D-041

ガウス分布に基づく移動オブジェクト群に対する連続的空間問合せ

兒玉 一樹 [†]　飯島 裕一 [†]　石川 佳治 [†† †]
[†] 名古屋大学 情報科学研究科　[††] 名古屋大学 情報基盤センター

1 まえがき

本稿では，移動ロボットなどの多数の移動オブジェクトが自律的に移動する環境において，これらの位置に対する問合せを行うための連続的問合せの手法について検討する．それぞれの移動オブジェクトは，移動履歴およびセンシングの結果をもとに，自身の位置をガウス分布の形式で定期的に推定するものとする．ガウス分布による位置推定技術は，移動ロボット技術で基本的な手法の一つである [2].

一方，移動オブジェクトの集合に対する連続的問合せとして，以下の 2 種類を考える．

- **確率的範囲問合せ**：指定した点 $\boldsymbol{q}$ から距離 δ 以内に存在する確率が θ 以上である移動オブジェクトを求めよ．
- **期待距離問合せ**：指定した点 $\boldsymbol{q}$ に対する期待距離が δ 以下である移動オブジェクトを求めよ．

期待距離問合せは，最近傍問合せの一種と考えることができる．実際，期待距離問合せの結果を期待距離に基づいてソートして，上位 k 件を取り出すと，期待距離による k 最近傍問合せが実現できる．

図 1 は確率的連続範囲問合せを図示したものである．ここでは 4 つの移動オブジェクト o_1, o_2, o_3, o_4 が存在し，それらのガウス分布の等確率面が図の楕円形のように表わされているとする．ガウス分布は無限の広がりを持つため，どのオブジェクトも半径 δ の円内に存在する可能性があることに注意する．

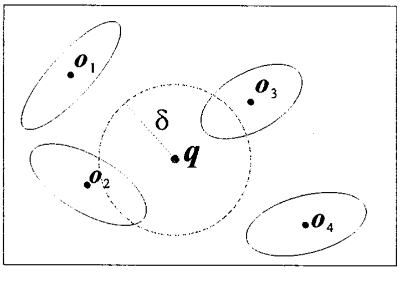

図 1: 確率的連続範囲問合せ

本研究では，問合せは連続的に処理されると想定する．問合せ処理システムから発行された問合せは，まず各オブジェクトに対して配信され，各オブジェクトに登録される．オブジェクトは，移動を続ける間，自身の位置をガウス分布として定期的に推定する．問合せ処理の単純なアプローチとしては，推定されたガウス分布が問合せ条件を満たすかどうかを移動オブジェクト自身が判定し，満たした場合にその旨を通知するというものがある．しかし，後述のように，確率分布を含む問合せ処理には処理コストの高い数値積分が含まれるため，移動ロボット等の処理能力では十分対応できないこともある．そのため，以下では処理コストを抑えるような問合せ処理のアプローチを示す．

2 確率的範囲問合せの処理方式

確率的連続範囲問合せを定式化する．まず，問合せ点 q と移動オブジェクト o_i の距離が δ 以下である確率は，以下の積分で与えられる．

$$\Pr(q, o_i, \delta) = \int_{\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{q}\| \le \delta} p_i(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \tag{1}$$

$\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{q}\|$ はベクトル間のユークリッド距離を表し，

$$p_i(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}|\boldsymbol{\Sigma}_i|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{o}_i)^t \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{o}_i)\right] \tag{2}$$

はオブジェクト o_i の位置を表す d 次元ガウス分布である．$\boldsymbol{\Sigma}_i$ は共分散行列を表す．この定義より，

$$\Pr(q, o_i, \delta) \ge \theta \tag{3}$$

が成り立つとき，o_i は問合せ結果に含まれる．

式 (1) の積分は，モンテカルロ法などの数値積分を用いて求めることになるが，これはコストが非常に大きい．そこで，筆者らのグループにより [1] で提案された，ガウス分布を近似する上限・下限の関数を活用する*．上限・下限の関数は，$\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}$ の最小（最大）固有値 $\lambda^{\top}$ （$\lambda^{\perp}$）を用いて定義でき，上限の関数は

$$p_i^{\top}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}|\boldsymbol{\Sigma}_i|^{1/2}} \exp\left[-\frac{\lambda^{\top}}{2}\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{o}_i\|^2\right] \tag{4}$$

という式となる．この関数は，等距離面が球（円）である，$p_i(\boldsymbol{x})$ の上限を与える関数である．同様に $p_i^{\perp}(\boldsymbol{x})$ が定義でき，$p_i^{\perp}(\boldsymbol{x}) \le p_i(\boldsymbol{x}) \le p_i^{\top}(\boldsymbol{x})$ が常に成り立つ．

以下のようにオブジェクト o_i における問合せ処理のアルゴリズムを与えることができる．このアルゴリズムは，オブジェクト o_i の位置を表すガウス分布が更新されたときに起動される．

Continual Spatial Queries for Moving Objects Obeying Gaussian Distributions
Kazuki Kodama[†], Yuichi Iijima[†] Yoshiharu Ishikawa[†† †]
[†] Graduate School of Information Science, Nagoya University
[††] Infomation Technology Center, Nagoya University

*本稿と異なり，論文 [1] では，問合せオブジェクトの位置がガウス分布に従う場合を考えている．

確率的範囲問合せの処理アルゴリズム

1. **on update** $(\boldsymbol{o}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ **do**
2.   **if** $\mathrm{Pr}^{\perp}(q, o_i, \delta) \geq \theta$
3. o_i が条件を満たすと通知
4.   **else if** $\mathrm{Pr}^{\top}(q, o_i, \delta) \geq \theta$
5. o_i が条件を満たす可能性があると通知し，
6. $(\boldsymbol{o}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ と上限・下限の確率も合わせて送付
7.   **end**
8. **end**

上記アルゴリズムにおいて，$\mathrm{Pr}^{\perp}(q, o_i, \delta)$ および $\mathrm{Pr}^{\top}(q, o_i, \delta)$ は，式 (2) において $p_i(\boldsymbol{x})$ をそれぞれ $p_i^{\perp}(\boldsymbol{x}), p_i^{\top}(\boldsymbol{x})$ に変えて得られる積分結果であり，それぞれ，下限・上限の見積結果を表す．これらの近似関数の評価は，δ の値と $\|\boldsymbol{q} - \boldsymbol{o}_i\|$ の 2 つの値を引数にして，事前に作成してある統計表を引くことで処理できる [1]．詳細については省略するが，数値積分の処理を行わずに，候補を絞り込むことが可能である．

3 期待距離問合せの処理方式

期待距離は以下の式で与えられる．

$$ED(q, o_i) = \int \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{q}\| p_i(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \qquad (5)$$

積分範囲は空間全体である．この場合も，上限・下限の関数を用いて近似する．上限の近似距離は

$$ED_i^{\top}(q, o_i) = \int \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{q}\| p_i^{\top}(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \qquad (6)$$

となる．下限の近似距離も同様に与えられ，$ED^{\perp}(q, o_i) \leq ED(q, o_i) \leq ED^{\top}(q, o_i)$ が常に成り立つ．

上記の式を変形すると，以下が得られる．

$$ED_i^{\top}(q, o_i) = \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}_i|^{1/2} (\lambda^{\top})^{d/2}} \int \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\eta}_i\| \cdot p_{\mathrm{norm}}(\boldsymbol{x}) d\boldsymbol{x} \qquad (7)$$

ただし，

$$\boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{q} - \boldsymbol{o}_i \qquad (8)$$

$$p_{\mathrm{norm}} = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\|\boldsymbol{x}\|^2\right] \qquad (9)$$

と置いている．

この性質を用いて，以下のように問合せを処理する．まず，さまざまな $\boldsymbol{\eta}_i$ の値について，式 (7) の $\int \ldots d\boldsymbol{x}$ の部分を数値積分して計算し，統計表を作成し†，各移動オブジェクトに事前に配信する．

問合せ処理アルゴリズムは，確率的範囲問合せのアルゴリズムと類似したものとなり，次のようになる．

† 実際には，$\boldsymbol{\eta}_i$ の長さだけが積分値に影響を与えるため，異なる $\|\boldsymbol{\eta}_i\|$ の値について求めればよい．

期待距離問合せの処理アルゴリズム

1. **on update** $(\boldsymbol{o}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ **do**
2.   **if** $ED^{\top}(q, o_i) \leq \delta$
3. o_i が条件を満たすと通知
4.   **else if** $ED^{\perp}(q, o_i) \leq \delta$
5. o_i が条件を満たす可能性があると通知し，
6. $(\boldsymbol{o}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ と上限・下限の距離も合わせて送付
7.   **end**
8. **end**

$ED^{\perp}(q, o_i)$ の求め方について述べておく．$(\boldsymbol{o}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ が与えられると，まず固有値分解を行って，最小・最大固有値 $\lambda^{\top}, \lambda^{\perp}$ を得る．また，$|\boldsymbol{\Sigma}_i|$ も計算しておく．$\boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{q} - \boldsymbol{o}_i$ を計算し，$\|\boldsymbol{\eta}_i\|$ の値をもとに，統計表を引く．もし，$\|\boldsymbol{\eta}_i\|$ の値にちょうど一致するエントリがあれば，その行の積分値の値を得る．一致するエントリがなければ，$\|\boldsymbol{\eta}_i\|$ の値より大きいもので，最小のエントリの積分値を採用する．この際には多少の余分なコストが発生するが，最終的には正しい値が求まる．一方，$ED^{\top}(q, o_i)$ の計算の際には，ちょうど一致するエントリがなければ，逆に $\|\boldsymbol{\eta}_i\|$ の値より小さいもので，最大のエントリの積分値を採用する．

問合せ処理システムには，条件を満たした，もしくは満たす可能性がある各移動オブジェクトから，継続的にメッセージが送られる．問合せ処理システムは，明らかに条件を満たす場合（上記アルゴリズムの 2〜3 行目）には，問合せ結果に即座にそれを追加し，条件を満たす可能性がある場合（4〜6 行目）には，数値積分により実際の期待距離を評価し，その結果に応じて問合せ結果を更新する．連続的問合せであるため，問合せ結果は常時更新が続けられる．

なお，上では省略したが，実際には，それまで問合せ条件を満たしていた（満たす可能性があった）オブジェクトが問合せ条件を満たさなくなった場合に，各オブジェクトはその旨を通知する必要がある．

4 まとめと今後の課題

本稿では，多数の移動オブジェクトが，その推定位置を定期的に評価し，ガウス分布として求めるような状況において，連続的な空間問合せ処理を実行するためのアプローチについて述べた．今後，シミュレーション等による評価を行う予定である．

謝辞

本研究の一部は，科学研究費（19300027, 21013023）の助成による．

参考文献

[1] Y. Ishikawa, Y. Iijima, and J. X. Yu. Spatial range querying for gaussian-based imprecise query objects. In *ICDE 2009*, pp. 676–687, 2009.

[2] S. Thrun, W. Burgard, and D. Fox. 確率ロボティクス. 毎日コミュニケーションズ, 2007.