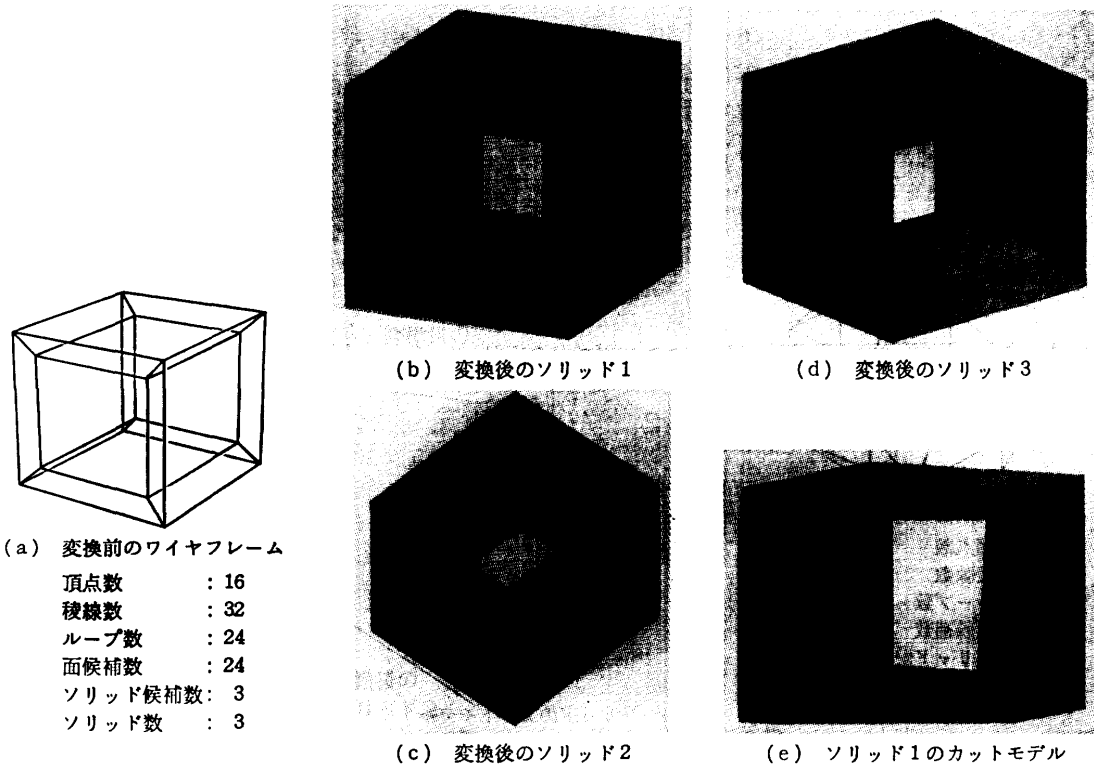


図 8 曖昧な形状の変換例
Fig. 8 Conversion of ambiguous shape.

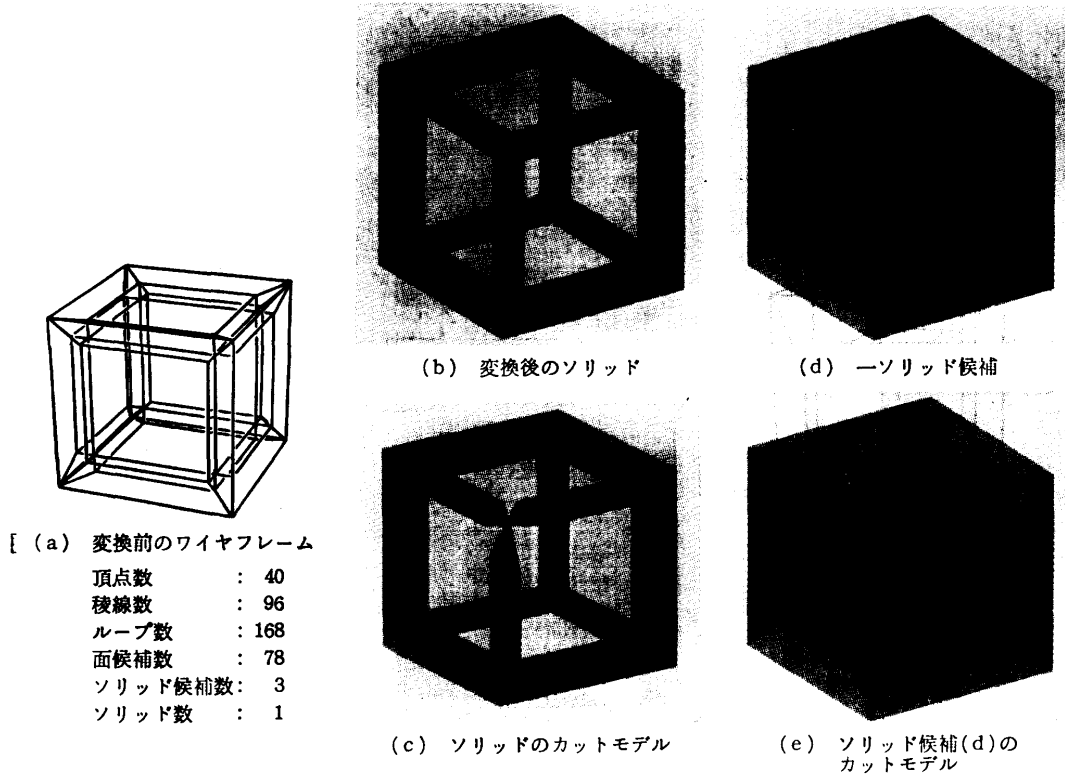


図 9 多数の面候補が生じる場合の変換例
Fig. 9 A shape which has a lot of basic loops.

合に交差を含んだ面候補の組合せが生じる。また回転方向の角数が6の倍数以外では交差を含む面候補の組合せは、面の表裏の決定において不都合が生じ、交差のチェックをする前に棄却することができる。つまり、回転方向の角数が6の倍数のとき、交差を含むソリッド候補が生じる。

図7は穴の開いた形状の例である。(a)がワイヤフレームで(b)が出力されるソリッド、(c)がそのカットモデルである。ソリッド候補は三つ生じるが、うち二つは(d)のような形状をしており、(e)のカットモデルが示すように、内部にA型の交差が生じるため棄却される。(d)、(e)は理解しやすいように視点の位置を少し左に移動してある。

図8は、(a)に示す曖昧な形状のワイヤフレームの変換例である。穴の位置が異なる(b)、(c)、(d)の三つのソリッドが出力される。(e)はそのうち一つのカットモデルである。

図9は(a)のワイヤフレームの変換例である。非常に多くの架空の面が生じる例で、一つの稜線に最高五つ、最低でも三つの面候補が存在する。変換過程で生じるソリッド候補は三つであるが、そのうち二つはC型の交差を含んでおり、出力されるソリッドは図の(b)に示す一つである。(c)は、ソリッドのカットモデルである。(d)に交差を含む物体候補の一つを、また(e)にそのカットモデルを示す。

本手法は、面の形状について凸多角形でなければならないといった制限はない。しかし、レンダリングソフトの中には、凸多角形でなければならないという制限を設けているものが多い。また、最大角数にも制限を設けている場合がある。このように受け側に制限事項がある場合には、最初の処理段階のループの探索において、探索経路にこれらの制限を盛り込むことにより、大幅なスピードアップが図れる。特にすべての面を三角形分割してあるワイヤフレームの場合には、最大角数を3に限定することにより、架空の面の数は大幅に減り、変換の五つの過程のうち、面候補の抽出過程は実質的には不用となる。

頂点数および稜線数が増えるに従い、ソリッド候補の数が指数関数的に増えるように思えるが、曖昧な形状が含まれない場合、実際には形状が複雑になればなるほどソリッド候補は小数に絞られてしまう。曖昧な部位が生じないように配慮すれば、多数のソリッド候補が生じるという心配はいらない。これまでの経験では、曖昧な形状を含まない形状で、三つを超えるソリ

ッド候補が生じた例は、見当たらない。

5. ま と め

各稜線に接続する面が二つになるような面候補の組合せを探索することにより、ワイヤフレームをソリッドに変換する一手法について述べた。本手法により、穴の開いた形状も処理できるので、ワイヤフレームの柔軟性を十分生かしたモデリングが可能である。またワイヤフレームの中に曖昧な形状が含まれていても、ソリッドへ変換できるので、出力結果から曖昧な部位を容易に知ることができ、ワイヤフレームモデルへフィードバックさせることができる。今回、ワイヤフレームの作成からソリッドを生成するまでの作業をすべてパソコン上で実現することができた。これにより、モデリングはパソコン上で行い、レンダリングはワークステーション上で行うといった作業分担も可能となり、システム全体の運転効率の改善が期待される。今後は、処理速度を改善するなど、より実用的なものへ改良していきたいと考えている。

謝辞 本研究の機会を与えてくださった長野県情報技術試験場の中沢晃情報処理部長ならびに貴重な助言をいただいた目黒秀明技師に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 中前：コンピュータグラフィックス，オーム社(1987)。
- 2) Markowsky, G. and Wesley, M. A. : Fleshing Out Wire Frames, *IBM J. Res. Develop.*, Vol. 24, No. 5, pp. 582-597 (1980).
- 3) Courter, S. M. and Brewer, J. A. : Automated Conversion of Curvilinear Wire-Frame Models to Surface Boundary Models; A Topological Approach, *SIGGRAPH*, Vol. 20, No. 4, pp. 171-178 (1986).
- 4) 清水, 矢島, 上西: ワイヤフレームからソリッドへの半自動変換, 第29回情報処理学会全国大会論文集, pp. 1765-1766 (1984).
- 5) 二上, 長田, 小笠原, 小堀: 複合幾何モデラの開発, 第3回 NICOGRAPH 論文集, pp. 20-28 (1987).
- 6) 福井: 多面体頂点での物体方向検出方法, 第30回情報処理学会全国大会論文集, pp. 1997-1998 (1985).

(平成元年4月5日受付)

(平成元年9月12日採録)

**桃井 真美 (正会員)**

昭和34年生。昭和56年信州大学理学部化学科卒業。同年長野県庁入庁。昭和59年長野県情報技術試験場勤務。以来、ニットデザインシステム、3次元図形簡易入力システムなどの研究開発に従事。

**福井 幸男 (正会員)**

1950年生。1973年京都大学工学部精密工学科卒業。同年(株)日立製作所入社。1980年東京大学大学院修士課程修了。同年工業技術院・製品科学研究所入所。以来、形状処理、眼光学系の測定手法等の研究開発に従事。電子情報通信学会、日本眼光学学会各会員。