

区分的 3 次多項式を用いた文字輪郭線の近似†

山崎 一生^{††} 鳥 島 剛^{††*} 勝 野 進 一^{†††}

2次元パターンの一つである、高精細なデジタル文字パターンの輪郭線データを圧縮した形で記憶する方法があれば、卓上出版（デスクトップパブリッシング）のアウトラインフォント生成等に有効である。高精細にデジタル化されている白黒2値の文字パターンから8連結の文字輪郭線を抽出し、角と思われる箇所を分割し、分割された各部分を関数で近似する。近似に用いる関数はパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式である。与えられる輪郭点列上に適切な節点を設定し、データ圧縮を行う。適切な節点の設定には動的計画法を用いる。与えられた輪郭点列と再生曲線との間の近似の良さは、各近似区間ごとの誤差を要素としてもつリスト（相速度）によって測る。動的計画法は計算量が膨大であるため、候補となる節点をどのように選んで減らしておくかということが問題となる。ここでは、1格子間隔未満となるまで標本点を増やしなから折れ線近似したときに得られる標本点数をもとに、動的計画法を用いて折れ線近似をやり直した点を候補節点とする。800×800の基盤目上に与えられているデジタル文字パターン「あ」と「建」とを、ここで提案した方法によって処理した結果、非常に特殊な形状の部分の場合を除き、元の輪郭点列データの3%程度の節点から、与えられた輪郭点列と最大でも斜め方向に1格子間隔隔たった程度の自然な形をもつデジタル文字パターンを復元できることが確認された。

1. ま え が き

半導体技術の進歩により、最近の計算機は記憶容量が増大し、処理速度も向上し、小型でしかも安価になってきた。これに伴って、計算機で取り扱う情報の範囲も拡大し、画像、図形等の2次元パターン、さらには、立体的な3次元情報も取り扱われるようになってからかなりの年月が経過している。2, 3次元の情報は膨大であるので、計算機の処理能力や記憶容量が増大しているとはいえ、これらの情報をそのままの形で処理することは困難な場合が多い。2, 3次元情報の圧縮あるいは効率的な表現は、処理の場合ばかりではなく、伝送、蓄積の場合にも重要な課題である。

また、最近ではワークステーションを利用した卓上出版（デスクトップパブリッシング）も、話題を呼ぶようになってきている。卓上出版において美しい印刷物を仕上げるには、形やサイズの異なる種々のデジタルフォントを用意しておくことが望ましいが、漢字を含む日本語の場合には字種が多いことから、デジタルフォントあるいはアウトラインフォントの作成方法についてはいまだ十分に検討されていない。計算機を用いてデジタルフォントを作成する方法も1, 2検

討されているが¹⁾、日本語のフォントの作成には多大の労力と時間と豊かな才能とを必要とする²⁾ので、計算機援用の文字デザインは実験段階にとどまっている。一方、印刷業界には多くの立派な（アナログ）フォント（活字あるいは写植機の原版）がすでに存在しており、これらをデジタルな形に変換し、さらにアウトラインフォントに変換する方法も模索されている³⁾。

2次元平面上の線図形あるいは曲線を、直線あるいは円弧を用いて近似しデータ量を削減する方法は、極めて一般的なものである^{4)~7)}。また、与えられた曲線をスプラインで近似するものとし、その節点⁸⁾の位置を動的計画法を用いて設定する方法^{9), 9)}や、区分的多項式を用いて近似する方法¹⁰⁾も研究されている。

本稿では、高精細にデジタル化された文字輪郭線を、関数近似することによって、データ圧縮を行う方法について述べる。近似関数には、生成曲線の制御が比較的容易な、パラメトリックな3次の Hermite 補間多項式を用いる。3次の Hermite 補間多項式では、近似区間の両端点の座標のほか両端点における方向ベクトルが必要である。これらの方向ベクトルは、相隣る3つのデータ点の座標から決めるものとし、予備的な実験¹¹⁾においてデジタル曲線のデータ圧縮に効果の大きかった Butland の曲線¹²⁾を用いる。

紙面上の文字を走査して得られる白黒2値の文字パターンから、文字輪郭線の生成に必要な節点を抽出す

† Curve Fitting with Piecewise Cubic Polynomials for Contour of Character Pattern by ISSEI YAMASAKI, TSUYOSHI TORISHIMA (Department of Information Engineering, Faculty of Engineering, Niigata University) and SHIN'ICHI KATSUNO (Graduate School of Science and Technology, Niigata University).

†† 新潟大学工学部情報工学科
††† 新潟大学大学院自然科学研究科
* 現在 (株)東芝

* 本稿では、与えられた曲線上に近似のために設定される標本点を「節点」と呼ぶ。

手順の概略は次のとおりである。碁盤目状にデジタル化されている白黒2値の文字パターンの白黒の境界部の黒画素を、8連結の輪郭点として抽出する。抽出された輪郭点列を、まず、角と思われる点で分割する。分割された各々の部分をセグメントと呼び、以下の処理をセグメントごとに行う。すなわち、折れ線近似によって候補節点を設定する。次に、近似誤差が最も小さくなるように、候補節点の中から節点を動的計画法によって選択する。

次の2章では、近似曲線として本稿で使用するパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式、および、区間の両端点における接線ベクトルの与え方 (Butland の曲線) について概説する。3章では近似誤差の評価方法について述べ、4章では最適な節点を動的計画法によって設定する方法について述べる。動的計画法は計算量が膨大であることから、5章では候補節点の設定方法について述べる。6章では 800×800 の碁盤目状にデジタル化された平仮名「あ」と明朝体の漢字「建」とをここで提案した方法で処理した結果を例示し、候補節点の設定方法、ならびに、動的計画法における累積誤差のとり方について検討する。

2. 区分的多項式近似

2.1 パラメトリックな3次の Hermite 補間多項式

簡単のために、2次元 xy 平面上の座標をベクトル記号で書き表すものとする。2つの点 P_i, P_j と、これらの2点における接線の方向ベクトル \dot{P}_i, \dot{P}_j とが与えられている場合、これらの2点間を補間するパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式 $P(t)$ の1つの表現形式は次のとおりである¹³⁾。

$$P(t) = P_i h_{00}(t) + P_j h_{01}(t) + \dot{P}_i h_{10}(t) + \dot{P}_j h_{11}(t) \quad (1)$$

$$(0 \leq t \leq 1)$$

ここで、

$$\begin{cases} h_{00}(t) = (t-1)^2(2t+1) \\ h_{01}(t) = t^2(3-2t) \\ h_{10}(t) = t(t-1)^2 \\ h_{11}(t) = t^2(t-1) \end{cases} \quad (2)$$

である。式(2)で定義される関数 $h_{00}(t) \sim h_{11}(t)$ は、次のような性質をもっている。

$$\begin{cases} h_{00}(0) = h_{01}(1) = 1, h_{00}(1) = h_{01}(0) = 0 \\ h_{00}'(0) = h_{00}'(1) = h_{01}'(0) = h_{01}'(1) = 0 \\ h_{10}(0) = h_{10}(1) = h_{11}(0) = h_{11}(1) = 0 \\ h_{10}'(0) = h_{11}'(1) = 1, h_{10}'(1) = h_{11}'(0) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

すなわち、関数 $h_{00}(t), h_{01}(t)$ は、それぞれ $t=0, 1$ に

おける位置ベクトル P_i, P_j による寄与成分を表す式である。また、関数 $h_{10}(t), h_{11}(t)$ は、それぞれ $t=0, 1$ における方向ベクトル \dot{P}_i, \dot{P}_j による寄与成分を表す式である。

2.2 各近似区間の両端における接線の方向ベクトルの決め方

各点の座標 P_i は、輪郭点列のデータとして与えられるが、接線の方向ベクトル \dot{P}_i は何らかの方法によって与えられた点の座標から計算する必要がある。

2次元 xy 平面上の点列 $P_i = (x_i, y_i)$, ($i=1, 2, \dots, N$) の x, y 成分はパラメータを t として、それぞれ $(t_i, x_i), (t_i, y_i)$, ($i=1, 2, \dots, N$) と表現される。したがって、点 P_i における方向ベクトル \dot{P}_i は、

$$\dot{P}_i = ([dx/dt]_{t=t_i}, [dy/dt]_{t=t_i})$$

によって求めることができる。すなわち、点 P_i の座標の x, y 成分それぞれの $t=t_i$ における接線の傾きが分かれば、 \dot{P}_i は求められることになる。

ここでは、 tx あるいは ty 平面上のある点における接線の傾きを、その点とその点の両側1点ずつの合計3点から決めるものとする。3つの点から中央の点における接線の傾きを定める方法としては、2次の多項式あるいは円弧を当てはめることも考えられるが、与えられるデータ点の間をタイトにつなぐ性質をもつ Butland の曲線を用いて接線の傾きを計算するものとする¹¹⁾。 tx 平面の場合と ty 平面の場合とは、全く同様に考えることができるので、ここでは tx 平面における接線の傾きの決め方について述べる。

いま、 tx 平面上に N 個の点 P_1, P_2, \dots, P_N が与えられるものとする。Butland の曲線では、両側の端点 P_1 と P_N とを除く途中の点 P_i ($i=2, 3, \dots, N-1$) における接線の傾きは、点 P_i に隣接する前後の点 P_{i-1}, P_{i+1} の座標を用いて決める。すなわち、点 P_{i-1} と P_i とを結ぶ直線の傾きを m_{i-1} 、点 P_i と P_{i+1} とを結ぶ直線の傾きを m_i とする。このとき、点 P_i における傾き τ_i を次の式(4)のように、 m_{i-1} と m_i とが同符号の場合には調和平均と定義し、異符号の場合には0とする。

$$\tau_i = \begin{cases} 2m_{i-1} \cdot m_i / (m_{i-1} + m_i), & m_{i-1} \cdot m_i > 0 \\ 0, & m_{i-1} \cdot m_i \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$2 \leq i \leq N-1$$

端点 P_1 における接線の傾きは、 P_1 の座標と、これに隣接する点 P_2 の座標とその点における接線の傾きとによって決まる2次式の、端点 P_1 における接線の傾きとして決める。すなわち、点 P_1 と P_2 とを結ぶ

直線の傾きを m_1 とし、3点 P_1, P_2, P_3 の座標から、式(4)($i=2$) によって決まる点 P_2 における接線の傾きを τ_2 とするとき、点 P_1 における接線の傾き τ_1 を次のように決める。

$$\tau_1 = 2m_1 - \tau_2 \tag{5}$$

もう一方の端点 P_N における接線の傾き τ_N は、点 P_1 における傾きの場合と同様に決めれば、次式のとおりである。

$$\tau_N = 2m_{N-1} - \tau_{N-1} \tag{6}$$

ここで、

$$\begin{cases} m_{N-1}: 2点 P_{N-1}, P_N を結ぶ直線の傾き。 \\ \tau_{N-1}: 3点 P_{N-2}, P_{N-1}, P_N から、式(4)(i=N-1) によって決まる2次多項式の、点 P_{N-1} における接線の傾き。 \end{cases}$$

3. 近似誤差の評価

近似曲線が、与えられた元の輪郭点列とどの程度一致しているかを評価する尺度として相速度を定義する。近似曲線と元の輪郭点列との誤差を、輪郭点列に対応する近似曲線上の点と元の輪郭点列との間の Euclid 距離の総和とすることが一般的である。この場合には、近似曲線と元の輪郭点列との平均的なずれの量を誤差として測っている。一方、近似の良さを人間が判断する場合、平均的にどの程度ずれているかということよりも、特定箇所のずれの大きさ、すなわち、ずれの最大値に注目する傾向がある。そこで、ここでは、近似曲線と輪郭点列とが最も離れている箇所に注目して評価することのできる相速度を定義するものとする。

3.1 区間の誤差

輪郭点列上のある2点間を1つの区間として近似した場合、この区間に含まれるそれぞれの輪郭点と近似曲線との距離の最大値の2乗を、この区間の誤差と定義する。すなわち、各輪郭点と近似曲線との距離は、

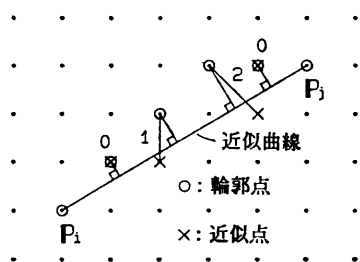


図1 輪郭点と近似曲線との距離

Fig. 1 Distance between the original data points and the approximation curve.

図1に示すように、与えられた輪郭点から曲線に下ろした垂線の脚の x, y 座標の値をそれぞれ四捨五入した値を座標にもつ点と輪郭点との2乗距離とする。与えられる輪郭点列の座標はアナログ量をデジタル量に変換したものであり、その座標の値にはもともと ± 0.5 程度の誤差が含まれていると考えられることから、格子間隔でデジタル化した値を区間の誤差としている。

3.2 相速度の定義

与えられた輪郭点列(セグメント)上に M 個の節点 $P_i (i=1, 2, \dots, M)$ をとり、 $M-1$ 本のパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式で近似する場合を考える。相隣る節点 P_i, P_{i+1} の間の輪郭点列と近似曲線との間の最大2乗距離を、この区間の誤差 ϵ_i とする。このとき、このセグメントと $M-1$ 本の近似曲線との間の相速度 D を、各区間の誤差 ϵ_i を要素にもつリストとして、

$$D = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{M-1}) \tag{7}$$

で定義する。

あるセグメント上に設定される節点の数と位置とによって、上に定義した相速度 D は異なった値をとる。ある1つのセグメントに対して、相速度 D は、節点の選び方の組み合わせの数だけ計算される。ここで定義した相速度 D が最も小さくなるように、節点の系列を選ぶことにする。ここで、相速度 D の大小関係を次のように定義する。

i) 相速度 D の要素の最大値が小さいほうが、相速度は小さい。

$$\text{(例)} \quad \begin{cases} D = (0, 1, 1, 0, 1) \\ D' = (0, 1, 2, 0) \end{cases}$$

のとき、 $D < D'$

ii) 上の i) で決定できないとき、最大値をとる要素の数が少ないほうが、相速度は小さい。

$$\text{(例)} \quad \begin{cases} D = (0, 1, 1, 2, 1, 0) \\ D' = (0, 1, 2, 2, 0) \end{cases}$$

のとき、 $D < D'$

iii) 上の i), ii) で決定できないとき、要素の数が少ないほうが、相速度は小さい。

$$\text{(例)} \quad \begin{cases} D = (0, 1, 2, 1) \\ D' = (0, 1, 1, 2, 1) \end{cases}$$

のとき、 $D < D'$

iv) 上の i), ii), iii) で決定できないとき、相速度は等しい。

ただし、2つの節点系列の一部分が同一である場合には、その部分で決定される曲線も同一となり、した

がって、相違度も一部同一の要素をもつことになる。(次の4章で述べる節点の選択方法から、比較の対象となる2つの節点列の一部が一致する場合には、その一致する部分は最初の連続する数点となることはいえる。)同一の要素の部分が、下の例に示すように、その他の部分よりも大きな値をとっている場合には、後半の部分の違いは無視されてしまうことになる。そこで、重なりのない曲線部分のみを比較するために、同じ曲線部分から得られる区間誤差(要素)をそれぞれの相違度から取り除いて比較するものとする。

$$(例) \quad \begin{cases} D = (1, 3, 0, 1, 1, 1) \\ D' = (1, 3, 1, 2, 1) \end{cases}$$

のとき、そのまま比較すると、 $D > D'$ であるが、下線部分を取り除き、

$$\begin{cases} D = (0, 1, 1, 1) \\ D' = (1, 2, 1) \end{cases}$$

としてから比較すると、 $D < D'$

4. 最適な節点の選択

与えられた輪郭点列をあらかじめ折れ線で近似して、残った点を候補節点(P_1, P_2, \dots, P_N)とするとき、上で定義した輪郭点列と近似曲線との相違度 D が、最も小さくなるように節点を選択する方法について考えよう。

2つの候補節点 P_i と P_j ($i < j$) との間の輪郭点列をパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式で近似するとき、これらの2点 P_i, P_j における接線の方角ベクトルを決めるために、これらの点の両外側に各1つずつの点が必要である。すなわち、2点 P_i と P_j との間の補間曲線は、合計4つの候補節点から決まることになる。

いま、点 P_h を点 P_i の前の点、点 P_j の後ろの点を P_k とし、2点 P_i, P_j の間を補間する場合を考える。ここで、 h, i, j, k は、 i を基準として次の範囲を動く。

$$\begin{aligned} 1 \leq i \leq N-1, \quad i+1 \leq j \leq N, \\ 1 \leq h \leq i-1, \quad j+1 \leq k \leq N \end{aligned}$$

ただし、 $i=1$ のときには、2点 P_1 と P_j との間の補間曲線は P_1, P_j, P_k の3点で決まるので、 h の値は仮に0とする。また、 $j=N$ のときには、2点 P_i と P_N との間の補間曲線は P_h, P_i, P_N の3点で決まるので、 k の値は仮に $N+1$ とする。

したがって、全部でおよそ N^2 本の近似曲線が得られることになる。これらの近似曲線をどのように組

み合わせたときに累積誤差 E (相違度 D) が最も小さくなるかという問題を、動的計画法の考え方をを用いて定式化すれば、次式ようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} (a) \quad & E(1, j, k) = e(0, 1, j, k), \\ & 2 \leq j \leq N-1, \quad j+1 \leq k \leq N \\ (b) \quad & E(i, j, k) \\ & = \min_h [E(h, i, j) + e(h, i, j, k)], \\ & 3 \leq j \leq N-1, \quad 2 \leq i \leq j-1, \\ & 1 \leq h \leq i-1, \quad j+1 \leq k \leq N \\ (c) \quad & E(i, N, N+1) \\ & = \min_h [E(h, i, N) \\ & \quad + e(h, i, N, N+1)], \\ & 1 \leq i \leq N-1, \quad 1 \leq h \leq i-1, \\ & \text{ただし, } i=1 \text{ のとき } h=0, \\ & \quad \quad \quad E(0, 1, N) = \phi \end{aligned} \right. \quad (8)$$

ここで、 $e(h, i, j, k)$ と $E(i, j, k)$ とは次のとおりである。

$$\left\{ \begin{aligned} e(h, i, j, k): & \text{点 } P_h \text{ を点 } P_i \text{ の前の点, 点 } P_j \text{ の後ろの点を } P_k \text{ とするとき, 点 } P_i \text{ と } P_j \text{ との間を近似する曲線の誤差.} \\ E(i, j, k): & \text{点 } P_i \text{ の前後の点をそれぞれ } P_i, P_k \text{ としたときのすべての可能な節点の選び方のうちで, 点 } P_1 \text{ から } P_j \text{ までの累積誤差(相違度)が最小なものの値.} \end{aligned} \right.$$

また、記号「+」は第1項の累積誤差 E (相違度 D) のリストの最後に、第2項の区間誤差 e を付け加えることを意味し、記号「 ϕ 」は空リストを表す。ステップ(a), (b)では、形式を整えるために仮想点 P_0, P_{N+1} がそれぞれ追加されている。

ステップ(a)では初めの点 P_1 と P_j ($j=2, 3, \dots, N-1$) との間を、次の点として P_k ($k=j+1, j+2, \dots, N$) にとって近似したときの誤差を、点 P_1 から P_j までの累積誤差とする。ここで、点 P_1 の前の点は仮想点 P_0 とする。

ステップ(b)は、点 P_j ($j=3, 4, \dots, N-1$) と、その前の点 P_i ($i=2, 3, \dots, j-1$) との間を、点 P_i のさらに前の点として P_h ($h=1, 2, \dots, i-1$) に、点 P_j の後ろの点として P_k ($k=j+1, j+2, \dots, N$) にとって近似したときの累積誤差の最小値を求め、この最小値を与える h の値とともに記憶する。

ステップ(c)は、最後の点 P_N とその前の点 P_i ($i=1, 2, \dots, N-1$) との間を、点 P_i の前の点として P_h ($h=1, 2, \dots, i-1$) にとって近似したときの累積誤差の最小値を求め、最小値を与える h の値とともに記憶し

ておく。ここで、点 P_N の後ろの点は仮想点 P_{N+1} とする。

式(8)の計算が終了した段階で、ステップ(c)で計算されている累積誤差の最小値を与える i の値とこのときの h の値、すなわち、点 P_N の前の点とそのまた前の点とを求める。これによって、最初の点 P_1 から最後の点 P_N までの累積誤差が最も小さくなるような節点のうち、最後から3つの節点が決まる。このようにして求められた i, h の値をそれぞれ α_1, α_2 と書くことにすると、ステップ(b)で計算されている累積誤差 $E(\alpha_2, \alpha_1, N)$ の最小値を与える h として、さらに1つ前の節点が決まる。この h の値を α_3 と書くことにすると、ステップ(b)で計算されている累積誤差 $E(\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1)$ の最小値を与える h として、さらにもう1つ前の節点が決まる。ステップ(b)で計算されている累積誤差の最小値を与える h の値が1となるまで、同様の手順を繰り返せば、累積誤差の最も小さな節点の組が得られることになる。

なお、動的計画法によって最終的に得られる相違度最小の節点の組は、可能なすべての節点の組み合わせの中から選ばれているので、セグメントのいずれの端を P_1 とするかには依存しない。

5. 折れ線近似による候補節点の設定

先の4章で述べた最適節点の選択における動的計画法の計算式(8)の計算量は、各セグメント上に設定されている候補節点の数 N の4乗のオーダーである。最終的には、各セグメントは滑らかな3次の Hermite 補間多項式で近似されるが、このとき、曲率の大きな部分、すなわち、曲がりのきつい部分では節点が多く必要であるが、逆に、曲率が小さい部分、すなわち、曲がりの緩い部分では節点が少なくすむことが予想される。そこで、ここでは、与えられた輪郭点列を折れ線近似することによって候補節点を設定し、計算量の削減を図るものとする。

与えられた曲線セグメントの両端点を直線で結び、直線から最も離れた輪郭点列上の点を新しく折れ線近似の標本点とする。この点を用いて再び折れ線近似を行い、折れ線から最も離れた輪郭点列上の点を新しく標本点とするという操作を、折れ線と輪郭点列との距離が1格子間隔未満になるまで繰り返す。この操作を逐次折れ線近似と呼ぶ。

逐次折れ線近似によって得られた標本点の数をもとに、動的計画法を用いて折れ線近似をやり直し、最適

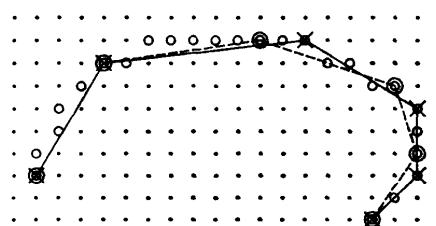


図2 候補節点(○)の例
逐次折れ線近似による標本点(x)、および、動的計画法によって再設定された標本点(○)。

Fig. 2 An example of candidate knots indicated by the symbol "○".

The sample points indicated by the symbol "x" are selected by line segment approximation, and the sample points indicated by the symbol "○" are selected again by the dynamic programming.

な折れ線近似を行う標本点位置を求めるものとする²⁾。ここでは、各折れ線の近似誤差を折れ線と輪郭点列との距離の最大値で与え、累積の近似誤差が最小になるように標本点位置を再設定している。この方法を DP 折れ線近似と呼ぶ。このようにして得られた標本点をパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式による近似の際の候補節点とする。図2に例を示そう。図の「x」印は逐次折れ線近似によって設定された標本点位置を、また、「○」印は動的計画法によって再設定された標本点位置を示す。逐次折れ線近似では、標本点は必ず45°折れ曲がる点に設定されるが、動的計画法を用いた再設定によって、45°に折れ曲がる点以外にも標本点となることが分かる。ここに示した例では図の「○」印が候補節点となる。

6. 処理例とその検討

6.1 処理の結果

文字パターンは2次元 xy 平面上 800×800 の碁盤目状の領域に表現されているものとする。与えられた白黒2値の文字パターンにおいて、白領域と接する文字の黒部分の画素を8連結の輪郭点列として抽出した平仮名「あ」を曲線部分の多いパターンの例として図3に示す。図では見やすいように、輪郭点列を線で分けて結んである。また、図の「△」印は角の点を、目盛り線「-」は4章で述べた候補節点を示す。

輪郭点列の近似に用いられるパラメトリックな3次の Hermite 補間多項式は C^1 連続な曲線である。与えられた点列がある点で急激に屈曲している場合には、その点を含む点列を C^1 連続な曲線で近似すると、屈折点の近傍で近似誤差が大きくなってしまふ。そこ

で、与えられた輪郭点列を角と思われる箇所まで分割し^{*}、角から角までのそれぞれの輪郭点列（セグメント）ごとに曲線で近似することを考えるものとする。

800×800の基盤目状の領域に表現されている文字パターン「あ」の輪郭点数は4,633で、角の点で分割されたセグメントの数は19である。輪郭点列を1格子間隔未満の誤差で折れ線近似することによって選ばれた候補節点の数は221である。累積誤差（相違度）が最小となるように、動的計画法によって選ばれた節点の位置は図4に示すとおりで、その数は136であり、残存率は2.9%である。ここで、残存率の定義は次のとおりである。

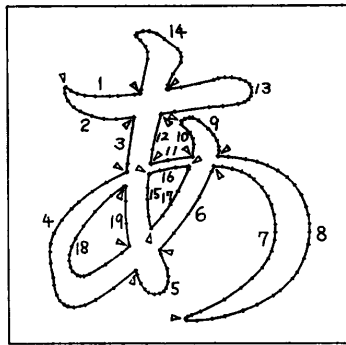


図3 平仮名「あ」の輪郭点列と候補節点
 (△)印は角の点を、(-)印は候補節点を示す。
 Fig. 3 Contour points and candidate knots of Japanese character "あ".
 The symbols "△" and "-" indicate corner and candidate knot, respectively.

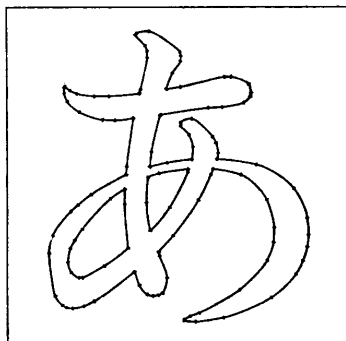


図4 選ばれた節点 (-)と再生曲線
 Fig. 4 The contours are regenerated from the knots indicated by the knot indicated by the symbol "-" which are selected by the dynamic programming.

* デジタルな曲線の角を機械的に検出する方法には、曲率を利用するもの、多角形近似を用いるもの等があるが、完全に機械的に角を検出する方法は今のところ存在しない。本稿では、多角形近似を用いて検出した角を参考にし、最終的には人間の目で確かめてセグメントに分割している。

$$(\text{残存率}) = [(\text{節点数}) / (\text{輪郭点数})] \times 100 (\%)$$

なお、計算機 TOSBAC DS 600 モデル 60 を用いた FORTRAN プログラムによる処理時間は、候補節点の選択で 26 分 48 秒、節点の選択で 19 分 31 秒であった。

また、設定された節点から生成される近似曲線も図4に示すとおりである。各セグメントにおける、各近似区間の最大2乗距離を表1に示す。累積誤差（相違度）が最小となるように節点を選んだときの各区間の近似曲線と元の輪郭点列との間の最大2乗距離は、セグメント19の場合を除き2、すなわち、最大でも斜め方向に1格子間隔ずれる程度である。セグメント19は垂直方向に伸びた直線に近い形状をもつ曲線であり、最大2乗距離は4で、近似曲線はもとの輪郭点列から水平方向に2格子間隔ずれている。セグメント19の場合には、両端点を含めて3点しか節点を選ばれていないので、接線方向ベクトルは Butland の曲線ではなく、2次多項式から決まっている。このことからセグメント19は特殊なケースとみなすこともできよう。

セグメント19のような形状をもつ曲線の場合に、

表1 セグメントごとの各近似区間における最大2乗距離
 Table 1 Maximum square distance of each approximation interval.
 Accumulated error: Degree of difference
 文字: あ, 候補節点: DP 折れ線近似,
 累積誤差: 相違度

セグメント No.	節点数	各近似区間の最大2乗距離
1	7	0 1 0 1 1 1 0
2	8	0 1 1 1 1 1 1 1
3	3	1 1
4	13	1 1 0 2 1 1 0 1 1 1 1 1 1
5	10	0 1 1 1 1 1 1 1 1 1
6	6	0 0 1 1 1
7	10	1 1 1 1 1 1 2 1 1
8	13	0 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1
9	6	1 1 1 1 1
10	5	0 0 1 1
11	3	1 1
12	3	1 1
13	12	0 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 1
14	13	1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 0 1 0
15	3	1 1
16	3	1 1
17	4	1 1 1
18	11	1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 2
19	3	1 4

近似誤差を減らす方法としては、次のようなものが考えられる。

i) 折れ線近似の際の許容誤差を小さくして、候補節点数を増加する。

ii) すでに設定されている候補節点の中間に候補節点を追加する。

iii) セグメントへの分割の仕方を変更する。

直線部分の多いパターンの例として、明朝体の漢字「建」を、平仮名「あ」と同様に、処理した結果をまとめて表2に示す。漢字「建」の輪郭点数は9,362で、候補節点数は365、最終的に選ばれた節点の数は247で、残存率は2.6%である。漢字「建」の輪郭線には直線部分が多いので、「あ」の場合よりも残存率が小さな値となっている。また、漢字「建」の場合の近似曲線の最大2乗距離は1つのセグメント（「えんにょう」の一部の輪郭線）において4で、他のセグメントの場合には2である。すなわち、1つのセグメントの場合を除き、斜め方向に1格子間隔ずれる程度の再生曲線が「建」の場合にも得られる。

6.2 検 討

(1) 候補節点の設定方法

逐次折れ線近似によって得られた標本点数をもとに、動的計画法によって折れ線近似をやりなおし、候補節点とする方法を先の5章において示した。このDP折れ線近似を用いて候補節点を設定する方法は、セグメントを構成する点の数が多く場合（例えば、図3のセグメント8）には、候補節点の設定に膨大な処理時間を要する。逐次折れ線近似で得られた標本点をそのまま候補節点とすれば、処理時間の大幅な短縮が図れる（平仮名「あ」の、許容誤差1格子間隔未満での、逐次折れ線近似の処理時間はTOSBAC DS 600モデル60で27秒）。この点について「あ」と「建」とを用いて検討した結果を表3に示す。最終的に得られ

る節点数は、2つの文字の場合とも、逐次折れ線近似による候補節点のほうが少なくなっている。最大2乗距離が4以上となるセグメント数は、「あ」の場合にはどちらの設定方法でも1つずつであるが、一方、「建」の場合にはDP折れ線近似によって設定された候補節点では1つ、逐次折れ線近似によって設定された候補節点では9つである。「建」で大きな誤差をもつセグメントは「えんにょう」の輪郭線の一部や、水平な線とそれに続く「うろこ」あるいは「打ち込み」の輪郭線部分である。このようなセグメントに対しては、動的計画法による再設定の効果が十分に認められる。このことから、ここではDP折れ線近似を候補節点の設定方法として提案する。

(2) 動的計画法における累積誤差のとり方

4章で述べた最適な節点を選択する際の累積誤差Eを、3章で述べた相違度とした場合(a)と、2乗距離の総和とした場合(b)との比較結果を、平仮名「あ」について表4に示す。節点数は、(a)の場合136で残存率は2.9%であるのに対し、(b)の場合には178で、残存率は3.8%である。すなわち、(a)の場合には、(b)の場合の約3/4の節点となる。また、最大2乗距離は、(a)、(b)の場合とも4（格子間隔）²である。(b)の場合の最大2乗距離4は、どのセグメントで起こっているのだろうか。(b)の場合の、各セグ

表2 平仮名「あ」と漢字「建」との処理結果
Table 2 Result of processing for Japanese character "あ" and Chinese character "建".

文字名	あ	建
輪郭点数 (n)	4,633	9,362
候補節点数	221	365
節点数 (m)	139	247
残存率 (%)*	2.9	2.6
最大2乗距離**	4	4

* (m/n)×100[%]

** 単位: (格子間隔)²

表3 候補節点の設定方法の比較

Table 3 Comparison of candidate knots selection.

候補節点の設定方法	文字	DP折れ線近似	逐次折れ線近似
節点数	あ	136	130
	建	247	235
セグメント数	あ	19	
	建	61	
最大2乗距離が4以上となるセグメント数	あ	1	1
	建	1	9

表4 累積誤差のとり方と節点数

Table 4 Method of error accumulation and number of knots.

文字: あ, 候補節点: DP折れ線近似, 輪郭点数: 4,633, 候補節点数: 221

累積誤差のとり方	相違度 (a)	2乗距離の総和 (b)
節点数	136	178
残存率	2.9	3.8
最大2乗距離*	4	4

* 単位: (格子間隔)²

表 5 セグメントごとの各近似区間における最大 2 乗距離
 Table 5 Maximum square distance of each approximation interval.
 Accumulated error: Sum of squared distance
 文字: あ, 候補節点: DP 折れ線近似, 累積誤差: 2 乗距離の総和

セグメント No.	節点数	各近似区間の最大 2 乗距離
1	8	0 1 1 0 1 1 0
2	9	0 1 1 2 0 1 1 1
3	3	1 1
4	18	0 1 1 2 1 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1
5	14	0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
6	6	0 0 1 1 1
7	16	1 1 1 0 0 1 1 0 1 1 1 2 1 0 0
8	19	0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1 1
9	7	1 0 1 1 1 1
10	5	0 0 1 1
11	3	1 1
12	4	0 1 1
13	17	0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 0
14	17	1 2 1 1 1 2 1 1 0 1 1 1 1 0 1 0
15	6	0 1 1 1 1
16	4	0 1 1
17	4	1 1 1
18	14	0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 2 2 1
19	4	1 1 4

メントにおける, 各近似区間の最大 2 乗距離を表 5 に示す。(b)の場合, 最大 2 乗距離が最も大きな値 4 をとるのは, (a)の場合(表 1 参照)と同様に, セグメント 19 においてである。さらに, 表 1 と表 5 とを見比べると, 最大 2 乗距離が 2 となる近似区間の数は, (a)の場合には 5 であり, (b)の場合には, 節点数が多いので, 7 であることが分かる。データ圧縮という観点からは, 第 3 章において定義した相違度を累積誤差として用いる方法(a)がよいといえる。

7. あとがき

高精細なデジタル文字の輪郭線をパラメトリックな 3 次の Hermite 補間多項式を用いて近似し, 近似曲線を生成するために必要な節点のみを記憶しておくことにより, データを圧縮する方法を述べた。パラメトリックな 3 次の Hermite 補間多項式は, 各節点の座標と, 各節点における方向ベクトルとによって決まる。各節点の方向ベクトルは Butland の曲線を用いて計算するものとする。相隣る節点の間の近似曲線は, 連続する 4 つの点によって決まるが, 誤差が最も小さくなる節点の組み合わせを, DP 折れ線近似によってあらかじめ設定されている候補節点から, 動的計画法を用いて求めている。各節点間の近似曲線と与えられ

た輪郭点列との間の最大 2 乗距離を要素とするリストによって, 近似曲線と輪郭点列との相違度を表現することにより, より少ない節点から人間の感覚と整合性のよい近似曲線が得られる。非常に特殊な形状のセグメントの場合を除き, 元の輪郭点数の約 3% の節点から, 最大でも斜め方向に 1 格子点ずれる程度の誤差で元の輪郭点列を復元することができる。また, DP 折れ線近似による候補節点の設定方法は, 明朝体における水平な線とそれに続く「うろこ」や「打ち込み」の部分の輪郭線等の近似において効果があることが確認された。

セグメントを構成する点の数が多い場合には, 候補節点の選択には膨大な時間を要することが第 1 の問題点である。最終的に設定される節点は候補節点の中から選ばれることになるので, 候補節点の選択方法には, 本稿で使用した方法が時間を要することもあり, 検討の余地があるので今後の課題としたい。また, 与えられた輪郭点列をセグメントに分割するためには, デジタル曲線の角を検出する必要がある。機

械的に角を検出することは残された課題である。完全に人手を排した角の検出方法を探るよりも, ある程度人間が介入して角を検出する方法が現実的であり, 本稿でもこの方法を採用している。

水平, 垂直方向に伸びた直線に近い形状をもつセグメントの場合には, 許容誤差 1 格子間隔未満の折れ線近似によって設定される標本点では, 候補節点が不足する。このため, ここで述べた方法では良好に近似することができない。このような場合には, 節点数を増加するための特別な手段を講ずる必要がある。また, ここで述べた方法には平滑化の機能はないので, ノイズの多い線図形の場合には, そのノイズ部分に多くの節点とられる。したがって, 本稿で述べた方法は, ノイズが重畳されている線図形のデータ圧縮には適用できない。なお, 本稿ではデジタル曲線の例として, 高精細なデジタル文字パターンの輪郭線を取りあげたが, ここで提案した方法は地形図等のデジタル曲線のデータ圧縮にも適用できる。

参 考 文 献

- 1) 坂元, 高木: 高品質明朝体ひらがなフォントの計算機による作成, 信学論 (D), Vol. J68-D, No. 4, pp. 702-709 (1985).

- 2) 青葉, 浅葉, 味岡, 篠原: 創る人・使う人, アステ, No. 3, pp. 28-32, リョービ印刷(株) (1985).
- 3) 西川, 直井: 輪郭表現による高品質文字パターンの生成方式, 信学論 (D-II), Vol. J72-D-II, No. 12, pp. 2023-2031 (1989).
- 4) 名倉: 手書き線図形の直線と円弧による近似, 信学論 (D), Vol. J64-D, No. 9, pp. 839-845 (1981).
- 5) 佐藤: 平面曲線の最適折れ線近似, 信学論 (D), Vol. J65-D, No. 9, pp. 1145-1150 (1982).
- 6) 上坂, 矢戸: 平面曲線の線分と円弧による近似, 信学技報, PRL 84-3 (1984).
- 7) 山崎, 井村: 文字輪郭線の円弧と直線とによる近似, 情報処理学会論文誌, Vol. 26, No. 4, pp. 726-732 (1985).
- 8) 石村, 橋本, 辻本, 有本: 修正動的計画法による線図形のスプライン近似, 信学論 (D), Vol. J68-D, No. 2, pp. 169-176 (1985).
- 9) 松代: 平面図形のスプライン関数近似, 信学技報, IE 85-61 (1985).
- 10) Plass, M. and Stone, M.: Curve-Fitting with Piecewise Parametric Cubics, *Siggraph '83 Conf. Proc.*, pp. 229-239 (1983).
- 11) 鳥島, 山崎, 高橋: 区分的多項式近似に用いる傾き計算方式の検討, 信学信越支部大会, No. 85 (1987).
- 12) Butland, J.: A Method of Interpolating Reasonable-Shaped Curves through Any Data, *Computer Graphics 80*, pp. 409-422 (1980).
- 13) Prenter, P. M.: *Spline and Variational Methods*, pp. 52-76, John Wiley & Sons, Inc., New York (1975).
- 14) 鳥島, 山崎: 文字輪郭線の区分的多項式による近似(2), 信学情報・システム全大, No. 83 (1987).
- 15) 鳥島, 山崎: 文字輪郭線の区分的多項式による近似, 信学技報, PRU 87-107 (1988).
- 16) 鳥島, 山崎: 文字輪郭線の区分的多項式による近似について, 信学論 (D), Vol. J71-D, No. 9, pp. 1867-1869 (1988).
- 17) 山崎, 鳥島: 文字輪郭線の区分的多項式を用い

た近似について, 情報処理学会卓上出版シンポジウム報告集, pp. 127-137 (1988).

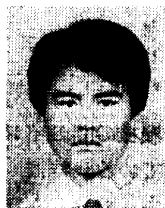
(平成元年9月13日受付)

(平成2年3月6日採録)



山崎 一生 (正会員)

昭和36年電気通信大学電波工学科卒業。同年電気試験所(現電子技術総合研究所)入所。文字認識, 印字品質評価等の研究に従事。昭和54年新潟大学教授(工学部情報工学科)。現在, パターン認識, 画像・図形の処理に関連する研究を行っている。文字に強い興味を持っている。工学博士(東京工業大学)。電子情報通信学会, 計測自動制御学会, 自動制御協会等会員。



鳥島 剛

昭和61年新潟大学工学部情報工学科卒業。昭和63年新潟大学大学院工学研究科修士課程(情報工学専攻)修了。同年(株)東芝入社。在中画像処理関係の研究に従事。現在(株)東芝府中工場において産業用電子計算機の開発に従事。電子情報通信学会会員。



勝野 進一 (正会員)

昭和57年新潟大学工学部情報工学科卒業。昭和59年新潟大学大学院工学研究科修士課程(情報工学専攻)修了。同年長野日本無線(株)入社。同社在籍のまま昭和62年新潟大学大学院自然科学研究科(後期3年博士課程)生産科学専攻入学, 現在に至る。パターン認識, 画像・図形処理の研究に従事。電子情報通信学会会員。