制限された推論回数の下でのデフォルト推論†

村　上　研　二††

非単調論理の定式化の一つとして Reiter が定式化したデフォルト推論がある. Reiter のデフォルト推論では, 一階述語論理式（命題論理式を含む）を用いて確定的知識を表し, デフォルト式なる推論規則を用いて常識的知識を表す. また, このデフォルト推論により推論される知識の集合は「拡張世界 (extension)」と呼ばれる. ところが, この Reiter のデフォルト推論における拡張世界には我々の直観と一致しない結論が含まれることがある. これは, Reiter のデフォルト推論ではデフォルト推論規則の推移性を認めていることに起因するものと思われる. そこで本論文では,「制限されたデフォルト推論回数の下で得られる知識集合」という概念を導入し, この問題に対処することを試みる. この概念は,「常識的な知識に基づく推論を複数回行うとその推論結果は正確さ（妥当性）を欠く場合が多い」という我々が日常経験する状況に基づいて, デフォルト推論の回数という面からデフォルト推論規則の推移性を制限することにより定式化したもので, 従来の Reiter のデフォルト推論に容易に持ち込むことができること, 各デフォルト推論規則のもつ「意味・内容」に依存しない機械的な処理が可能であることなどの利点をもつ. また, Reiter の拡張世界のもつその他の問題点（拡張世界が存在しない場合や複数個存在する場合がある）に対しても, 本論文で与える知識集合の概念が一つの解決策を与えることを示す.

1. はじめに

知識情報処理システムを構築する際の知識獲得の困難さに対処するため, あるいは我々人間の行う推論に近い柔軟な推論を可能にするため, 知識情報処理システムに「不完全な知識からの推論」や「常識による推論」などの高度な情報処理能力を与えようとする試みがなされている[1)~9)]. その中の一つに非単調論理による推論がある. この推論では, ある時点で推論を行うのに十分な知識がなければ, とりあえず通常成立している一般的な（常識的な）知識を用いて推論を進めておき, 後にこの知識を否定するような新しい知識が与えられれば, その推論結果を取り消すというような柔軟な推論を行うことが可能であり,「存在する不十分な知識のみを用いて, それが含む内容以上の結論を導き出す[3)]」という機能を実現することができる.

この非単調論理の定式化の一つとして Reiter はデフォルト推論 (Default Reasoning) を提案した[6)]. このデフォルト推論は, 推論規則に $d=a:Mb/c$ (a, b, c は論理式であり,「a が成り立ち, かつ b が無矛盾ならば, c を推論する」ことを意味する）という形のデフォルト式（常識的知識）を導入している点に特色がある. すなわち, デフォルト推論では一階述語論理式（命題論理式を含む）の集合で表される確定的知識と, デフォルト式の集合で表される常識的知識を用いて推論を行う. そして, その結果得られる知識集合を拡張世界 (extension) と呼ぶ.

ところで, Reiter のデフォルト推論では, 推論により得られる知識集合（拡張世界）の中に我々の直観と一致しない不自然な推論結果が含まれることがある.

Reiter らは, このデフォルト推論から導かれる不自然な推論結果に注目し, これを排除する方法について検討を行っている[10)]. Reiter らの方法は各デフォルト推論規則のもつ「意味・内容」に基づいて不自然な結論を推論しないための論理式またはデフォルト式を新たに元の知識集合に付け加えるというものである. しかしながら, この Reiter らの方法では, 不自然な推論結果に対する処理が, 各デフォルト推論規則のもつ「意味・内容」に依存して行われることから, 機械的な処理には不適当と思われる.

また, Delgrande は first-order conditional logic に基づくデフォルト推論の中で[11)],「より例外の少ない（前提に見合う）世界を選択する」という考えに基づいて, 常識的知識から導かれる推論結果の不自然さを排除する方法を示している. しかしながら, この方法は本質的には様相論理に基づくものであり, Reiter のデフォルト推論が推論規則にしか様相演算子を許さないいわば制限付きの様相論理であることを考えると, この方法を Reiter のデフォルト推論に直接適用することは困難であると思われる.

そこで本論文では,「制限されたデフォルト推論回数の下で得られる知識集合」という概念を導入することによりデフォルト推論規則の推移性を制限し, これ

† Default Reasoning under Restricted Number of Reasoning by KENJI MURAKAMI (Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Ehime University).

†† 愛媛大学工学部情報工学科

により推論結果の不自然さに対処する方法を提案する．これは，例外を含む推論（デフォルト推論）を複数回行うと得られた推論結果は正確さ（妥当性）を欠く場合が多いという日頃我々が経験する事柄を定式化したもので，Reiter のデフォルト推論に容易に持ち込むことができること，各デフォルト推論規則のもつ「意味・内容」に依存しない機械的な処理が可能であることなどの利点をもつ．

ところで，Reiter のデフォルト推論では，与えられたデフォルト理論に対して，拡張世界が存在しない場合や，逆に複数個存在する場合などがある[6]．このような場合，どのようにして最終的な推論結果を求めるかということが問題となるが，このような場合にも，ここで提案する知識集合の概念が一つの解決策を与えることを示す．

2. デフォルト推論[6]

通常の一階述語論理式（well-formed formula, wff と略す）の集合全体を L と表す．wff が自由変数を含まないとき wff は閉じているという．

デフォルト式 d を，$d=a: Mb/c$ で表す．ここで，a, b, c は閉じた wff である．デフォルト式 d は，直観的には「a が成り立ち，かつ b が充足可能（b の否定（$\neg b$）が証明されない）ならば，c を推論する」ことを意味する推論規則である．a, b, c をそれぞれ，前提，弁明，帰結と呼ぶ．a, b, c が閉じた wff であるとき，d を閉じたデフォルト式という．

なお，Reiter は自由変数をもつ wff を含めてデフォルト式を与えているが，自由変数を具体例 (instance) で置き換えたときには閉じた場合と同様になるため，本論文では閉じた場合に限定して議論を行う．

デフォルト理論 A を $A=(D, W)$ で表す．D はデフォルト式（常識的知識）の集合，W は閉じた wff（確定的知識）の集合である．

[定義 2.1] デフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．$S\subseteq L$ なる wff の集合 S に対して，$\Gamma(S)$ を次の条件 D1〜D3 を満たす最小の集合とする．

D1. $W\subseteq\Gamma(S)$

D2. $\mathrm{Th}(\Gamma(S))=\Gamma(S)$

D3. $a: Mb/c\in D$, $a\in\Gamma(S)$, $\neg b\notin S$ ならば $c\in\Gamma(S)$

このとき，$\Gamma(E)=E$ を満たす wff の集合 E をデフォルト理論 $A=(D, W)$ の拡張世界と定義する．ただし，$\mathrm{Th}(S)$ は一階述語論理の推論規則を用いて S から導かれる定理式の集合を表す．

この拡張世界 E は，D に含まれるデフォルト式で与えられる推論規則と通常の一階述語論理における推論規則とを用いて W から得られる（推論される）知識の集合という意味をもつ．

拡張世界は次の定理により形式的に表現される．

[定理 2.1] デフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．E を $E\subseteq L$ なる wff の集合とする．

$E_0=\mathrm{Th}(W)$

とし，$0<i$ なる整数値 i に対して，

$E_i=\mathrm{Th}(E_{i-1}\cup\{c|a: Mb/c\in D, a\in E_{i-1}, \neg b\notin E\})$

とする．このとき，E が A の拡張世界であるための必要十分条件は，$E=\cup_{i=0}^{\infty}E_i$ が成立することである．

（証明） 文献 12) を参照． ■

[定義 2.2] E をデフォルト理論 $A=(D, W)$ の拡張世界とする．このとき，E の生成デフォルト式の集合 $\mathrm{GD}(E, A)$ を次のように定義する．

$GD(E, A)=\{a: Mb/c\in D|a\in E, \neg b\notin E\}$

[定義 2.3] D をデフォルト式の集合とする．このとき，D に含まれるデフォルト式の帰結の集合 CONSEQUENTS(D) を次のように定義する．

$\mathrm{CONSEQUENTS}(D)=\{c|a: Mb/c\in D\}$

[定理 2.2] デフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．E を A の拡張世界とすれば，E は次のように表される．

$E=\mathrm{Th}(W\cup\mathrm{CONSEQUENTS}(\mathrm{GD}(E, A)))$

（証明） 文献 6) を参照． ■

3. 制限されたデフォルト推論回数の下で得られる知識集合

Reiter のデフォルト推論では，一階述語論理における「含意」と同様，デフォルト推論規則においても推移性[13] を認めている（定理 2.1を参照）．したがって，例えば，「α 氏は大学生である（大学生 (α)）」，「大学生は普通大人である（大学生(x): M 大人(x)/大人(x))」，「大人は普通結婚している（大人(x): M 結婚(x)/結婚(x))」，「結婚している人は普通子供をもつ（結婚(x): M 子供(x)/子供(x))」なる4個の知識からなるデフォルト理論（最初の知識が確定的知識，後の3個の知識が常識的知識）から得られる Reiter の拡張世界には「α 氏は大人である（大人 (α))」，「α 氏は結婚している（結婚(α))」，「α 氏は子供をもつ（子供(α))」などの推論結果が含まれることになる．この例

を見ると，与えられたデフォルト理論の中の3個の常識的知識はいずれも個々に見れば妥当な知識である．にも拘わらず，それから得られた Reiter の推論結果は必ずしも妥当なものとはならないことがわかる．これは，デフォルト知識の間の相互作用[10]（推移性[13]）に依るものである．

ところで，「α 氏は大人である」，「α 氏は結婚している」，「α 氏は子供をもつ」なる推論結果はそれぞれ，1回，2回，3回のデフォルト推論により得られたもので，大学生である α 氏が「大人である」，「結婚している」，「子供をもつ」可能性もこの順に低下するであろうと思われる．このことから，デフォルト推論回数と推論結果の妥当性の間には密接な関係があることがわかる．

そこでここでは，「制限されたデフォルト推論回数の下で得られる知識集合」という概念を導入し，デフォルト推論の回数という面から，デフォルト式における推移性の成立を制限し，推論結果を妥当なものに限定することを考える．

［定義 3.1］（k 回のデフォルト推論により得られる知識集合）デフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．E を $E \subseteq L$ なる wff の集合とする．この E および A に対して，次の知識集合（wff の集合）の系列を考える．

$$E_0 = \mathrm{Th}(W)$$

$0<i$ なる整数値 i に対して，

$$E_i = \mathrm{Th}(E_{i-1} \cup \{c \mid a: Mb/c \in D,\ a \in E_{i-1},\ \neg b \notin E\}).$$

この系列において，

$$E = E_k$$

なる関係が成立するとき，E を k 回のデフォルト推論により得られる知識集合と呼ぶ．

簡単な例に対して，ここで定義した k 回のデフォルト推論により得られる知識集合を求める．以下の例題において，P, Q, R, …等の文字は命題論理式を表すものとする．

［例題 3.1］次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．

$$D = \{P: MQ/R,\ S: MT/U,\ U: MV/\neg Q\}$$
$$W = \{P, S\}$$

デフォルト理論 A において，

$$\mathrm{Th}(\{P, S\}),$$
$$\mathrm{Th}(\{P, S, R, U\}),$$
$$\mathrm{Th}(\{P, S, U, \neg Q\})$$

なる論理式の集合が，それぞれ0回，1回，2回のデフォルト推論により得られる知識集合であることを示す．

1) $\mathrm{Th}(\{P, S\})$ が0回のデフォルト推論により得られる知識集合であること

$E=\mathrm{Th}(\{P, S\})$ を仮定して，定義 3.1 に基づいて知識集合の系列を作成する．

$$E_0 = \mathrm{Th}(W) = \mathrm{Th}(\{P, S\})$$

ここで，$E=E_0$ が成立しているので，$\mathrm{Th}(\{P, S\})$ は0回のデフォルト推論により得られる知識集合である．

2) $\mathrm{Th}(\{P, S, R, U\})$ が1回のデフォルト推論により得られる知識集合であること

$E=\mathrm{Th}(\{P, S, R, U\})$ を仮定して，定義 3.1 に基づいて知識集合の系列を作成する．

$$E_0 = \mathrm{Th}(W) = \mathrm{Th}(\{P, S\})$$
$$E_1 = \mathrm{Th}(\mathrm{Th}(\{P, S\}) \cup \{R, U\}) = \mathrm{Th}(\{P, S, R, U\}).$$
$$\because\ P: MQ/R \in D,\ P \in E_0,\ \neg Q \notin E$$
$$S: MT/U \in D,\ S \in E_0,\ \neg T \notin E$$
$$U: MV/\neg Q \in D,\ U \notin E_0,\ \neg V \notin E$$

ここで，$E=E_1$ が成立しているので，$\mathrm{Th}(\{P, S, R, U\})$ は1回のデフォルト推論により得られる知識集合である．

3) $\mathrm{Th}(\{P, S, U, \neg Q\})$ が2回のデフォルト推論により得られる知識集合であること

$E=\mathrm{Th}(\{P, S, U, \neg Q\})$ を仮定して，定義 3.1 に基づいて知識集合の系列を作成する．

$$E_0 = \mathrm{Th}(W) = \mathrm{Th}(\{P, S\})$$
$$E_1 = \mathrm{Th}(\mathrm{Th}(\{P, S\}) \cup \{U\}) = \mathrm{Th}(\{P, S, U\}).$$
$$\because\ P: MQ/R \in D,\ P \in E_0,\ \neg Q \in E$$
$$S: MT/U \in D,\ S \in E_0,\ \neg T \notin E$$
$$U: MV/\neg Q \in D,\ U \notin E_0,\ \neg V \notin E$$
$$E_2 = \mathrm{Th}(\mathrm{Th}(\{P, S, U\}) \cup \{U, \neg Q\}) = \mathrm{Th}(\{P, S, U, \neg Q\}).$$
$$\because\ P: MQ/R \in D,\ P \in E_1,\ \neg Q \in E$$
$$S: MT/U \in D,\ S \in E_1,\ \neg T \notin E$$
$$U: MV/\neg Q \in D,\ U \in E_1,\ \neg V \notin E$$

ここで，$E=E_2$ が成立しているので，$\mathrm{Th}(\{P, S, U, \neg Q\})$ は2回のデフォルト推論により得られる知識集合である．

さらに，この系列の E_2 以降の知識集合 E_3, E_4… を作成すると

$E_2=E_3=E_4\cdots=E$

なる関係が成立している．したがって，知識集合 Th$(\{P, S, U, \neg Q\})$ は無限回のデフォルト推論により得られる知識集合でもある．

なお，デフォルト理論 A における Reiter の拡張世界は Th$(\{P, S, U, \neg Q\})$ である． ■

定義 3.1 における知識集合の系列 $E_i(i=0, 1, 2, \cdots, k)$ の性質から明らかなように，知識集合 E_k は最高 k 回のデフォルト推論規則が適用された推論結果を含む．したがって，デフォルト推論規則を用いた推論結果はその推論回数が多くなるほど正確さ（妥当性）が失われていくという考えに基づけば，定義 3.1 で定義される k 回のデフォルト推論により得られる知識集合は，k の値が大きくなればなるほど，正確さ（妥当性）を欠く推論結果を含む集合になっていると考えられる．

なお，ここで定義した k 回のデフォルト推論により得られる知識集合の概念を用いれば，ユーザは，希望により，例えば「5回までのデフォルト推論により得られる知識集合がほしい」というような形で推論システムに推論結果を要求することができる．これは，いわば「デフォルト推論の回数が無限回の知識集合」だけで議論していた Reiter の拡張世界に比べて融通性のある使い方を可能にするものである．これはまた，デフォルト知識の間の推移性（相互の影響）を無制限に認めていた Reiter の推論に対して，デフォルト推論の回数という面からその推移性を制限し，妥当でない推論結果の出現の抑制を可能にするものである．

以下では，ここで定義した k 回のデフォルト推論により得られる知識集合のもついくつかの性質について議論する．

［定理 3.1］ デフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．A において，k 回のデフォルト推論により得られる知識集合を E とすれば，E は次のように表される．

$$E=\mathrm{Th}(W \cup \mathrm{CONSEQUENTS}(\mathrm{GD}(E, A)))$$

（証明） 定義 3.1 および定理 2.2 より明らか． ■

ここで与える k 回のデフォルト推論により得られる知識集合 E の形は，定理 2.2 で与えられる Reiter の拡張世界の形と同じであり，違いは，E をどちらの知識集合に仮定しているかという点だけである．

［定理 3.2］ 任意のデフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，0回のデフォルト推論により得られる知識集合は常に存在する．

（証明） 定義 3.1 より，Th(W) は0回のデフォルト推論により得られる知識集合であり，これは常に存在する． ■

［定理 3.3］ 任意のデフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，k 回 $(\geqq 1)$ のデフォルト推論により得られる知識集合は存在するとは限らない．

（証明） 略． ■

［定理 3.4］ 任意のデフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，k 回 $(\geqq 1)$ のデフォルト推論により得られる知識集合は唯一つとは限らない．

（証明） 略． ■

［定理 3.5］ 任意のデフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，k 回 $(\geqq 0)$ のデフォルト推論により得られる知識集合が L（一階述語論理式の集合全体）となるのは W が矛盾している $(\mathrm{Th}(W)=L)$ 場合のみである．このとき，k 回 $(\geqq 0)$ のデフォルト推論により得られる知識集合は，各 k に対して唯一つ存在するのみである．

（証明） 必要性：k 回 $(\geqq 0)$ のデフォルト推論により得られる知識集合が L であるとする．すなわち，定義 3.1 において，$E=L$ として知識集合の系列を作ったとき，$E_k=E$ が成立しているとする．このとき定理 3.1 より，E は次の関係を満たさなければならない．

$$E=\mathrm{Th}(W \cup \mathrm{CONSEQUENTS}(\mathrm{GD}(E, A))).$$

ところで，$E=L$ であるから，GD(E, A) は空集合であり，$E=\mathrm{Th}(W)$ となる．したがって，$E_k=E=L$ であれば，$\mathrm{Th}(W)=L$ である．

十分性：$\mathrm{Th}(W)=L$ であるとする．すると，Th の単調性より，定義 3.1 において作られる知識集合の系列は，どのような wff の集合 E に対しても，

$E_0=E_1=E_2=\cdots E_\infty=L$

である．したがって，$E=L$ とすれば，$E_k=E$ であり，L は k 回 $(\geqq 0)$ のデフォルト推論により得られる知識集合である．

なお，$\mathrm{Th}(W)=L$ が成立するとき，k 回 $(\geqq 0)$ のデフォルト推論により得られる知識集合は各 k に対して唯一つしか存在しないことは上記の証明より明らかである． ■

［定理 3.6］ k 回のデフォルト推論により得られる知識集合と k' 回 $(k<k')$ のデフォルト推論により得られる知識集合が存在するとき，一般には両者の間に包含関係は存在しない．

［例題 3.2］ 次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．

$D=\{P: MQ/R,\ P: M\neg Q/S,\ R: MT/Q\}$

$W=\{P\}$

デフォルト理論 A に対して，Th({P, R, S}) は1回のデフォルト推論により得られる知識集合であり，Th({P, Q, R}) は2回のデフォルト推論により得られる知識集合である．すなわち，両者の間に包含関係は存在しない． ■

[定理 3.7] k 回のデフォルト推論により得られる知識集合が存在しないのに，k' 回 ($k<k'$) のデフォルト推論により得られる知識集合が存在する場合がある．

[例題 3.3] 次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．

$$D=\{P: MQ/\neg Q,\ P: MR/R,\ R: MS/\neg Q\}$$
$$W=\{P\}$$

デフォルト理論 A に対して，1回のデフォルト推論により得られる知識集合は存在しない ($P: MQ/\neg Q$ の存在のため) が，2回のデフォルト推論により得られる知識集合は存在し Th({$P, R, \neg Q$}) である ($R: MS/\neg Q$ から $\neg Q$ が推論され，これが $P: MQ/\neg Q$ の適用を妨げるから)． ■

先の定理 2.1で与えられる知識集合の系列においては任意の二つの知識集合 E_k および $E_{k'}$ ($k<k'$) の間に，$E_k \subseteq E_{k'}$ なる包含関係が存在していた．これに対し，定理 3.6 および定理 3.7 は，定義 3.1 で与える k 回のデフォルト推論により得られる知識集合と k' 回 ($k<k'$) のデフォルト推論により得られる知識集合の間にはそのような関係が存在しないことを述べている (もちろん，定義 3.1 の一つの E_k に注目すれば，得られる系列 E_i ($0 \leq i \leq k$) は，Reiter の定理 2.1 で得られる系列同様，単調である)．

[定理 3.8] Reiter の拡張世界が唯一つしか存在しないときでも，k 回のデフォルト推論により得られる知識集合が複数個存在する場合がある．

[例題 3.3] 次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．

$$D=\{P: MQ/Q,\ Q: MR/\neg Q,\ P: M\neg Q/\neg Q\}$$
$$W=\{P\}$$

デフォルト理論 A に対して，Th({P, Q}) および Th({$P, \neg Q$}) は共に1回のデフォルト推論により得られる知識集合である．一方，デフォルト理論 A に対する Reiter の拡張世界は Th ({$P, \neg Q$}) の1個存在するのみである． ■

[定理 3.9] Reiter の拡張世界が存在するとき，これに一致する k 回のデフォルト推論により得られる知識集合が存在する．

(証明) Reiter の拡張世界を E とする．このとき，定理 2.1 で与えられる知識集合の系列 E_i に対して，

$$E=\cup_{i=0}^{\infty} E_i$$

なる関係が成立している．一方，この知識集合の系列において，Th に対する単調性の性質より，

$$E_0 \subseteq E_1 \subseteq \cdots \subseteq E_\infty$$

なる関係が成立している．したがって，$E_i=E_\infty$ なる関係を満足する知識集合 E_i が存在する．いま，例えば，このような知識集合 E_i の添字 i の最小値を k とすれば

$$E=E_k$$

なる関係が成立する．したがって，定義 3.1 より，この知識集合 E は k 回のデフォルト推論により得られる知識集合でもある． ■

[定理 3.10] k 回のデフォルト推論により得られる知識集合と ($k+1$) 回のデフォルト推論により得られる知識集合が共に存在し，両者が一致するとき，これは Reiter の拡張世界である．

(証明) 題意より，定義 3.1 に基づいて，ある wff の集合 E に対して知識集合の系列 E_i を構成したとき，$E_k=E_{k+1}=E$ が成立している．このとき，定義 3.1 より，次の関係が成立する．

$$E_k=E_{k+1}=E_{k+2}\cdots=E_\infty$$

また，Th に対する単調性の性質より，

$$E_0 \subseteq E_1 \subseteq \cdots \subseteq E_k$$

なる関係が成立している．したがって，

$$\cup_{i=0}^{\infty} E_i=E_k=E$$

なる関係が成立する．

一方，Reiter の拡張世界は定理 2.1 より，上と同じ知識集合の系列において，$E=\cup_{i=0}^{\infty} E_i$ なる関係が成立するものとして与えられるから，上記の知識集合 E は Reiter の拡張世界でもある． ■

4. 推論可能世界とその性質

先の定理 3.2 および定理 3.3 から，任意のデフォルト理論 A に対して，0回のデフォルト推論により得られる知識集合は常に存在するものの，k 回 (≥ 1) のデフォルト推論により得られる知識集合は存在するとは限らないことが示された．また，定理 3.7 より，k 回のデフォルト推論により得られる知識集合が存在しないのに，k' 回 ($k<k'$) のデフォルト推論により得られる知識集合が存在する場合もあることが示された．ここではこれらの性質から，「推論可能世界」と呼ぶ知識集合を定義し，その性質を明らかにする．

[定義 4.1] (推論の限界と推論可能世界) デフォルル

ト理論 $A=(D, W)$ に対して，k 回のデフォルト推論により得られる知識集合が存在し，$(k+1)$ 回以上のデフォルト推論により得られる知識集合が存在しないとき，k を推論の限界と呼ぶ．また，このときの k 回のデフォルト推論により得られる知識集合を推論可能世界と呼ぶ．

簡単な例に対して，ここで定義した推論可能世界を求める．

[例題 4.1] 次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える．

$$D=\{P: MQ/R,\ R: MS/\neg Q\}$$

$$W=\{P\}$$

デフォルト理論 A において，$\mathrm{Th}(\{P\})$ は0回のデフォルト推論により得られる知識集合であり，$\mathrm{Th}(\{P, R\})$ は1回のデフォルト推論により得られる知識集合であるが，2回以上のデフォルト推論により得られる知識集合は存在しない．したがって，デフォルト理論 A における推論の限界は1であり，A の推論可能世界は $\mathrm{Th}(\{P, R\})$ である．なお，デフォルト理論 A に対する Reiter の拡張世界は存在しない． ■

この推論可能世界に対して，次の定理が成立する．

[定理 4.1] 任意のデフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，推論可能世界は常に存在する．

(証明) 定理 3.2 より，任意のデフォルト理論に対して，少なくとも「0回のデフォルト推論により得られる知識集合」$\mathrm{Th}(W)$ は存在することより明らかである． ■

Reiter の拡張世界は任意のデフォルト理論に対して存在するとは限らない．ところが，知識情報処理システム（質問-応答システム）を構成する場合には，常に何らかの答を得ることが望まれる．そこで，Reiter の拡張世界をもたないデフォルト理論に対しても何らかの意味で妥当な知識集合を定義することで，この要求に答えようとする試みがいくつかなされている[14]．定理 4.1 によれば，本論文で新しく定義した推論可能世界は任意のデフォルト理論に対して常に存在することが保証されることから，上記の要求に答えられる知識集合の一つであるといえる．

次の定理は推論可能世界と Reiter の拡張世界との関係を与える．

[定理 4.2] 任意のデフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，推論の限界が無限大のとき，Reiter の拡張世界が存在し，推論可能世界と Reiter の拡張世界は一致する．

(証明) 推論の限界が無限大のときの推論可能世界 E は，定義 3.1 により作られる知識集合の系列を E_i としたとき，$E_\infty=E$ と表される．一方，この知識集合の系列では，Th に対する単調性の性質より，

$$E_0 \subseteq E_1 \subseteq \cdots \subseteq E_\infty$$

なる関係が成立している．したがって，

$$\cup_{i=0}^{\infty} E_i = E_\infty = E$$

なる関係が成立している．

一方，Reiter の拡張世界は定理 2.1 より，上と同じ知識集合の系列において，$E=\cup_{i=0}^{\infty} E_i$ なる関係が成立するものとして与えられるから，上記の知識集合 E は Reiter の拡張世界でもある． ■

Reiter の拡張世界は無限回のデフォルト推論により得られる知識集合という意味をもつ．一方，無限回のデフォルト推論では，使用されたデフォルト式の弁明と結論の間に矛盾が生じ，Reiter の拡張世界が存在しなくなるというような場合でも，デフォルト推論の回数（デフォルト式の推移性）を制限することにより，この矛盾の発生をなくすることができる．ここで与えた推論可能世界はこのような知識集合であり，これ以上デフォルト推論を継続すると知識集合が存在しなくなるという限界における知識集合という意味をもつ．

5. デフォルト推論回数に基づく知識集合の選択

定理 3.4 によれば，k 回のデフォルト推論により得られる知識集合は一般には複数個存在する．ここでは，ある推論結果 P を得るのに要したデフォルト推論の回数に注目することにより，複数個の知識集合からある特定の知識集合を選択する方法を提案する．ここで提案する方法は，Reiter の拡張世界が複数個存在する場合（多重不動点問題[15]）の拡張世界の選択法としてもそのまま利用することができる．

[定義 5.1]（推論結果 P を得るための推論回数） デフォルト理論 $A=(D, W)$ に対して，k 回のデフォルト推論により得られる知識集合 E が存在するものとする．このとき，定義 3.1 にしたがって，知識集合の系列 $E_0, E_1, E_2, \cdots E_k$ が作成される．いま，E に含まれるある推論結果 P が知識集合 $E_h (h \leqq k)$ に含まれ，それ以前の $E_0 \sim E_{h-1}$ までの知識集合には含まれないとき，h を推論結果 P を得るための推論回数という．

[定義 5.2]（推論結果 P の推論回数に基づく知識集合の選択法） k 回のデフォルト推論により得られる

知識集合が複数個存在するものとする．これらの知識集合において，ある推論結果 P (または $\neg P$) を得るための推論回数が最も少ない知識集合を推論結果 P に関して選択された知識集合という．

簡単な例に対して，ここで定義した知識集合の選択法を示す．

[例題 5.1] 次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える（これは Reiter[10] の式 (2.9) の例題に相当する)．

$$D=\{大学生(x): M\ 大人(x)/大人(x),$$
$$大人(x): M\ 結婚(x)/結婚(x),$$
$$大学生(x): M\neg 結婚(x)/\neg 結婚(x)\}$$
$$W=\{大学生(\alpha)\}$$

このデフォルト理論 A に対して，次の知識集合は共に2回のデフォルト推論により得られたものである（これらは共に Reiter の拡張世界でもある)．

Th ({大学生(α), 大人(α), ⌉結婚(α)})

Th ({大学生(α), 大人(α), 結婚(α)})

ここで，Th ({大学生(α), 大人(α), ⌉結婚(α)}) に対する知識集合の系列は，

E_0=Th ({大学生(α)})

E_1=Th ({大学生(α), 大人(α), ⌉結婚(α)})

である．したがって，知識集合 Th ({大学生(α), 大人(α), ⌉結婚(α)}) において，推論結果「⌉結婚(α)」を得るための推論回数は1である．

一方，Th ({大学生(α), 大人(α), 結婚(α)}) に対する知識集合の系列は，

E_0=Th ({大学生(α)})

E_1=Th ({大学生(α), 大人(α)})

E_2=Th ({大学生(α), 大人(α), 結婚(α)})

である．したがって，知識集合 Th ({大学生(α), 大人(α), 結婚(α)}) において，推論結果「結婚(α)」を得るための推論回数は2である．

したがって，2回のデフォルト推論により得られる知識集合の中で，推論結果「結婚(α)」に関しては，知識集合 Th ({大学生(α), 大人(α), ⌉結婚(α)}) の方が選択される． ■

この例題における知識集合の選択結果は我々の直観に合う妥当な結果である（大学生である α 氏は結婚していないと推論する方が妥当であろう．もちろん，すべての問題に対して定義 5.2 の選択方法が常に我々の直観に合う妥当な結果を与えるという保証はない)．

k 回のデフォルト推論により得られる知識集合が複数個存在する場合，それぞれの知識集合の意味・内容（セマンティックス）にまで立ち入らなければ，その形だけで知識集合の優劣を議論することは困難であろう．ここで提案した方法は，知識集合に含まれるある推論結果 P の推論回数に注目し，これに基づいて知識集合を選択しようとするものである．第3章でも述べたように，推論結果の妥当性はその推論結果を得るために要したデフォルト推論の回数と密接に関係する．したがって，ここで提案した方法は，知識集合に含まれるある推論結果 P の妥当性に基づいて（推論結果 P に関して最も妥当な）知識集合を選択しようとするものであるともいえる．なお，知識集合の選択の際に注目する推論結果 P とは，外部からシステムに質問された事柄であるとか，定理証明 (Proof Theory) において証明したい事柄などを想定している．例えば，上の例では，「α 氏は結婚しているか？」という質問に関して，注目する推論結果 P とは「⌉結婚(α)」あるいは「結婚(α)」であり，この推論結果 P に関しては知識集合 Th ({大学生(α), 大人(α), ⌉結婚(α)}) の方がより妥当なものであるとして選択される．

なお，ここで提案した知識集合の選択方法はそのまま Reiter の拡張世界が複数個存在する場合の選択方法にもなっている．先にも述べたように，Reiter は拡張世界が複数個存在する場合，どちらの拡張世界を選択すべきか（どちらの拡張世界がより妥当か）という点に関して議論していない[8]．しかしながら，実際に知識情報処理システム（質問-応答システム）を構築する際には，この選択を要求される場合が多く，この選択の方法が重要な問題となる．特に，正規デフォルト理論[6] では，複数個の拡張世界が存在する場合にはそれらは互いに矛盾する推論結果を含む（複数の拡張世界における直交性，Reiter[6] の定理 3.3 を参照）ことから，この矛盾する推論結果に関して適切な知識集合を決定する必要性は高く，このような場合にここで提案した知識集合の選択法は有用であると思われる（複数個の知識集合の共通部分だけを推論結果の集合として用いるという方法も考えられているが[7]，このような方法では矛盾する推論結果に関しては答を得ることができない)．

以下では，ここで与えた知識集合の選択法のもつ性質について議論する．

[定理 5.1] 推論結果 P に関して最も確からしい知識集合は唯一つとはかぎらない．

(証明) 略（例えば，先の例題 5.1 における2回のデフォルト推論により得られる知識集合の中で，推論結果「大人(α)」に関しては，Th ({大学生(α), 大人(α),

$\neg$結婚(α)}) および Th ({大学生(α), 大人(α), 結婚(α)}) が共に選択される). ■

[定理 5.2] 推論結果 P に関して選択された知識集合と推論結果 $Q(\neq P)$ に関して選択された知識集合とは必ずしも一致しない.

[例題 5.2] 次のデフォルト理論 $A=(D, W)$ を考える.

$$D=\{P: MQ/Q,\ P: M\neg Q/\neg Q,\ Q: MR/R,\ \neg Q: M\neg S/\neg S,\ R: MS/S,\ \neg S: M\neg R/\neg R\}$$

$$W=\{P\}$$

このデフォルト理論 A に対して, 次の知識集合は共に3回のデフォルト推論により得られたものである.

$$E=\mathrm{Th}(\{P, Q, R, S\})$$
$$E=\mathrm{Th}(\{P, \neg Q, \neg S, \neg R\})$$

Th ({P, Q, R, S}) に対する知識集合の系列は,

$$E_0=\mathrm{Th}(\{P\})$$
$$E_1=\mathrm{Th}(\{P, Q\})$$
$$E_2=\mathrm{Th}(\{P, Q, R\})$$
$$E_3=\mathrm{Th}(\{P, Q, R, S\})$$

であるから, 知識集合 Th ({P, Q, R, S}) において, 推論結果 R を得るための推論回数は2であり, 推論結果 S を得るための推論回数は3である.

一方, Th ({$P, \neg Q, \neg S, \neg R$}) に対する知識集合の系列は,

$$E_0=\mathrm{Th}(\{P\})$$
$$E_1=\mathrm{Th}(\{P, \neg Q\})$$
$$E_2=\mathrm{Th}(\{P, \neg Q, \neg S\})$$
$$E_3=\mathrm{Th}(\{P, \neg Q, \neg S, \neg R\})$$

であるから, 知識集合 Th ({$P, \neg Q, \neg S, \neg R$}) において, 推論結果 $\neg S$ を得るための推論回数は2であり, 推論結果 $\neg R$ を得るための推論回数は3である.

したがって, 3回のデフォルト推論により得られる知識集合において, 推論結果 R に関しては, Th({P, Q, R, S}) が選択されるが, 推論結果 S に関しては, Th ({$P, \neg Q, \neg S, \neg R$}) が選択される. ■

この定理からわかるように, 質問-応答システムに複数の質問をした場合, 各々の質問に対してシステムは異なる知識集合を選択してしまうことがある. このような場合には, 例えば最初の質問については提案の方法で知識集合を選択し, 以後の質問に対してはこの最初に選択された知識集合に基づいて回答を与えることで矛盾した回答を避けるという対策が考えられる. これは, 我々人間がある質問事項に対する返答を一度行うと, それ以後の質問に対しては, 先の答えと矛盾しないように (最初に選んだ知識集合に基づいて) 回答を行うのと類似した方法である.

6. おわりに

Reiter のデフォルト推論では, 従来の一階述語論理における「含意」と同様, デフォルト式の間に推移性を認めているため, 我々の直観と一致しない結論が導かれることがある. 本論文では, デフォルト推論により導かれる知識集合に推論回数という概念を導入することにより, このデフォルト式の間の推移性を制限する方法を提案した. 本論文で与えた推論回数の概念を用いれば, ユーザは自分の希望する推論回数内で推論できる (妥当性をもつ) 知識集合を推論システムから得ることができる. これは, 推論回数が無限大の知識集合 (拡張世界) だけをシステムの結論としていた Reiter のデフォルト推論に比べて融通性のあるものといえる.

ところで, Reiter のデフォルト推論では, 推論される知識集合 (拡張世界) が存在しない場合や逆に複数個存在する場合があるなどの問題点があった. 本論文ではこの問題点に対しても, 「推論可能世界 (定義 4.1)」ならびに「推論結果 P に関して選択された知識集合 (定義 5.2)」なる概念を与えることにより解決が可能であることを示した. 定義 4.1 で与えた推論可能世界はすべてのデフォルト理論に対して常に存在が保証されるという点で有用なものである. また, 定義 5.2 で示した知識集合の選択方法は, 同じ回数のデフォルト推論により得られる知識集合が複数個存在するとき, ある推論結果Pに注目して知識集合の選択を行おうとするもので, 質問-応答システムなどでの利用が期待される. ただ, 定義 5.2 の方法で常に唯一つの知識集合が選択されるという保証はなく (定理 5.1), このような場合に, さらにどのような方法を用いて知識集合を選択してゆくかという点については今後の課題である.

なお, 「拡張世界が存在しないのは, デフォルト規則に互いに矛盾するものが含まれているのが原因であり, この矛盾するものを発見し片方を取り除く」という立場や, 「複数個の拡張世界が存在する場合には, 何らかの優先順位をデフォルト規則に与える」という立場からの議論も考えられ, これらはある意味では「不都合な場合に対する柔軟な対応 (処置)」とも考えられる. しかしながら, このような対応を行うために

は，各デフォルト規則の表している「意味・内容」にまで立ち入ることが不可欠であり，論理としての枠組みを越えることになる．このような考え方と比較すると，本論文では，「すべてのデフォルト規則は同等に確からしく，同じ重みをもつ」と捉えていることになり，これは，「与えられた知識はフラットである」という従来の一階述語論理における知識集合のもつ性質と一致するものである．

謝辞 日頃，有益な御助言を賜る本学相原恒博教授に心より感謝いたします．

参考文献

1) 長尾 真，淵 一博：論理と意味，岩波書店，東京 (1983).
2) 中島秀之：論理に基づく知識の表現，情報処理，Vol. 26, No. 12, pp. 1512-1519 (1985).
3) 大須賀節雄：知識の獲得と学習，情報処理，Vol. 26, No. 12, pp. 1520-1528 (1985).
4) 相田 仁：デフォルトを用いた推論と非単調論理，人工知能学会誌，Vol. 2, No. 1, pp. 6-13 (1987).
5) 松本裕治，佐藤 健：非単調論理と常識推論，情報処理，Vol. 30, No. 6, pp. 674-683 (1989).
6) Reiter, R.: A Logic for Default Reasoning, *Artif. Intell.*, Vol. 13, No. 1/2, pp. 81-132 (1980).
7) McDermott, D. and Doyle, J.: Non-Monotonic Logic I, *Artif. Intell.*, Vol. 13, No. 1/2, pp. 41-72 (1980).
8) McDermott, D.: Nonmonotonic Logic II: Nonmonotonic Modal Theories, *J. ACM*, Vol. 29, No. 1, pp. 33-57 (1982).
9) Moore, R. C.: Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic, *Artif. Intell.*, Vol. 25, No. 1, pp. 75-94 (1985).
10) Reiter, R. and Criscuolo, G.: On Interacting Defaults, *Proc. 7th IJCAI*, pp. 270-276 (1981).
11) Delgrande, J. P.: An Approach to Default Reasoning Based on a First-Order Conditional Logic, *Proc. AAAI-87*, pp. 340-345 (1987).
12) 村上研二，相原恒博，四反田秀樹：デフォルト推論における非再帰的拡張世界とその性質，人工知能学会誌，Vol. 3, No. 3, pp. 359-367 (1987).
13) 村上研二，相原恒博：推論される知識の確からしさを考慮したデフォルト推論，電子情報通信学会技術研究報告，AI 89-49, pp. 85-92 (1989).
14) 村上研二，相原恒博，四反田秀樹：デフォルト推論における準拡張世界とその性質，情報処理学会論文誌，Vol. 28, No. 12, pp. 1280-1287 (1987).
15) 中川裕志：非単調論理を巡って，電子情報通信学会技術研究報告，COMP 89-39, pp. 1-10 (1989).

(平成2年9月20日受付)
(平成2年12月18日採録)

村上 研二（正会員）
昭和23年生．昭和46年愛媛大学工学部電気工学科卒業．昭和48年同大学院修士課程修了．同年同大学工学部電子工学科助手．現在，同情報工学科教授．工学博士．非単調論理，ニューラルネットワーク，画像処理などの研究に従事．電子情報通信学会，人工知能学会，IEEE などの会員．