

ロボット指制御のためのポート・ハミルトン法

A port-Hamiltonian method for robot finger control

佐藤一宏*

Kazuhiro Sato

1 はじめに

ロボット指制御のモデルは我々の知る限り、全てラグランジュ形式で表現されている。しかし、そのモデルは非線形微分方程式系であり、ラグランジュ形式で制御入力を決定することは容易ではない。

そこで、本稿ではポート・ハミルトン形式でモデル化を行い、制御入力が容易に決定可能な制御法を提案する。この方法は制御系のハミルトニアンを確定でき、指と物体との接触に関わる速度拘束を持つすべての制御系に対して適用可能である。

2 問題設定

本稿では、図1のように、自由度3のロボット手の指が、点 $O_m(x_m, y_m)$ に重心が固定された長方形の物体を回転させて目標角度 θ_d へ操作する制御問題を考える。ここで、簡単化のために指先は半径 r の円板で質量は無視できるとし、長方形物体と転がり接触していると仮定する。ただし、 r はリンクの長さに対して十分小さいと仮定する。紙面は水平面であって重力は運動に影響しないとする。

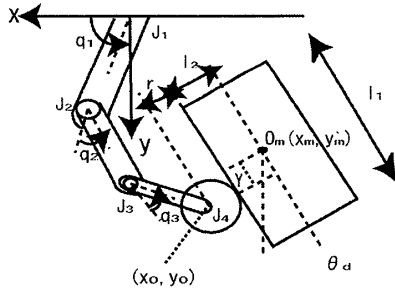


図1: 転がり接触による物体操作

3 ロボット指制御

3.1 ラグランジュ形式での制御

参考文献 [2] では、ラグランジュ形式でモデルを表現し、次のような制御入力を加えて目標を実現している。

$$u = -\dot{q} - f_d \frac{\partial Q}{\partial q} - f_d Y e - k(\theta - \theta_d) \frac{\partial R}{\partial q} \quad (1)$$

ただし、 f_d は物体を押す力で k と共に正の定数、 Q は指先が物体表面と接触していることから生じ、 R は滑らないという条件から生じる。また、 Y は図1で示したように指先と物体重心の転がり方向の隔たりを表し、 $e = (1, 1, 1)$ である。

* 京都大学大学院情報学研究所, Graduate School of Informatics, Kyoto University

(1) の制御入力は制御系のエネルギーがリヤプノフ関数になるように定めたものと思われるが、制御則の一般的導出法は明らかでない。そこで、我々はポート・ハミルトン形式でモデル化を行い、ハミルトニアンが確定でき、速度拘束を持つ全ての制御系に適用可能な制御方法を提案する。

3.2 ポート・ハミルトン形式での制御

速度拘束 $A^T(q)\dot{q} = 0$ がある時、入出力付きのハミルトン方程式は次のように書ける。

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} + Bu + A(q)\lambda \\ y = B^T \frac{\partial H}{\partial p}(q, p) \\ A^T(q) \frac{\partial H}{\partial p}(q, p) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 H は $H := \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q)p + V(q)$ で定義されるハミルトニアンで、 u は制御入力、 y は出力、 λ は拘束力を表す。また、 n_1, n_2 をそれぞれロボットの指の配位空間の次元、対象物体の配位空間の次元として、 $B = \begin{pmatrix} I_{n_1 \times n_1} \\ 0_{n_2 \times n_1} \end{pmatrix}$ である。

以下では、速度拘束を考慮して (2) を、拘束力を表す未定乗数が陽に表れないポート・ハミルトン形式へと変換する。今 $A(q)$ はフルランクと仮定すると、 $A^T(q)S(q) = 0$ となるフルランクの行列 $S(q)$ が存在する。ここで、 $p_{tan} := S^T(q)p$ 、 $p_{nor} := A^T(q)p$ のように p を分割する。このとき、 $p_{nor} = \begin{pmatrix} A_1^T(q) & A_2^T(q) \end{pmatrix} p$ として、 $A_2(q)$ は正則だと仮定すると、 $A_2^{-T} p_{nor} = \begin{pmatrix} A_2^{-T} A_1^T(q) & I \end{pmatrix} p$ となる。ここで、 $A_2^{-T} p_{nor}$ を p_{nor} に、 $\begin{pmatrix} A_2^{-T} A_1^T(q) & I \end{pmatrix}$ を $A^T(q)$ に新たに置き換えると、 $S = \begin{pmatrix} I \\ -A_2^T(q)A_1^T(q) \end{pmatrix}$ となる。ここで p_{tan}, p_{nor} を利用すると (2) から拘束条件を落とした形で、次のポート・ハミルトン表示が得られる。

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{p}_{tan} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial H_c}{\partial q} \\ \frac{\partial H_c}{\partial p_{tan}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ B_c(q) \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{pmatrix} 0 & B_c^T(q) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial H_c}{\partial q} \\ \frac{\partial H_c}{\partial p_{tan}} \end{pmatrix} \end{cases}$$

ただし、 $J := \begin{pmatrix} 0 & S \\ -S^T & -(p^T[S_i, S_j](q)) \end{pmatrix}$ 、 $[S_i, S_j](q) := \frac{\partial S_i}{\partial q}(q)S_j(q) - \frac{\partial S_j}{\partial q}(q)S_i(q)$ 、 $B_c(q) := S^T(q)B$ である。ま

$$\text{た, } \begin{pmatrix} N_1 & N_2^T \\ N_2 & N_3 \end{pmatrix} := \left[\begin{pmatrix} S^T(q) \\ A^T(q) \end{pmatrix} M(q) (S \ A) \right]^{-1}$$

と定義する。さらに、 $N := N_1 - N_2^T N_3^+ N_2$ とすると $H_c(q, p_{tan}) = \frac{1}{2} p_{tan}^T N p_{tan}$ となる。ただし、 N_3^+ は N_3 の擬似逆行列を表す。

参考文献 [1] に従って、ハミルトニアンにペナルティ関数を付け加えて、ポルト・ハミルトン形式の形を維持する次のような一般化正準変換を行う。

$$\begin{cases} x_{new} = x + \int \left\{ J \frac{\partial U}{\partial x} + \begin{pmatrix} 0 \\ B_c \end{pmatrix} \beta \right\} dt \\ H_{new}(x_{new}, t) = H_c(\Phi^{-1}(x_{new}, t), t) + U(\Phi^{-1}(x_{new}, t), t) \\ u_{new} = \beta(x, t) + u \end{cases}$$

ここで、 $x := (q, p_{tan})$ とした。ロボット指の位置座標を $q^{(1)}$ 、対象物体の位置座標を $q^{(2)}$ として $q = (q^{(1)}, q^{(2)})$ のように位置座標を分解する。ロボット指の最終的な形態は考慮せずに、対象物体を目標位置へ制御するのでペナルティ関数 $U(q^{(2)})$ を付け加えて上記の一般化正準変換を行うと次のようになる。

$$\begin{aligned} q_{new} &= q \\ p_{new} &= p_{tan} + S^T \{ B\beta - U_q \} t \end{aligned}$$

ここで、 $\gamma := B\beta - U_q$ とおくと、一般化正準変換後のハミルトニアンは $H_{new}(q_{new}, p_{new}, t) := H_c + U = \frac{1}{2} (p_{new}^T N p_{new} - 2 p_{new}^T N S^T \gamma t + \gamma^T S N S^T \gamma t^2) + U$ となり、 $S^T \gamma = 0 \Leftrightarrow B_c(q)\beta = S^T(q)U_q$ であるならば $\frac{d}{dt} H_{new}(q_{new}, p_{new}, t) = \gamma^T u_{new}$ が成り立つ。このとき、 $p_{new} = p_{tan}$ となり、 $u_{new} = -ky, k > 0$ とすると、一般化正準変換の定義より、入出力の関係は $u = -ky - \beta$ となる。ここで、 $C := ((p_{tan}^T - p_{tan}^T N_2^T N_3^+) (S \ A)^{-1} [S_i, S_j](q))_{i,j} + k B_c(q) B_c^T(q)$ と定義すると、システムは

$$\begin{cases} \dot{q} = S N p_{tan} \\ \dot{p}_{tan} = -S^T(q) \frac{\partial H_c}{\partial q} - C N p_{tan} - S^T U_q \end{cases}$$

となる。一般化正準変換後もポルトハミルトン形式なのでシステムの平衡点は安定であると言える。

4 提案法と従来法の比較

所望の角度を θ_d とした時に、加えるペナルティ関数を $U = \frac{1}{2}(\theta - \theta_d)^2$ として、パラメータは以下のように設定する。

	縦の長さ (m)	幅の長さ (m)	質量 (kg)
$J_1 - J_2$	0.05	0.01	0.016
$J_2 - J_3$	0.03	0.008	0.01
$J_3 - J_4$	0.01	0.006	0.006
物体	$l_1 = 0.1$	$l_2 = 0.03$	0.3

指先の球の半径を $r = 0.005$ とするとき、物体の重心の位置を $x_m = x_0 - (r + l_2)$ 、 $y_m = y_0 - l_1/4$ と固定する。初期角度を $q_1 = 30^\circ, q_2 = 45^\circ, q_3 = 30^\circ$ として目標角度を $\theta = 30^\circ$ として図2の結果が得られた。また初期角度は同様で、目標角度 $\theta = 60^\circ$ とすると図3の結果が得られた。

収束の速さの違いはペナルティ関数の係数を調節することで変わるので重要ではない。両者の大きな違いは誤差である。誤差は従来法ではパラメータを調節してもほとんど変わらなかったが、提案法ではペナルティ関数の係数を大きくすると収束が速くなるのと同時に誤差も小さくなった。

目標角度	提案法の誤差	従来法の誤差
30°	1.82×10^{-5}	2.90×10^{-3}
60°	2.16×10^{-5}	1.95×10^{-2}

従来法よりも提案法の方が誤差が小さくなる要因は従来法は式(1)のように物体を押しつける力が定数であるのに対し、提案法ではそれに対応する量が時々刻々と変化するためだと考えられる。

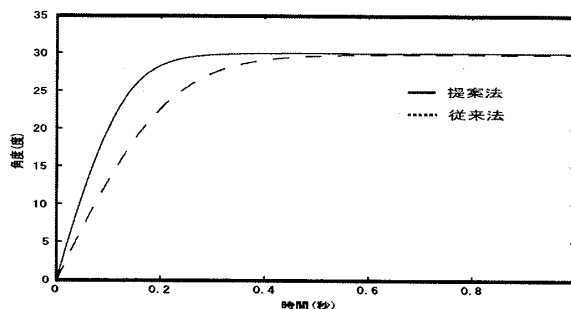


図2: 目標角度 30° への接近

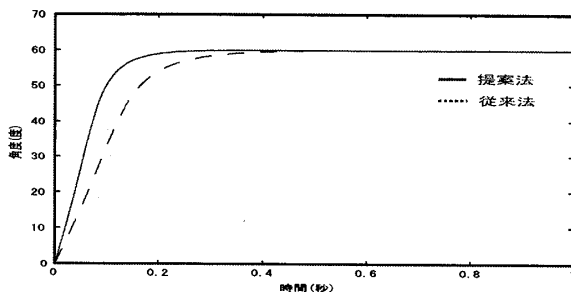


図3: 目標角度 60° への接近

5 まとめ

ハミルトニアンが確定でき、速度拘束を持つ全ての制御系に適用可能な制御法を提案した。提案法の特徴は制御対象が変わってもシステムティックに制御則が決定できることである。また、シミュレーションを行った結果、提案法は従来法に比べて誤差が小さくなるという結果も得られた。

今後は非ホロノーム拘束を持つ問題を研究する予定である。

参考文献

- [1] K. Fujimoto, T. Sugie. Canonical transformation and stabilization of generalized Hamiltonian systems, Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design (NOLCOS98), Enschede, The Netherlands, pp.544-549, 1998.7.
- [2] 有本卓. 数学は工学の期待に応えられるのか. 岩波書店, 2004. ISBN:4-00-005526-7.
- [3] A.J. van der Schaft, B.M. Maschke. On the Hamiltonian formulation of nonholonomic mechanical systems. Rep. Math. Phys. 34, pp.225-233, 1994.