

## 画像データの幾何学的構造の仮説検定†

金谷 健一<sup>††</sup> 川島 孝夫<sup>†††</sup>

画像データの持つ幾何学的構造を調べる論理的に一貫した仮説検定の手法を提案する。まず、画像面上に検定しようとする幾何学的構造を仮定し、次に、仮定した構造が成り立つためには「各エッジをどの程度移動しなければならないか」を調べる。これによって、すべてのテストは、問題ごとの便宜的な判定条件やしきい値を用いることなく、ただ一つの尺度の計算に帰着できるので、異なるタイプの判定も一つの普遍的な「信頼水準」によって、その確からしさを互いに比較することができる。また、画像上の点や直線をすべて単位ベクトルによって表し、計算はいろいろな近似手法により直接的な数式で与えているので、計算のあふれが生じる心配はなく、探索や反復を行う必要もない。

### 1. はじめに

コンピュータビジョンにおける画像の3次元復元は二つの段階から成り立っている。まずエッジや特徴点などの「画像データ」を取り出す画像処理を行い、次に物体の形状や位置などの3次元性質の計算を行う。一般に3次元復元の精度は最初の画像処理の精度によって決まる。しかし、単に画像処理の精度を増しても解決できない問題が存在する。それは3次元復元が点やエッジなどの画像データの何らかの幾何学的構造を反映しているという事実である。

例えば、エッジが画像上で同一直線上にあれば、それらは物体の同一の境界線を表していると推論できる<sup>11,11)</sup>。また、複数のエッジを画像上で延長したとき同一交点で交われば、それらは空間中で平行であると推論できる<sup>9),5)-7),9)</sup>。しかし、画像処理によって誤差が生じるのは避けられないので、処理の結果得られた画像データがそのような幾何学的構造を持っているとは限らない。

本論文では、画像データが厳密には持っていない幾何学的構造をどうすれば発見できるかを考える。このような問題に対して従来は適当な判定条件やしきい値を用いた便宜的な処理がなされてきた<sup>1),3)-7),10)</sup>。

これに数学的裏付けを与えようとするならば“統計的手法”が考えられる。個々の画像データが真の値からどの程度離れる確率がいくらかであるかが仮定できれば、最尤推定法を構成したり<sup>10)</sup>、有意水準が例えば5%であるように、しきい値が設定できる。しかし、実

画像に対して、解像度や画像処理のアルゴリズムなどのさまざまな要因を考慮した適切な統計モデルを仮定するのは極めて困難である。そこで本論文では統計的推論によるのではなく、次章に述べる画像処理の階層構造に基づいた判定法を提案する。

このとき、次の二つの計算上の問題を考慮する必要がある。第一は“計算のあふれ”である。例えば、2直線の交点の計算では、交点がたとえ無限遠にあっても計算は有限の範囲で行わなければならない。これを保証するために、単位ベクトルを用いて点や直線の位置を表す<sup>2),3),8)</sup>。第二は“計算の効率化”である。そのために各種の近似の手法を導入して、探索や反復を含まない計算方式を提案する。このような問題はコンピュータグラフィックスでも常に生じるが、従来はこのような計算上の問題が十分考慮されてはいなかった<sup>4)</sup>。

### 2. 画像データの階層構造

次のような画像処理を考える。

- (1) 濃淡画像にエッジ検出オペレータを適用し、2値化や、細線化を経てエッジを検出する。
- (2) ほぼ線分とみなせるエッジに、最小二乗法などにより直線を当てはめる。
- (3) これらの直線の交点として、頂点の位置を計算する。3本以上の線がほぼ一点に交わるときは、適当な平均を取って交点を推定する。
- (4) 得られた線画から、物体の3次元形状を復元する<sup>9),9)</sup>。

このような手続きを考慮すると、データに“階層構造”があり、すべての画像データを同等に扱うことはできないことがわかる。以下、濃淡画像に直接に画像処理アルゴリズムを適用して得られるデータを第一次

† Hypothesizing and Testing Geometric Attributes of Image Data by KENICHI KANATANI (Department of Computer Science, Gunma University) and TAKAO KAWASHIMA (Fuji Xerox Co., Ltd.).

†† 群馬大学工学部情報工学科

††† 富士ゼロックス(株)

データと呼び、その第一次データから計算によって得られるデータを第二次データと呼ぶ。エッジ検出は画像処理の基本であり、その後の画像データはすべてエッジから得られることを考慮すれば、第一次データはエッジであるとするのが自然である。そこで、次のような手続きを考える。

1. まず仮説として、画像上に検定しようとする幾何学的構造を仮定する。
2. 次に、仮定した構造が成り立つためには各エッジをどの程度移動しなければならないかを調べる。
3. この移動量が固定したしきい値以下ならばその仮説を受理し、そうでなければ棄却する。

このしきい値は画像の解像度やエッジ検出に用いるオペレータなどに依存するため、経験的に調整しなければならない。しかし、これを一つ固定すると、どんな幾何学的構造に対してもそれが適用できる。なぜなら、すべての画像データはより低レベルの画像データから計算によって求まり、これをさかのぼっていけば、結局エッジに帰着するからである。したがって、異なるタイプの判定も一つの普遍的な「信頼水準」によって、その確からしさを互いに比較することができる。

### 3. Nベクトルによる点と直線の表現

次のようなカメラの撮像モデルを考える。Z軸がカメラの光軸と一致するようにXYZ座標系をとり、原点Oをレンズの中心(視点)とみなす。Z=f平面を画像面とする。ただしfはレンズの中心と撮像面までの距離であり、以下では単に焦点距離と呼ぶ。空間中の点は、視点Oとその点を結ぶ直線と、画像面Z=fとの交点に投影される(図1)。

視点Oから画像面上の点Pを指す単位ベクトルmを点PのNベクトルと呼び、視点Oと画像面上の直線lを含む平面の単位法線ベクトルn(二つの向

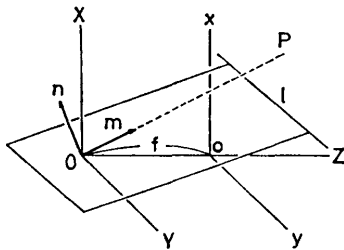


図1 画像面上の点と直線を表すNベクトル  
Fig. 1 N-vectors representing points and lines on the image plane.

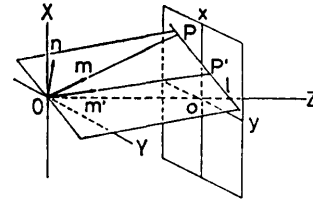


図2 Nベクトルによる2点を通る直線の計算  
Fig. 2 Computation of the line passing through two points in terms of N-vectors.

きのうちのどちらでもよい)を直線lのNベクトルと呼ぶ<sup>2),3)</sup>。

点や直線の位置をNベクトルで表せば、画像面上の画像原点から無限に離れた点でも表すことができるので、計算が常に有限の範囲で行える。ベクトルの正規化作用素Nを次のように定義する。

$$N[\mathbf{a}] \equiv \mathbf{a} / \|\mathbf{a}\|. \tag{1}$$

【命題1】 2点  $P_1, P_2$  を通る直線  $l$  のNベクトルは、 $P_1, P_2$  のNベクトル  $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$  により、次のように表される。

$$\mathbf{n} = N[\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2]. \tag{2}$$

(証明) 定義より  $\mathbf{m}_1$  は視点Oと点  $P_1$  を通る直線の3次元方向を示し、 $\mathbf{m}_2$  は視点Oと点  $P_2$  を通る直線の3次元方向を示す。2点  $P_1, P_2$  を通る直線  $l$  と視点Oとにより定まる平面は  $\mathbf{m}_1$  と  $\mathbf{m}_2$  の両方に垂直である(図2)。直線  $l$  のNベクトル  $\mathbf{n}$  はこの平面の単位法線ベクトルであるから、外積  $\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2$  を正規化したものである(証明終)。

Nベクトルを用いるためにはカメラに関する知識が必要のように思われるが、必要なのは画像の中心と焦点距離  $f$  のみである。これらは計算上の便宜的なもので、計算結果に本質的に影響することはなく、理論的には任意にとってよい。しかし、以下では真の  $f$  の(少なくとも等しいオーダーの)近似となっていると仮定する。

### 4. 数学上の準備

画像面上に点Pを取り、そのNベクトルを  $\mathbf{m}$  とする。以下、本論文を通して  $\mathbf{k} = (0, 0, 1)^T$  とおく。ただしTは転置であり、ベクトルの内積を  $(\cdot, \cdot)$  で、ノルムを  $\|\cdot\|$  で表す。

【補題1】 視点Oから点Pへ向かうベクトル  $\vec{OP}$  は次のように表される。

$$\vec{OP} = \frac{f\mathbf{m}}{(\mathbf{m}, \mathbf{k})}. \tag{3}$$

(証明)  $\mathbf{m}$  は  $\vec{OP}$  に沿う単位ベクトルであるから

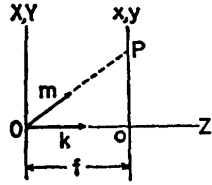


図3 画像面上の点PとそのNベクトルmとの関係  
Fig. 3 The relationship between a point P on the image plane and its N-vector m.

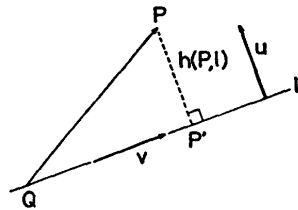


図4 画像面上の点Pと直線l  
Fig. 4 Point P and line l on the image plane.

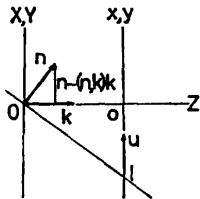


図5 画像面上の直線lとそのNベクトルnとの関係  
Fig. 5 The relationship between a line l on the image plane and its N-vector n.

(図3),  $\vec{OP} = cm$  において, 定数  $c$  を  $(\vec{OP}, \mathbf{k}) = f$  になるように決めれば(3)式が得られる(証明終).

【補題2】 画像面上でNベクトルが  $\mathbf{n}$  の直線  $l$  に垂直な単位ベクトル  $\mathbf{u}$  は次のように与えられる(図4).

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{n} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{k}}{\sqrt{1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2}} \quad (4)$$

(証明) 図5からわかるように, ベクトル  $\mathbf{n} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{k}$  は画像面に平行であり, かつ直線  $l$  に垂直である.  $\|\mathbf{n} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{k}\|^2 = (\mathbf{n}, \mathbf{n}) - 2(\mathbf{n}, \mathbf{k})^2 + (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2(\mathbf{k}, \mathbf{k}) = 1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2$  であるから,  $\mathbf{n} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{k}$  を正規化して(4)式が得られる(証明終).

【補題3】 Nベクトルが  $\mathbf{n}$  の直線  $l$  に沿う単位ベクトル  $\mathbf{v}$  は次のように与えられる(図4参照).

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{k}}{\sqrt{1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2}} \quad (5)$$

(証明) ベクトル  $\mathbf{v}$  は直線  $l$  と視点  $O$  を含む面上にあり,  $\mathbf{n}$  はその面に垂直であるから  $(\mathbf{v}, \mathbf{n}) = 0$  である. 一方,  $\mathbf{v}$  は画像面上にもあるので  $(\mathbf{v}, \mathbf{k}) = 0$ . ゆえに  $\mathbf{v}$  は  $\mathbf{n}$  と  $\mathbf{k}$  の両方に垂直であり, したがって

$\mathbf{n} \times \mathbf{k}$  に平行である.  $\|\mathbf{n} \times \mathbf{k}\| = \sqrt{1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2}$  であるから,  $\mathbf{n} \times \mathbf{k}$  を正規化して(5)式が得られる(証明終).

【補題4】 Nベクトルが  $\mathbf{m}$  の点  $P$  からNベクトルが  $\mathbf{n}$  の直線  $l$  までの距離  $h(P, l)$  は次のように与えられる(図4参照).

$$h(P, l) = \frac{f}{\sqrt{1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2}} \frac{|(\mathbf{m}, \mathbf{n})|}{(\mathbf{m}, \mathbf{k})} \quad (6)$$

(証明) 直線  $l$  上に任意に点  $Q$  をとる(図4参照). 距離  $h(P, l)$  は  $|(\vec{QP}, \mathbf{u})|$  で与えられる. ただし,  $\mathbf{u}$  は  $l$  に垂直な単位ベクトルである.  $\vec{QP} = \vec{OP} - \vec{OQ}$  であるから, (3)式と(4)式より

$$|(\vec{QP}, \mathbf{u})| = \frac{1}{\sqrt{1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2}} \times \left| \left( \frac{f\mathbf{m}}{(\mathbf{m}, \mathbf{k})} - \vec{OQ}, \mathbf{n} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{k} \right) \right| \quad (7)$$

となる.  $(\vec{OQ}, \mathbf{n}) = 0$  および  $(\vec{OQ}, \mathbf{k}) = f$  から(6)式が得られる(証明終).

【補題5】 Nベクトルが  $\mathbf{n}$  の直線  $l$  上でNベクトルが  $\mathbf{m}$  の点  $P$  に最も近い点  $P'$  のNベクトル  $\mathbf{m}'$  は次のように与えられる(図4参照. 以下  $|abc| = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c}) = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}, \mathbf{a}) = (\mathbf{c} \times \mathbf{a}, \mathbf{b})$  はベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  のスカラー三重積).

$$\mathbf{m}' = N \left[ \mathbf{k} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{n} + \frac{|\mathbf{m}\mathbf{n}\mathbf{k}|}{(\mathbf{m}, \mathbf{k})} \mathbf{n} \times \mathbf{k} \right] \quad (8)$$

(証明) 点  $P'$  を次式で定義する.

$$\vec{OP}' = \frac{f}{1 - (\mathbf{n}, \mathbf{k})^2} \left[ \mathbf{k} - (\mathbf{n}, \mathbf{k})\mathbf{n} + \frac{|\mathbf{m}\mathbf{n}\mathbf{k}|}{(\mathbf{m}, \mathbf{k})} \mathbf{n} \times \mathbf{k} \right] \quad (9)$$

$(\vec{OP}', \mathbf{k}) = f$  であることは容易に確かめられる. よって点  $P'$  は画像面上にある. また,  $(\vec{OP}', \mathbf{n}) = 0$  であることも容易に確かめられる. ゆえに  $P'$  は直線  $l$  上にある. さらに, 直線  $l$  に沿う単位ベクトルを  $\mathbf{v}$  とすると  $(\vec{PP}', \mathbf{v}) = 0$  となる. このことは(5)式と  $\vec{PP}' = \vec{OP}' - \vec{OP}$  の内積をとり, (3)式の  $\vec{OP} = f\mathbf{m}/(\mathbf{m}, \mathbf{k})$  と(9)式の  $\vec{OP}'$  を代入すれば確かめられる. したがって線分  $PP'$  は直線  $l$  に垂直であり, 点  $P'$  は  $l$  上で  $P$  に最も近い点である. そのNベクトルは(9)式を正規化して得られる(証明終).

### 5. 第一次直線データの食い違いの尺度

以下, エッジに当てはめた直線を第一次直線と呼び, 第一次直線のエッジが当てはまっている部分を基本部分と呼ぶ(エッジ一つに直線が一つ当てはまっているとする. 複数のエッジに共通の直線を当てはめる場合

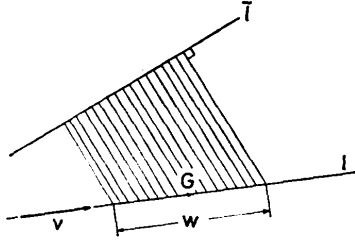


図6 中心G, 重みwの第一次直線lと直線lとの食い違いの尺度  
Fig. 6 The measure of deviation of line l from the primary line l with center G and weight w.

は次章で考える). すべてのエッジが同じエッジ検出オペレータより検出されるなら, エッジ部分が長いほど当てはめた直線が正確であると考えられる. そこで, 基本部分の長さをその直線の重み, 基本部分の中心をその直線の中心と呼ぶ. Nベクトルが $\bar{n}$ の直線 $\bar{l}$ を検出しようとして, Nベクトルが $n$ の直線 $l$ を検出したとする(以下バーは推定される値であることを示す). 直線 $\bar{l}$ と直線 $l$ の“食い違いの尺度”を次のように定義する.

直線 $l$ の中心をGとする. 直線 $l$ 上に向きをひとつ定め, Gから変位 $t$ の点を $P(t)$ として, そのNベクトルを $m(t)$ とする. 直線 $\bar{l}$ と直線 $l$ の食い違いの尺度として,

$$S = \int_{-w/2}^{w/2} h(P(t), \bar{l})^2 dt \quad (10)$$

を考える(図6). ただし,  $h(P(t), \bar{l})$ は(6)式で定義した, 点 $P(t)$ から直線 $\bar{l}$ までの距離である. 直線 $l$ の中心GのNベクトルを $m_c$ , 重みを $w$ とすると, [補題3]より次のようになる.

【命題2】

$$S = \frac{w}{1 - (\bar{n}, k)^2} \left[ f^2 \frac{(m_c, \bar{n})^2}{(m_c, k)^2} + \frac{w^2}{12} \frac{|\bar{n}nk|^2}{1 - (n, k)^2} \right] \quad (11)$$

(証明) [補題1]より $\vec{OP}(t) = f m(t) / (m(t), k)$ であるから, [補題4]より

$$h(P(t), \bar{l}) = \frac{|\vec{OP}(t), \bar{n}|}{\sqrt{1 - (\bar{n}, k)^2}} \quad (12)$$

となる. 直線 $l$ に沿った単位ベクトルを $v$ とすると $\vec{OP}(t) = \vec{OG} + tv$ である. [補題1]と[補題3]から

$$\vec{OP}(t) = \frac{f m_c}{(m_c, k)} + t \frac{n \times k}{\sqrt{1 - (n, k)^2}} \quad (13)$$

となる. これを(12)式に代入して,  $-w/2 \leq t \leq w/2$ の範囲で積分すると(11)式を得る(証明終).

$l$ は第一次直線であるから, その基本部分は実際に

画像中に存在する. すなわち直線 $l$ は(焦点距離 $f$ に比べて)画像原点の近くにある. したがって, 推定すべき直線 $\bar{l}$ もまた画像原点の近くにあると考えられる. ゆえに, それらのNベクトル $n, \bar{n}$ はともに画像面にはほぼ平行とみなせるから $(n, k) \approx 0, (\bar{n}, k) \approx 0$ . さらに, ベクトル $\bar{n} \times n$ は画像面にはほぼ垂直であるから $|\bar{n}nk| = (\bar{n} \times n, k) \approx \|\bar{n} \times n\| = \sqrt{1 - (\bar{n}, n)^2}$ . 一方, 直線 $l$ の基本部分は画像面上にあるので, その中心Gは(焦点距離 $f$ に比べて)画像原点に近い. したがって, Nベクトル $m_c$ は画像面にはほぼ垂直であり,  $(m_c, k) \approx 1$ . これらの近似を(13)式に代入すれば

$$S \approx w \left[ f^2 (m_c, \bar{n})^2 + \frac{w^2}{12} (1 - (n, \bar{n})^2) \right] \quad (14)$$

となる. そこで, 直線 $l$ と直線 $\bar{l}$ の距離を次のように定義する.

【定義1】

$$D(l, \bar{l}) = w \left[ f^2 (m_c, \bar{n})^2 + \frac{w^2}{12} (1 - (n, \bar{n})^2) \right] \quad (15)$$

右辺第1項は直線 $\bar{l}$ の直線 $l$ (の中心G)からの“位置”のずれの尺度, 第2項は“方向”のずれの尺度とみなすことができる.

## 6. 第一次直線データの共線テスト

複数の第一次直線が同一直線上にあるかどうかの判定法を考える. これはコンピュータビジョンにおいて非常に重要な問題である. なぜなら, 長い直線から成る物体の境界は, 画像のノイズや解像度の不足から, いくつものエッジの断片として検出される可能性があるからである. 従来, このエッジの“クラスタリング”は問題ごとに適当なしきい値によって処理されていた<sup>10, 11)</sup>.

【例1】 図7(a)の二つのエッジを考える. 図のように隣接するエッジごとの位置のずれ $\delta$ と角度のずれ $\alpha$ を定め, これらが適当に定めたしきい値より小さければ二つのエッジは同一直線上にあると判定すればよいように思われる. しかし, 3本以上のエッジに同じ判定を行おうとすると問題が起きる(図7(b)).

上の例に対して本論文では次のようにする. 図7

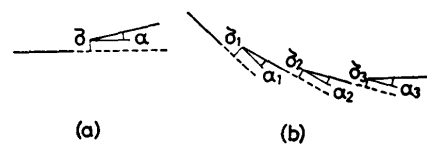


図7 エッジのまとめ方の判定  
Fig. 7 Judgement of edge grouping.

(a)の場合、まず二つの線分が同一直線上にあると仮定し、その直線  $\bar{l}$  を (例えば最小二乗法で) 推定する。次に、それぞれの線分が推定した直線  $\bar{l}$  上からどの程度食い違っているかを計算する。これには前章で定義した距離を用いる。それぞれの距離が設定したしきい値より小さければその仮定は受理し、そうでなければ棄却する。図 7 (b)の場合にも、すべてのエッジを含む直線を同じ方法で推定し、その仮説をそれぞれのエッジが推定した直線  $\bar{l}$  からどの程度食い違っているかを同じ方法で計算し、同じしきい値を用いて検定する。したがって、新しい基準や新しいしきい値を導入する必要はない。

形式的には次のように書ける。与えられた第一次直線を  $l_\alpha$  とし、各直線の中心  $G_\alpha$  の  $N$  ベクトルを  $m_{G_\alpha}$ ,  $\alpha=1, \dots, N$  とする。まず、これらの直線が同一直線上にあると仮定したときの共通の直線  $\bar{l}$  の  $N$  ベクトル  $\bar{n}$  を推定する。簡単な方法は行列

$$M = \sum_{\alpha=1}^N w_\alpha m_{G_\alpha} m_{G_\alpha}^T \quad (16)$$

の固有値最小の単位固有ベクトルを  $\bar{n}$  とすることである<sup>2),9)</sup>。ただし  $w_\alpha$  は直線  $l_\alpha$  の重みである。

次に、この仮説を検定する。(15)式で定義した距離  $D(l, \bar{l})$  を用いて、“共線性の尺度”を次のように定義する。

### 【定義 2】

$$\begin{aligned} D(l_1, \dots, l_N; \bar{l}) &= \max_{\alpha} D(l_\alpha, \bar{l}) \\ &= \max_{\alpha} w_\alpha \left[ f^2(m_{G_\alpha}, \bar{n})^2 + \frac{(w_\alpha)^2}{12} (1 - (n_\alpha, \bar{n})^2) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

この式がある設定したしきい値以下なら仮説は受理し、そうでなければ棄却する。理論的には(17)式を最小にするように推定直線  $\bar{l}$  を定めるべきであるが、(17)式の最小化には探索が必要で、計算に時間がかかるので(16)式の方法を採用する。

## 7. 第一次直線データの共点テスト

複数の第一次直線が同一交点で交わっているかどうかの判定を考える。これもコンピュータビジョンでは重要な問題である。

【例 2】 頂点をもつ物体画像にエッジ検出を施すと、誤差がなければ複数のエッジが一点で交わるはずである。しかし、これは実画像では期待できない(図 8(a))。したがって、複数の線分が一点で交わるかどうかの判定と、その交点の位置の推定を行わなければ

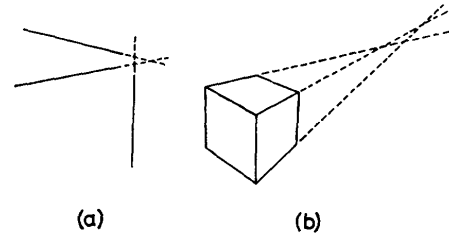


図 8 本来一点で交わる直線が誤差のため一点で交わらない。

Fig. 8 Theoretically concurrent lines do not meet at a single point due to error.

ならない。

【例 3】 空間中の平行線の投影像を画像面上で延長すると一つの消失点で交わるはずである。消失点の位置によって、これらの線分の空間中での 3次元方向が完全に定まるので、消失点の検出によって物体の 3次元形状を復元することができる<sup>2),3),6),7),9)</sup>。しかし、実画像では誤差があるため(図 8(b))、複数の線分が同一の消失点をもつかどうかの判定と、その消失点の位置の推定を行わなければならない。

単純に考えると、直線の交点同士の距離が適当なしきい値以下ならば同一交点であるとみなせばよいと思える。しかし、そのためのしきい値を固定することができない。上の二つの例では【例 2】より【例 3】のほうがより大きなしきい値を用いなくてはならない。個々のエッジのずれが小さくても、それらの消失点は大きくずれてしまうからである。このように、しきい値はエッジの大きさや位置、交点の位置などの要因を考えなければならないが、従来は便宜的に処理されてきた<sup>3)-7),9)</sup>。

本論文では前章と同様に、まず共通の交点を推定し、次にこの推定が正しいとした場合に比べて第一次データがどの程度食い違っているかを計算する。これが設定したしきい値以下ならば仮説を受理する。

与えられた直線を  $l_\alpha$ 、その  $N$  ベクトルを  $n_\alpha$ ,  $\alpha=1, \dots, N$  とする。一点で交わると仮定したときの共通の交点  $\bar{P}$  の  $N$  ベクトル  $\bar{m}$  を行列

$$N = \sum_{\alpha=1}^N w_\alpha n_\alpha n_\alpha^T \quad (18)$$

の固有値最小の単位固有ベクトルとする<sup>2),9)</sup>。ただし  $w_\alpha$  は直線  $l_\alpha$  の重みである。計算は常に有限の範囲で行われるので、直線  $l_\alpha$ ,  $\alpha=1, \dots, N$  および推定した  $\bar{P}$  は画像面上のどこにあってもよい。

次に、この仮説を検定する。推定点  $\bar{P}$  と各直線  $l_\alpha$  の中心  $G_\alpha$  を通る直線  $\bar{l}_\alpha$  を引く(図 9)。直線  $l_\alpha$  と

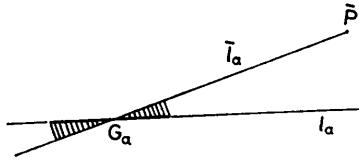


図9 点  $\bar{P}$  が第一次直線  $l_\alpha$  上にあると判定する基準  
Fig. 9 The criterion to judge that point  $\bar{P}$  is on the primary line  $l_\alpha$ .

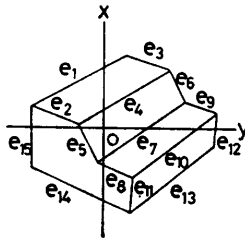


図10 実画像から得た多面体の線画  
Fig. 10 The line drawing of a polyhedron obtained from a real image.

直線  $l_\alpha$  との距離は次のようになる。

$$D(l_\alpha, \bar{l}_\alpha) = \frac{(w_\alpha)^3}{12} \left[ 1 - \frac{|\bar{m} n_\alpha m_{G_\alpha}|^2}{1 - (\bar{m}, m_{G_\alpha})^2} \right]. \quad (19)$$

ただし,  $m_{G_\alpha}$  は直線  $l_\alpha$  の中心  $G_\alpha$  の N ベクトルである。

(証明) 直線  $l_\alpha$  の N ベクトルを  $\bar{n}_\alpha$  とする。直線  $l_\alpha$  は  $G_\alpha$  を通るので  $(m_{G_\alpha}, \bar{n}_\alpha) = 0$  であり, 点  $\bar{P}$  と  $G_\alpha$  を通る直線  $l_\alpha$  の N ベクトルは [命題 1] より次のように与えられる。

$$\bar{n}_\alpha = \frac{\bar{m} \times m_{G_\alpha}}{\|\bar{m} \times m_{G_\alpha}\|} = \frac{\bar{m} \times m_{G_\alpha}}{\sqrt{1 - (\bar{m}, m_{G_\alpha})^2}}. \quad (20)$$

これらを (15) 式に代入すれば (19) 式が得られる (証明終)。

そこで, “共点性の尺度” を次のように定義する。

**【定義 3】**

$$\begin{aligned} D(l_1, \dots, l_N; \bar{P}) &= \max_\alpha D(l_\alpha, \bar{l}_\alpha) \\ &= \max \frac{(w_\alpha)^3}{12} \left[ 1 - \frac{|\bar{m} n_\alpha, m_{G_\alpha}|^2}{1 - (\bar{m}, m_{G_\alpha})^2} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

この値がしきい値より小さければ仮説を受容する。やはり理論的には, (21) 式を最小にするように交点  $\bar{P}$  を推定するべきであるが, 反復を要して計算に時間がかかるので (18) 式の方法を採用する。

【実行例 1】 多面体の実画像から図 10 の線画が得られたとし, そのエッジは, 図に示すようにラベル付けされているものとする。これに上に述べた共点テ

ストを施すと, しきい値  $10^{-8} f^3$  に対して 3 組  $\{e_1, e_4, e_7, e_{10}, e_{13}\}$ ,  $\{e_2, e_3, e_8, e_9, e_{14}\}$ ,  $\{e_{11}, e_{12}, e_{15}\}$  が検出できる。このしきい値  $10^{-8} f^3$  をこの判定の「信頼水準」(小さいほど信頼できる) とみなすことができる。

## 8. 第二次点データの共線テスト

実際の画像処理では, 点は直線の交点として定まるが, 求めた複数の点が共通の直線上にあるかどうかを判定する方法を考える。これもコンピュータビジョンのいろいろな問題で必要となる。例えば複数の物体が水平面上に置かれていて, 何組かの平行なエッジがあった場合, それらの消失点は共通の“地平線”上になければならない (図 11)。これによって, 各物体面が水平かどうか判定できる。

しかし, 実際の画像では誤差があるため, これらが厳密に成立することは期待できない。また, 各点は計算によって得られるものであるから, 画像原点から無限に離れたところに位置するかもしれない。これらを考慮して, N ベクトルによる仮説検定を次のように行う。

テストする点を  $P_\alpha$ , その N ベクトルを  $m_\alpha, \alpha=1, \dots, N$  とする。まず最初に, これらの点が同一直線上にあるとしたときの共通の直線  $l$  の N ベクトル  $\bar{n}$  を行列

$$M = \sum_{\alpha=1}^N m_\alpha m_\alpha^T \quad (22)$$

の固有値最小の単位固有ベクトルとする<sup>2),9)</sup>。計算は常に有限の範囲で行えるので, 点  $P_\alpha, \alpha=1, \dots, N$  が画像原点から無限に遠く離れていても正しく計算できる。

次に, この仮説を検定する。各点が複数の直線の交点として定まることに注意して, 点  $P_\alpha$  を定める第一次直線を  $l_\beta^{(\alpha)}$ , その N ベクトルを  $n_\beta^{(\alpha)}, \beta=1, \dots, N_\alpha$  とする。まず, 推定した直線  $l$  上の点で, 点  $P_\alpha$  に最も近い点を  $\bar{P}_\alpha$  とする。点  $P_\alpha$  の N ベクトル  $m_\alpha$  は [補題 5] の (8) 式によって計算できる。 (21) 式で定義した  $D(l_1, \dots, l_N, \bar{P})$  を用いて “共線性の尺度”

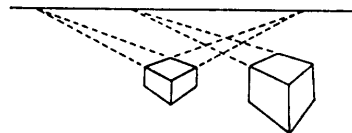


図11 消失線による面や辺の平行性の判定  
Fig. 11 Judgement of parallelism for surfaces and edges from vanishing lines.

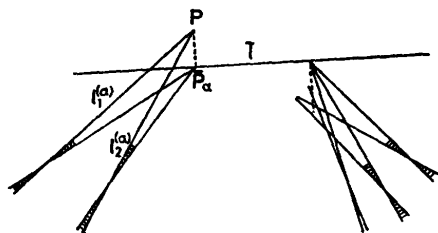


図 12 点 P が二次直線 l 上にあると判定する基準  
Fig. 12 The criterion to judge that point P is on the secondary line l.

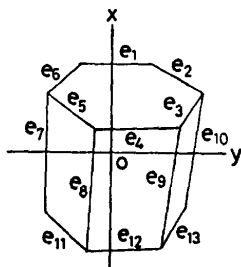


図 13 実画像から得た多面体の線画  
Fig. 13 The line drawing of a polyhedron obtained from a real image.

を次のように定義する (図 12).

【定義 4】

$$\begin{aligned}
 D(P_1, \dots, P_N; \bar{l}) &= \max_{\alpha} D(l_1^{(\alpha)}, \dots, l_{N_{\alpha}}^{(\alpha)}; \bar{P}_{\alpha}) \\
 &= \max_{\alpha} \max_{\beta} \frac{(w_{\beta}^{(\alpha)})^3}{12} \left[ 1 - \frac{|\bar{m}_{\alpha} n_{\beta}^{(\alpha)} m_{G_{\beta}^{(\alpha)}}|^2}{1 - (\bar{m}_{\alpha}, m_{G_{\beta}^{(\alpha)}})^2} \right].
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

ただし、 $w_{\beta}^{(\alpha)}$  は直線  $l_{\beta}^{(\alpha)}$  の重み、 $m_{G_{\beta}^{(\alpha)}}$  は直線  $l_{\beta}^{(\alpha)}$  の中心  $G_{\beta}^{(\alpha)}$  の N ベクトルである。これは、エッジの交点がすべて直線  $\bar{l}$  上にあるためには、エッジをどの程度ずらさなければならないかを示す量である。この量が設定したしきい値より小さければ仮定を受理し、そうでなければ棄却する。理論的には、(23) 式を最小にするように直線  $\bar{l}$  を推定すべきであるが、これは反復を要するので (22) 式の方法を採用する。

【実行例 2】 図 13 は実画像から得られた多面体の線画である。前章の共点テストによれば 4 組  $\{e_1, e_4, e_{12}\}$ ,  $\{e_2, e_5, e_{11}\}$ ,  $\{e_3, e_8, e_{13}\}$ ,  $\{e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$  が検出できる。最初の 3 組の定める消失点に本章の共線テストを施すと、しきい値  $10^{-8} f^3$  で同一直線上にあると判定できる。この判定の「信頼水準」は  $10^{-8} f^3$  であるから、前章の【実行例 1】の判定と「同じ水準」の判定であることもわかる。

9. おわりに

本論文ではエッジを基本データとみなし、その他の画像データはすべてこのエッジから計算されると考えて、画像データのもつ幾何学的関係の仮説検定の論理的に一貫した手続きを提案した。これは仮定した幾何学的構造が存在するためには元のエッジをどの程度ずらさなければならないかを計算するものである。これにより、エッジの食い違いの尺度ただ一つによってすべてのテストを行うことができるので、異なった問題に対してもその確からしさを普遍的な「信頼水準」によって比較できる。

本論文では次の二つの「計算上の問題」に注意を払っている。第一は「計算のあふれ」である。すべての計算が有限の範囲内で行わなければならない。計算によって求まる点や直線は画像面上で無限の遠方にあるかもしれないが、「N ベクトル」によって点や直線の位置を表せば、計算のあふれを防ぐことができる。

第二は「計算の効率化」である。すべてのテストは探索や反復を含まない直接的な式で表す必要がある。そのために、さまざまな近似や推定の手法を示した。

参 考 文 献

- 1) Andress, K.M. and Kak, A.C.: Evidence Accumulation & Flow of Control in a Hierarchical Spatial Reasoning System, *AI Magazine*, Vol. 1, pp. 75-94 (1988).
- 2) 金谷健一: 画像理解 / 3次元認識の数理, 森北出版 (1990).
- 3) Kanatani, K.: *Group-Theoretical Methods in Image Understanding*, Springer (1990).
- 4) 近藤邦雄, 木村文彦, 田嶋太郎: 手書き透視図の視点推定とその応用, *情報処理学会論文誌*, Vol. 29, No. 7, pp. 686-693 (1988).
- 5) Magee, M.J. and Aggarwal, J.K.: Determining Vanishing Points from Perspective Images, *Comput. Vision Gr. Image Process.*, Vol. 26, pp. 256-267 (1984).
- 6) Mulgaonkar, P.G., Shapiro, L.G. and Haralick, R.M.: Shape from Perspective: A Rule-Based Approach, *Comput. Vision Gr. Image Process.*, Vol. 36, pp. 298-320 (1986).
- 7) 中谷広正, 北橋忠広: 無限遠点を用いた情景中の対象物の 3次元復元, *電子通信学会論文誌(D)*, Vol. J68-D, No. 8, pp. 1481-1488 (1975).
- 8) 小野寺康浩, 金谷健一: 計算射影幾何学, *情報処理学会研究報告*, 89-CV-61 (1989).
- 9) 田中俊江, 川島孝夫, 金谷健一: 平行性仮説による多面体の 3次元形状復元, *電子情報通信学会*

- 論文誌 (D-II), Vol. J72-D-II, No. 4, pp. 517-525 (1989).
- 10) Weiss, I.: Line Fitting in a Noisy Image, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 11, No. 3, pp. 325-329 (1989).
- 11) Weiss, R. and Boldt, M.: Geometric Grouping Applied to Straight Lines, *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Pattern Recogn.*, Miami Beach, FL, pp. 656-661 (1986).

(平成元年8月28日受付)

(平成2年4月17日採録)



**金谷 健一 (正会員)**

1947年岡山県生。72年東京大学工学部計数工学科(数理工学)卒業。79年同大学院博士課程修了。工学博士。同年群馬大学工学部情報工学科助手, 83年同助教授, 88年同教授。69~70年米国 Case Western Reserve 大学留学。85~86年米国 Maryland 大学客員研究員。88年デンマーク Copenhagen 大学客員教授。著書「線形代数」(共著), 講談社, 1987, “Group-Theoretical Methods in Image Understanding”, Springer, 1990, 「画像理解—3次元認識の数理—」, 森北出版, 1990。87年情報処理学会論文賞。



**川島 孝夫**

1965年栃木県生。88年群馬大学工学部情報工学科卒業。90年同大学院修士課程修了。同年富士ゼロックス(株)入社。計算機ユーザインタフェースに興味をもつ。