

# 自動メカニズムデザインによる架空名義入札に頑健な 組合せオークションメカニズムの構築

## Automated Mechanism Design for False-name-proof Combinatorial Auctions

大森 由総† 齋藤 恭昌† 岩崎 敦† 横尾 真†  
Yoshifusa Omori Yasumasa Saito Atsushi Iwasaki Makoto Yokoo

### 1 序論

インターネットオークションは電子商取引の重要な分野であり、人工知能やエージェント技術の有効な適用領域であると考えられる。インターネットの利用により低コストで大規模なオークションが実行可能となった反面、不特定多数の人々が参加可能であることから、オークション方式(メカニズム)の設計にあたっては様々な不正行為に関する頑健性、オークション結果に関する何らかの理論的な裏付け等が重要となる。様々なオークションメカニズムに関して、これらの性質を解明しようとする研究は経済学の一分野となっており、特にメカニズムデザイン(制度設計)と呼ばれる。

メカニズムデザインとは複数の人間(エージェント)がなんらかの社会的決定をする場合に、社会的に望ましい結果をもたらすような相互作用のルールを設計することである。各エージェントは利己的であり、ルールを守ることは期待できないため、ルールを守ることが各エージェントの利益となり、その結果、社会的に望ましい結果が得られるように、ルールを設計することが要求される。メカニズムデザインはミクロ経済学/ゲーム理論の一分野として研究が行われており、近年、人工知能/エージェントの分野でも活発な研究が行われている。

メカニズムデザインに関連した研究の一つに、自動メカニズムデザイン(automated mechanism design, AMD)がある[1]。自動メカニズムデザインとは、最適化手法を用いて、望ましい性質を満たすようメカニズムを自動設計する手法である。自動メカニズムデザインでは、目的、設定に応じて最適なメカニズムを構築することができ、従来のメカニズムより優れたメカニズム(社会的余剰の増加など)を設計できる。また、この手法を用いることで、メカニズム設計の労力を、従来の人間から機械へと移すことができる。

一方で、インターネットオークションに関連する研究の一つに組合せオークションがある。従来のオークションでは一度に一つの財が販売されるが、組合せオークションでは価値に依存性(補完性や代替性)のある複数種類の財が同時に販売され、入札者は財の組合せ(バンドル)に対して入札する。入札者の補完的・代替的な嗜好を考慮することで、入札者の効用や主催者の利益を増加できる。インターネットは組合せオークションを行う上で非常に優れた環境を提供しているが、その匿名性により架空名義入札と呼ばれる新しい不正行為の可能性が指摘されている[2]。

架空名義入札とは、ある入札者が複数の架空名義を

使ってオークションに参加し、自分の利益を大きくしようとする不正行為であり、インターネット環境において参加者を識別するのはほとんど不可能なため、防ぐことは困難である。さらに、理論的にもっとも優れているとされる Vickrey-Clarke-Groves メカニズム(VCG)[3]でさえ、架空名義入札の影響を受ける。そのため、架空名義入札の影響を受けない組合せオークションメカニズムがいくつか提案されている。しかし、決定版と呼ばれるメカニズムはまだない。

そこで、本論文では架空名義入札に頑健な組合せオークションメカニズムを新しく構築するための自動メカニズムデザインを実装する。これまで、自動メカニズムデザインを組合せオークションに実装した研究はほとんどないため、自然な組合せオークションを実現するための新たな制約条件や架空名義操作不可能性のための制約条件を定式化し、実装する。

本論文の構成を以下に示す。まず、自動メカニズムデザインおよび組合せオークションの実装について述べる(第2章)。次に、既存の組合せオークションメカニズムを概説する(第3章)。そして、実際に提案手法を用いて構築したメカニズムと既存メカニズムとを比較し(第4章)、最後に結論を述べる(第5章)。

### 2 組合せオークションに対する自動メカニズムデザイン

本章では、組合せオークションに対するメカニズムデザインを最適化問題としてモデル化し、メカニズムが満たすべき性質を制約条件として導入する。

#### 2.1 モデル

$n$  人の入札者が  $m$  種類の財を競り合う組合せオークションを考える。ここで、入札者(名義)の集合を  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 、財の集合を  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  とする。さらに任意の財の組合せ(バンドル)を  $B \subseteq M$  とする。任意のバンドル  $B$  に対する入札者  $i$  がもつ評価値を決定する入札者のタイプの集合を  $\Theta$  とし、 $\gamma$  を  $\Theta$  の要素に対する生起確率とする。また、オークションの結果、ありうる財の割当ての集合を  $O$  とし、その結果に対する入札者  $i$  の評価値を  $v_i: \Theta \times O \rightarrow \mathcal{R}$  で決定する(例えば、あるタイプ  $\theta_i \in \Theta$  および、ある割り当てられたバンドル  $B \in O$  に対する評価値は  $v_i(\theta_i, B)$  と表す。)

さらにメカニズムの設計者が最大化したい目的関数を設定する。メカニズムの設計者は、社会的余剰やオークション主催者の収入などを目的関数に設定する。具体的には、メカニズムの設計者はある目的関数  $g(o) + \sum_i \pi_i$  をもつ。ただし、 $g(o)$  は  $g: O \rightarrow \mathcal{R}$  で決定され、オークション結果に対するメカニズムの設計者の嗜好を表す。また、 $\pi_i$  は入札者  $i$  による支払い額を表す。もし、どの

†九州大学大学院システム情報科学府, Graduate School of ISEE, Kyushu University

ような結果に対しても  $g(o) = 0$  とした場合、構築されたメカニズムにおいて、オークション主催者の収入が最大化される。一方で、 $g(o) = \sum_i (v_i - \pi_i)$  とした場合、社会的余剰、すなわちオークション主催者と入札者の効用の合計が最大化される。

以上の定義から、メカニズムに要求される性質を表す制約式を加えてメカニズムを最適化問題の解として構築する。一般的な(組合せオークション)メカニズムは割当て  $o$  と支払額  $\pi$  を決定する関数で構成される。各入札者  $i \in N$  は自分のタイプを申告する(真のタイプ  $\theta_i$  を申告するとは限らない)。この申告されたタイプ  $(\theta_1, \dots, \theta_n) \in \Theta^n$  に対して、割当て決定関数  $o : \Theta^n \rightarrow O$  を  $o(\theta_1, \dots, \theta_n) = (B_1, \dots, B_n)$  と定義する。また、入札者  $i$  に対する割当ては  $o_i(\theta_1, \dots, \theta_n) = B_i$  とする。一方で、支払額決定関数  $\pi : \Theta^n \rightarrow \mathcal{R}^n$  は  $\pi(\theta_1, \dots, \theta_n) = (\pi_1, \dots, \pi_n)$  と定義し、入札者  $i$  による支払額を  $\pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) \rightarrow \mathcal{R}$  とする。

## 2.2 制約式

本節では、組合せオークションのための自動メカニズムデザインにおいて、メカニズムに課す制約条件を導入する。ここで、個人合理性および戦略的操作不可能性に関しては、すでに定義されている [1]。本論文では、新たな制約条件として、架空名義操作不可能性を導入することで、架空名義入札の影響を受けないメカニズムを設計する。加えて、自然な組合せオークションを実現するための制約条件として、準匿名性と入札額と財の対称性を導入する。これは、実際に組合せオークションメカニズムを構築する場合、上記の条件だけでは、各入札に対して不自然な支払額を課してしまう恐れがあるためである。

**個人合理性 (individual rationality):** オークションに参加することで得る効用が、オークションに参加しなかったときの効用より大きくなることを意味する。ここで、 $n$  人の入札者が  $(\theta_1, \dots, \theta_n) \in \Theta^n$  を入札した場合を考える。メカニズムが個人合理性を満たすのは、任意の入札者  $i$  および、任意の入札されたタイプのベクトル  $(\theta_1, \dots, \theta_n)$  に関して、

$$v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \dots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) \geq 0 \quad (1)$$

を満たす場合である。

**戦略的操作不可能性 (strategy-proofness):** 入札者が自分のタイプを偽ったときの効用が、真のタイプを申告したときの効用より常に小さくしなければならないことを意味する。ここで、 $n$  人の入札者が  $(\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n) \in \Theta^n$  を入札する場合を考える。 $\theta_i \in \Theta$  を入札者  $i$  の真のタイプ、 $\hat{\theta}_i \in \Theta$  を  $i$  を実際に申告するタイプとする。

ここで、メカニズムが戦略的操作不可能性を満たすのは、任意の入札者  $i$ 、真のタイプ  $(\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n)$ 、および任意の入札されたタイプ  $(\theta_1, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \theta_n)$  に関して、

$$\begin{aligned} & v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n) \\ & \geq v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \theta_n) \end{aligned} \quad (2)$$

を満たす場合である。

**架空名義操作不可能性 (false-name-proofness):** 1 人の入札者が、2 つの架空名義を用いて入札したときの効用が、その入札者がただ 1 つの真の名義を用いて入札した

ときの効用より常に小さくなければならないことを意味する。ここで、 $n$  人の入札者が  $(\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n) \in \Theta^n$  を入札する場合を考える。タイプ  $\theta_i$  をもつ入札者  $i$  が 2 つの名義  $i, i'$  を利用してそれぞれ  $\theta_i, \theta_{i'}$  を入札する場合を考える。このとき、メカニズムが架空名義操作不可能性を満たすのは、任意の入札者  $i$  および、任意の真のタイプ  $(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_0, \dots, \theta_n)$ 、任意の入札されたタイプ  $(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_{i'}, \dots, \theta_n)$  に関して、

$$\begin{aligned} & v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_0, \dots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_0, \dots, \theta_n) \\ & \geq v_i(\theta_i, o_{i'}(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_{i'}, \dots, \theta_n)) \cup o_{i'}(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_{i'}, \dots, \theta_n) \\ & \quad - \pi_{i'}(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_{i'}, \dots, \theta_n) - \pi_{i''}(\theta_1, \dots, \theta_i, \theta_{i'}, \dots, \theta_n) \end{aligned} \quad (3)$$

を満たす場合である。ただし、 $\theta_0$  とは、全ての割当てに対して評価値が 0 となるタイプを表し、入札者が実質上は存在しないことを意味する。すなわち、架空名義を用いた入札  $\theta_{i'}, \theta_{i''}$  と真の名義を用いた入札  $\theta_i, \theta_0$  を対応させている。これは、メカニズムデザインの問題を最適化問題に帰着する上で、申告されるタイプの数を等しくする必要があるのである。なお、入札者が 3 つ以上の架空名義を利用する場合も、この制約式を繰り返し適用することで、架空名義操作不可能性を保証できる。

**準匿名性 (almost anonymous):** 準匿名性とは、2 人の入札者が同じタイプを申告した際、その 2 人の効用は等しくなければならないことを意味する。これは、オークションにおいて、同じ入札をしている者に異なる結果(割当てと支払額)を与えるのを防ぐための条件である。メカニズムが準匿名性を満たすのは、任意の入札者  $i, j$  がそれぞれ等しいタイプ  $\theta_i, \theta_j$  ( $\theta_i = \theta_j$ ) を入札するとき、

$$\begin{aligned} & v_i(\theta_i, o_i(\theta_1, \dots, \theta_n)) - \pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) \\ & = v_j(\theta_j, o_j(\theta_1, \dots, \theta_n)) - \pi_j(\theta_1, \dots, \theta_n) \end{aligned} \quad (4)$$

を満たす場合である。

**入札と財の対称性:** 入札と財の対称性とは、異なる 2 つの財  $A, B$  に対して、同じ評価値を持つ入札者  $\theta_i, \theta_j$  が生じる確率が等しい場合、支払額を等しくすることを意味する。より詳細には、 $v_i(\theta_i, \{A\}) = v_j(\theta_j, \{B\})$  となる入札者  $\theta_i, \theta_j$  の生起確率が等しい場合に、以下の制約を与える<sup>\*1</sup>

$$v_i(\theta_i, \{A\}) - \pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) = v_j(\theta_j, \{B\}) - \pi_j(\theta_1, \dots, \theta_n). \quad (5)$$

## 2.3 最適化問題

本論文では、モデル化した最適化問題を混合整数計画法で解くことで、式 1-5 の制約式を満足する割当て決定関数および支払額決定関数を求める。 $n$  人の入札者が  $m$  種類の財を競り合う組合せオークションに対して、 $n$  人の入札者に等確率でタイプが与えられる場合の目的関数の期待を最大化する：

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } \sum_{(\theta_1, \dots, \theta_n)} \gamma^n \{g(o(\theta_1, \dots, \theta_n)) + \sum_i \pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n)\}, \\ & \text{subject to Eqs. 1 - 5.} \end{aligned}$$

<sup>\*1</sup> 本来、この制約条件は異なる  $m$  種類の財に対して、定義すべきであるが、本論文では二種類の財に関するオークションに限定しているため、簡単のため、異なる二種類の財に対して、この制約条件を定義している。

この混合整数計画問題を ILOG CPLEX 10.1 を用いて実装した。第4章では様々なタイプに対して求めた割当て決定関数および支払額決定関数について議論する。

### 3 既存の組合せオークションメカニズム

本章では、3つの既存の組合せオークションメカニズムを概説する。これらのメカニズムは全て戦略的操作不可能性を満足するため、以降では入札者  $i$  は常に真のタイプを申告すると仮定する。また、メカニズムの記述を簡単にするため、 $V^*$  を導入する。任意の入札者の集合  $S \subseteq N$  とバンドル  $B$  および  $S$  に属する入札者のタイプ  $\theta_S$  に関して、バンドル  $B$  を  $S$  中の入札者に最適に割り当てた場合の効用の総和を  $V^*(B, \theta_S)$  とする。より正確には、任意の入札者  $i \neq i'$  について

$$o = \{(B_1, B_2, \dots) \mid \bigcup_{i \in S} B_i \subseteq B, B_i \cap B_{i'} = \emptyset\} \quad (6)$$

を可能な財の割当てとして、 $V^*(\theta_S, B)$  を  $\max_o \sum_{i \in S} v_i(\theta_i, B_i)$  で定義する。

#### 3.1 VCG メカニズム

VCG は代表的な組合せオークションメカニズムの一つであり、架空名義入札が不可能な状況なら個人合理性、パレート効率性、戦略的操作不可能性の3つを同時に満足するメカニズムである。VCG は社会的余剰が最大化するような割当てを以下のように選択する： $o = \arg \max_o \sum_{i \in N} v_i(\theta_i, B_i)$ 。また、入札者  $i \in N$  に対するバンドル  $B \in M$  の支払額を以下で決定する： $\pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) = V^*(\theta_{N \setminus \{i\}}, M) - V^*(\theta_{N \setminus \{i\}}, M \setminus B)$ 。

#### 3.2 最小バンドルメカニズム

最小バンドル (minimal bundle, MB) メカニズム [4] は架空名義入札に頑健なメカニズムの1つである。MB は個人合理性、戦略的操作不可能性、架空名義操作不可能性を同時に満たす。MB はまず最小バンドルを定義する。あるバンドル  $B$  が入札者  $i$  の最小バンドルになる条件は、全てのバンドル  $B' \subset B$  かつ  $B' \neq B$  に対して  $v(B', \theta_i) < v(B, \theta_i)$  が成立するときである。MB はある財 (バンドル) を含む最小バンドルの中で、最も高い申告額を提示した入札者に割り当てられるように  $o$  を決定する。さらに、入札者  $i$  があるバンドル  $B$  を獲得したときの支払額を

$$\pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) = \max_{B' \subset M, j \neq i} v(B', \theta_j) \quad (7)$$

とする。ただし、 $B \cap B' \neq \emptyset$  および  $B'$  を入札者  $j$  の最小バンドルとする。

#### 3.3 劣モジュラ関数近似を用いた Groves メカニズム

劣モジュラ関数近似を用いた Groves メカニズム (Groves Mechanism with SubModular Approximation, GM-SMA) [5] も架空名義入札に頑健なメカニズムの1つである。性質としては、MB と同様、個人合理性、戦略的操作不可能性、架空名義操作不可能性を同時に満たす。また、GM-SMA は入札者が申告したタイプ、すなわち財やバンドルに対する評価値を劣モジュラ関数近似して、支払額の決定に利用する。

劣モジュラ関数近似とは  $V^*$  の近似関数  $U^*(\theta_S, B')$  であり、以下で定義する。割当て  $o$  を式6で与えるとき、 $U^*(\theta_S, B)$  を  $\max_o \sum_{i \in S} v_i(\theta_i, B_i)$  で定義する。こ

こで、 $v_i'$  はすべての  $i, B$  に対して  $v_i'(B, \theta_i) \geq v_i(B, \theta_i)$  を満足し、 $v_i'$  を  $U^*$  が劣モジュラとなるように選択する。すなわち、 $v_i'$  は全ての  $S \subseteq N, B', B'' \in M$  に対して以下の条件を満足する： $U^*(B', \theta_S) + U^*(B'', \theta_S) \geq U^*(B' \cup B'', \theta_S) + U^*(B' \cap B'', \theta_S)$ 。

GM-SMA は全てのバンドル  $B$  を獲得できる入札者  $i$  への支払額を  $U^*$  を用いて決定する：

$$\pi_i(\theta_1, \dots, \theta_n) = \begin{cases} 0 & \text{if } B = \emptyset, \\ U^*(\theta_{N \setminus \{i\}}, M) - V^*(\theta_{N \setminus \{i\}}, M \setminus B) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

GM-SMA が定義する支払額は  $B = \emptyset$  の場合を除くと、VCG のそれと非常によく似ている。しかし、入札者の評価値の近似である  $U^*$  は第一項にのみ適用され、第二項は  $V^*$  のままとなる。このため、支払額が入札者の評価値を越える場合が生じる。そこで、GM-SMA が決定する割当ては、VCG と同じように社会的余剰が最大化するような割当てを選択した後、個人合理性が満たされるように、支払額が入札者の効用を負にする場合、その入札者に何も与えないように調整する。

### 4 社会的余剰最大化によるメカニズム構築

本章では、自動メカニズムデザインにより、目的関数を社会的余剰最大化 ( $g(o) = \sum_i (v_i - \pi_i)$ ) としてメカニズムを構築し、既存のメカニズムと比較する。

ここで、3人 ( $N = \{1, 2, 3\}$ ) 2財 ( $M = \{A, B\}$ ) の組合せオークションを考える。ある入札者  $i$  に与えられるタイプ  $\theta_i \in \Theta$  を、バンドル  $\{A\}, \{B\}$  および  $\{AB\}$  に対する評価値で表す。例えば、タイプ  $(4, 0, 4)$  は、それぞれ  $\{A\}, \{B\}, \{AB\}$  に対する評価値を表す。

本章では、入札者のタイプを単一バンドル指向 (single-minded) に限定する。単一バンドル指向とは入札者のタイプが、複数のバンドルのうち、ただ1つのバンドルのみを獲得しようとするものである。ある入札者の財に関する評価値の間に依存関係が存在、すなわち、複数の財に対して補完性をもつ場合である。つまり、財 A もしくは B を単独で獲得するよりもまとめて獲得した方が評価値が高くなることを意味する。以上を踏まえ、入札者に与えられるタイプの全体集合  $\Theta$  を以下で定義する：

$$\Theta = \{(0, 0, 0), (4, 0, 4), (0, 4, 4), (5, 0, 5), (0, 5, 5), (0, 0, 8.4), (0, 0, 10)\}.$$

ここで、 $(0, 0, 8.4)$  および  $(0, 0, 10)$  のタイプをもつ入札者が財 A および B の組合せに対して補完性をもつ。

ここで与えられた  $\Theta$  に対して、架空名義操作不可能性の制約式を除いた場合、出力されるメカニズムは VCG と等価になる。一方で、架空名義操作不可能性の制約式を追加した場合、出力されるメカニズム (AMD) および既存メカニズム (VCG, MB, GM-SMA) による割当てと支払額 (の一部) を表1に示す。

架空名義操作不可能性の制約式を追加した場合、出力したメカニズムは、以下に示す方針で割当てと支払額を決定する：1) 架空名義操作が問題にならないタイプの組合せの場合、VCG と等価になる。2) 架空名義操作が問題になるタイプの組合せの場合、2a) もし架空名義不可能性と割当てのパレート効率性を両立できるなら、支払額のみを調整し、架空名義操作の誘因を除去する、2b)

入札者のタイプ			AMD		VCG		MB		GM-SMA	
入札者1	入札者2	入札者3	割当て	支払額	割当て	支払額	割当て	支払額	割当て	支払額
(0,0,0)	(0,0,8.4)	(0,0,10)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,8.4)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,8.4)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,8.4)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,8.4)
(5,0,5)	(0,5,5)	(0,0,8.4)	(A,B, $\emptyset$ )	(4.2,4.2,0)	(A,B, $\emptyset$ )	(3.4,3.4,0)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,5)	(A,B, $\emptyset$ )	(4.2,4.2,0)
(4,0,4)	(0,5,5)	(0,0,8.4)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,5)	(A,B, $\emptyset$ )	(3.4,4.4,0)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,5)	( $\emptyset, B, \emptyset$ )	(0,4.4,0)
(0,4,4)	(5,0,5)	(0,0,8.4)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,5)	(B,A, $\emptyset$ )	(3.4,4.4,0)	( $\emptyset, \emptyset, AB$ )	(0,0,5)	( $\emptyset, A, \emptyset$ )	(0,4.4,0)

表1 構築したメカニズム (AMD) と既存メカニズム (VCG, MB, GM-SMA) が決定する割当てと支払額の一部: タイプの組合せを  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  に対して, 割当ては左から順に入札者 1, 2, 3 への割当てを表し,  $A, B, AB, \emptyset$  のいずれかをとる. 同様に, 支払額も左から順に入札者 1, 2, 3 の支払額を表す.

もし両立できないなら, 割当ておよび支払額の両方を調整することで, 架空名義操作の誘因を除去する.

構築したメカニズム (AMD) の架空名義操作不可能性を説明するために, 2 人の入札者が  $(0, 0, 8.4), (0, 0, 10)$  を入札する場合を考える. この場合, メカニズムへの入力  $\{(0, 0, 0), (0, 0, 8.4), (0, 0, 10)\}$  となり, 表 1 に示すように, VCG による割当ては  $(\emptyset, \emptyset, AB)$  となり, 入札者 3 が  $AB$  を獲得し, 支払額は 8.4 となる. 次に入札者 3 が  $(0, 0, 10)$  の入札を 2 つの名義にわけて,  $(5, 0, 5), (0, 5, 5)$  を入札する場合を考える. このとき, メカニズムへの入力  $\{(5, 0, 5), (0, 5, 5), (0, 0, 8.4)\}$  となり, VCG の割当ては  $(A, B, \emptyset)$  となり, 入札者 1 に  $A$  を, 入札者 2 に  $B$  を割り当て, その支払額は 3.4 ずつとなる. したがって, 支払額の合計は 6.8 となり, 真の名義を用いた場合の支払額 8.4 よりも低くできる.

AMD では, 入力  $\{(0, 0, 0), (0, 0, 8.4), (0, 0, 10)\}$  に対する割当ては  $(\emptyset, \emptyset, AB)$ , 支払額は  $(0, 0, 8.4)$  となり, VCG と等しくなる. 一方で, 入力  $\{(5, 0, 5), (0, 5, 5), (0, 0, 8.4)\}$  に対する割当ては  $(A, B, \emptyset)$  になり, これも VCG と等しいが, その支払額は  $(4.2, 4.2, 0)$  となるため, 支払額の合計は, 8.4 となる.

このように, AMD が構築したメカニズムでは, 単一の財への複数の入札に架空名義操作の可能性があるとき, その支払額を増加させることで, 架空名義操作の誘因を取り除く. また, この場合 GM-SMA と同様の割当てと支払額を選択している.

次に, AMD が決定する割当てと支払額が, GM-SMA より高い社会的余剰を実現する例を示す. ここで, 3 人の入札者が  $(4, 0, 4), (0, 5, 5), (0, 0, 8.4)$  を入札する場合を考える. このとき, GM-SMA は  $(0, 5, 5)$  を申告した入札者に財  $B$  のみを割り当て, 支払額を 4.4 とする. これは GM-SMA が架空名義操作不可能性と個人合理性を同時に満足させるために, あえて財  $A$  を割り当てないよう支払額を決定しているためである.

一方で, AMD では  $(0, 0, 8.4)$  を入札した者に  $AB$  をまとめて割り当て, その支払額を 5 としている. この結果は GM-SMA だけでなく, VCG と異なり, パレート効率的な割当てである  $(A, B, \emptyset)$  ではなく,  $(\emptyset, \emptyset, AB)$  を選択している. これは, もし  $(A, B, \emptyset)$  で割り当ててしまうと,  $(4, 0, 4)$  と  $(0, 5, 5)$  が架空名義による入札であった場合, どのように支払額を調整しても, 架空名義操作不可能性を満たせないためである. 同様の議論が  $\{(0, 4, 4), (5, 0, 5), (0, 0, 8.4)\}$  が入力された場合にも成立する.

このように AMD では, GM-SMA と同様, パレート効率的な割当てを犠牲にして, 架空名義を利用する誘因が生じないようにしている. しかしこの場合, 既存の MB メカニズムと同様の割当てと支払額を選ぶことで,

GM-SMA より社会的余剰の高い割当てを実現しつつ, 架空名義不可能性を維持している.

## 5 結論

本論文は, 自動メカニズムデザインを導入し, 組合せオークション特有の制約条件および架空名義操作不可能性の制約条件を定式化, 実装した. その結果, 従来より社会的余剰の高い割当てを実現する組合せオークションメカニズムを構築した. これは, 7 タイプに対する 3 人 2 財の組合せオークションに限定しているため, 既存メカニズムを都合よく組み合わせている印象を与えるかもしれない. しかし, 本論文は自動メカニズムデザインを組合せオークションメカニズムの構築に実際に適用した世界初の試みであり, 手動でのメカニズム設計が困難な領域への応用が期待される.

今後の課題として, 参加者数やタイプの種類, 財の数などの要素を増やした場合のメカニズム構築が考えられる. しかし, これらを増やした場合, その計算量は指数的に増加するため, 入札者のタイプの対称性などから計算量を削減し, 現実的な計算時間でメカニズムを構築する手法を提案していきたい.

## 参考文献

- [1] T. Sandholm. Automated mechanism design: A new application area for search algorithms. In *Proceedings of the International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, pp. 19–36, 2003.
- [2] M. Yokoo, Y. Sakurai, and S. Matsuura. The effect of false-name bids in combinatorial auctions: New fraud in internet auctions. *Games and Economic Behavior*, Vol. 46, No. 1, pp. 174–188, 2004.
- [3] A. Mas-Colell, W. Whinston, and J. Green. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.
- [4] M. Yokoo. Characterization of strategy/false-name proof combinatorial auction protocols: Price-oriented, rationing-free protocol. In *Proceedings of the 18th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 733–739, 2003.
- [5] M. Yokoo, T. Matsutani, and A. Iwasaki. False-name-proof combinatorial auction protocol: Groves mechanism with submodular approximation. In *Proceedings of the fifth international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems*, pp. 1135–1142, 2006.