

## ドビー織機における必要綜統枠枚数の最小化

## Minimization of the Number of Heald Frames in a Dobby Loom equipped with Long-Eye Healds

松浦 勇<sup>a</sup>, 安藤正好<sup>a</sup>, 平田富夫<sup>b</sup>MATSUURA Isamu<sup>a</sup>, ANDOH Masayoshi<sup>a</sup>, HIRATA Tomio<sup>b</sup>

## 1. まえがき

織物はたて糸とよこ糸が直角に交差して成り立っている。織機では、たて糸を上下2つの層に分離して、その間によこ糸を通すことにより織物が製造され、たて糸の2つの層への分け方を変化させることにより織物組織が形成される。たて糸を2つの層に分けることを開口といい、装着した開口装置の機構の違いにより、織機はタペット式織機、ドビー式織機、ジャカード式織機に分類される。単純な組織の織物はタペット式織機、または、ドビー式織機で製織され、複雑な組織の織物はジャカード式織機を用いるのが一般的である。ドビー式織機は、ジャカード式織機と比較すると、たて糸の太さ、密度等の変更が容易で小ロット生産にも対応しやすいという利点がある。ドビー式織機で複雑な組織の織物を織ることができれば、新たな商品開発に寄与することができると考えられる。

長目綜統とは、目が上下方向に長い綜統であり、通常、ジャカード織機で大きな模様の織物を織る際に用いるが、これをドビー織機に導入することにより、与えられた綜統枠枚数で製織可能な織物組織数を増加させることができる。我々は3枚の綜統枠を使う場合に、完全組織がたて糸4本、よこ糸4本からなる織物組織では、製織可能なものが約2倍に増えることを示した[1]。

本論文では、長目綜統を導入した場合に、与えられた織物組織を製織するのに必要な綜統枠枚数を最小化する方法を提案する。まず、必要な最小綜統枠枚数が、織物組織図をブール行列とみなしたときのブール階数 (Boolean rank) であることを示す。次に、行列のブール階数を求める問題が、2部グラフのクリーク被覆問題に変換でき、さらに2部グラフのクリーク被覆問題がグラフ彩色問題に変換できることを示す。グラフ彩色問題は代表的な組合せ最適化問題であり、多くの発見的アルゴリズムが提案されている。これらのアルゴリズムを適用することで、普通綜統のみを使用する場合と比較して必要綜統枠枚数を減らせることを実験的に示す。

本論文の構成は次のようである。第2章で長目綜統の使い方と織方図の行列表現について述べる。第3章でグラフ彩色問題への変換とアルゴリズムについて述べ、第4章で実験結果を示す。第5章はまとめである。

## 2. 準備

## 2.1 製織のメカニズム

Fig. 1に製織の原理を示す。綜統枠 (heald frame) に取り付けられたヘルドロッド (heald rod) が Fig. 2に示す綜統 (heald) の耳 (end loop) に通されている。たて糸は綜統の目 (eye) に通されており、綜統の上下運動によって、2つの層に分けられ、開口部が形成される (本論文では綜統枠が上に動いて開口部を形成する上開口を仮定する)。よこ糸は杼 (ひ, shuttle) によって開口部に通され、箄 (おさ, reed) によって織前に押し付けられる。織機には、複数の綜統枠が装着されており、綜統は、いずれかの綜統枠に取り付けられている。そのため、同じ綜統枠の綜統を通るたて糸は同じ動きをし、たて糸の動きの種類は綜統枠枚数で決まる。通常、タペット式開口装置で使用できる綜統枠の枚数は12から15枚位であり、それ以上になるとタペット式では機構上困難になる。ドビー式開口装置の綜統枠枚数は30枚程度までで、それ以上の綜統枠枚数が必要な組織のような極めて複雑な組織ではジャカード式開口装置が利用される。

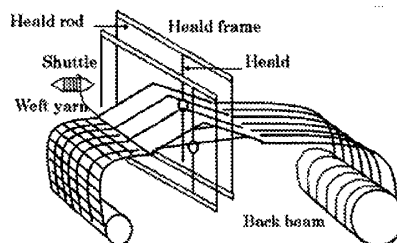


Fig. 1 製織の原理

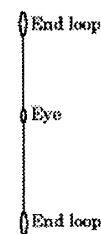


Fig. 2 綜統

## 2.2 織物組織図

織物における糸の交差の状態は、通常、たて糸本数、よこ糸本数で表される大きさをひとつの単位として、その繰り返りとなっている。その単位を完全組織と呼ぶ[2]。Fig. 3の織物では、黒で示すたて糸3本、白色で示すよこ糸3本からなる完全組織の繰り返りとなっていることがわかる。糸の交差の状態は、織物組織図 (weave diagram, 以下、組織図と呼ぶ) で表現される。たて糸がよこ糸の上を通っている交差点を■で表し、よこ糸がたて糸の上を通っている交差点を□で表す。Fig. 3の組織図をFig. 4に示す。

<sup>a</sup>愛知県産業技術研究所 尾張繊維技術センター, Owari Textile Research Center, Aichi Industrial Technology Institute<sup>b</sup>名古屋大学大学院 情報科学研究科, Graduate School of Information Science, Nagoya University

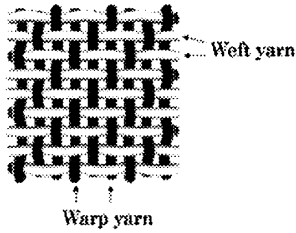


Fig. 3 織物における糸の交差 Fig. 4 織物組織図

2.3 織方図

織物組織を織るための、たて糸の綜統への通し方を示すのが綜統通図 (threading draft diagram) であり、開口装置 (綜統枠) の運動順序を示すのが紋枠図 (peg plan diagram) である。完全組織図, 綜統通図, 紋枠図を合わせて、織方図 (lifting plan diagram) と呼ぶ。Fig. 5 に織方図の例を示す。よこ糸が F 本, たて糸が E 本からなる完全組織で, 綜統枠枚数が H 枚であれば, 組織図は F 行 E 列, 紋枠図は F 行 H 列, 綜統通図は H 行 E 列となる。綜統枠は織前に近いものから順に,  $h_1$  から  $h_H$  で表す。紋枠図はよこ糸  $f_j$  が入るときに綜統枠  $h_i$  が上昇する場合に,  $(h_i, f_j)$  を ■ で表す。綜統通図は, たて糸  $w_i$  が第 j 綜統枠  $h_j$  を通る場合に,  $(w_i, h_j)$  を × で表す。Fig. 5 の組織図の各列について見ると, 4 通りのパターンが存在するので, 綜統枠は 4 枚必要である。以降, 織方図を示す場合には, Fig. 5 のように, 組織図の左に紋枠図を描き, 組織図の下に綜統通図を描くこととする。

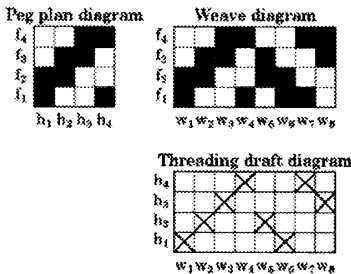


Fig. 5 織方図

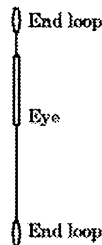


Fig. 6 長目綜統

2.4 長目綜統を用いた製織

長目綜統とは, Fig. 6 に示す形状の, 目が上下方向に長い綜統であり, 通常, ジャカード織機で大きな模様の織物を織る際に用いる[3]。

普通の綜統を用いる製織では, たて糸はそれぞれ 1 本の綜統に通されるが, 長目綜統を導入した場合は, たて糸は複数の綜統に通される。織機を側面から見た 4 つの模式図を Fig. 7 に示す。各模式図において, 左側がよこ糸が入る織前側で, 右側がバックビーム側である。ここでは, 2 本の長目綜統 A, B を考え, 太線で示したたて糸は両方の長目綜統に通っているとす。Fig. 7 (a) に示すように, A, B とも上昇していない状態では, たて糸は静止している。A, B いずれか一方が上昇するとたて糸は開口する (同図 (b), (c))。綜統の目が長いため, 他方の綜統がたて糸の

上昇を妨げることがない。A, B とも上昇した場合も, たて糸は開口する (同図 (d))。

長目綜統を使うことで綜統枠枚数を減らすことができる簡単な例を示す。普通綜統を使った場合の織方図を Fig. 8 に示す。組織図をみると, 4 本のたて糸はすべて異なる動きをするため, 普通綜統を使った場合には, 綜統枠が 4 枚必要である。Fig. 9 に長目綜統を併用した場合の織方図を示す。左から 1 番目のたて糸は第 1 綜統枠の綜統のみに通っているが, 2 番目のたて糸は第 1 綜統枠と第 2 綜統枠の 2 つの綜統を通っている。3 番目のたて糸は第 2 綜統枠, 第 3 綜統枠の 2 つの綜統を通っている。そして, 4 番目のたて糸は第 3 綜統枠の綜統のみに通している。これにより, 綜統枠が 3 枚で済むことがわかる。

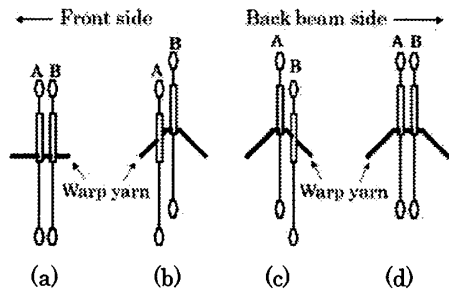


Fig. 7 長目綜統を用いた製織の模式図

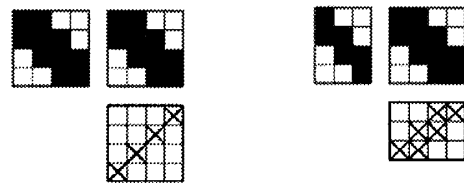


Fig. 8 普通綜統のみを使う場合の織方図

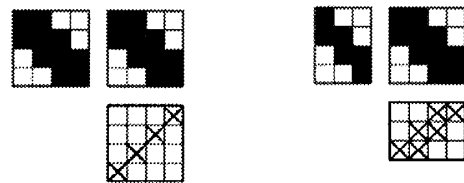


Fig. 9 長目綜統を導入した場合の織方図

2.5 織方図の行列表現

以下では, 組織図, 紋枠図, 綜統通図をそれぞれ行列で表す。組織図, 紋枠図における ■ と □ をそれぞれ 1 と 0 で表し, 綜統通図における × と □ をそれぞれ 1 と 0 で表す。組織図, 紋枠図, 綜統通図を行列で表したものをそれぞれ W, P, T と表記する。ただし, 行列 T の行の順序は綜統通図の行のそれと逆にする。これは, これらの行列の間に  $W=PT$  の関係が成立するためである(これについては後で詳しく述べる)。Fig. 5 の織方図に対応する 3 つの行列を Fig. 10 に示す。

$$\begin{matrix}
 P & & W \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 & & T \\
 & & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

Fig. 10 織方図の行列表現

Fig. 10 の行列のように、すべての成分が 0 または 1 である行列をブール行列と呼ぶ。ブール行列  $A, B$  の和  $A+B$  と積  $AB$  をそれぞれ通常の行列の和と積と同様に定義する。ただし、成分の計算はブール代数に従うものとする。つまり、 $+$  は論理和に、 $\cdot$  は論理積に置き換えて演算を行う。行列  $A$  の  $(i, j)$  成分を  $A_{ij}$  で表す。  $A$  の  $i$  行目の行ベクトルを  $A_{i*}$ 、  $j$  列目の列ベクトルを  $A_{*j}$  で表す。以降では  $W, P, T$  をブール行列とする。二つの  $n$  次行ベクトル  $a=(a_1, \dots, a_n)$  と  $b=(b_1, \dots, b_n)$  の論理和  $a \vee b$  とは、その成分ごとの論理和を成分とする  $n$  次行ベクトル  $(a_1 \vee b_1, \dots, a_n \vee b_n)$  のことである。列ベクトルの論理和も同様に定義する。

普通綜統のみを使用する場合、各たて糸はただひとつの綜統に通るので  $T$  の列  $T_{*j}$  にはちょうどひとつの 1 が現れる。この 1 を  $T_{ij}$  とすると、  $P$  の列  $P_{*i}$  が、  $T_{*j}$  に対応するたて糸  $w_j$  が通る綜統に対応している。つまり、  $P_{*i}$  で表される綜統  $h_i$  の動きにより、たて糸  $w_j$  に所望の動きをさせている。このことから、組織図  $W$ 、紋枠図  $P$ 、綜統通図  $T$  の間には  $W=PT$  の関係が成立する。与えられた  $W$  を  $P$  と  $T$  の積で表したとき、  $P$  の列の数 (=  $T$  の行の数) が、  $W$  で表される織物組織を製織するための綜統枠の数である。 Fig. 5 でみたように、この値は行列  $W$  の異なるパターンの列の数である。

長目綜統を導入する場合には、1 本のたて糸が複数の長目綜統を通るので、  $T$  には複数の 1 が現れる列が存在する。  $T$  の列  $T_{*j}$  において、1 が  $i_1$  行目と  $i_2$  行目に現れるとすると、列  $P_{*i_1}$ 、列  $P_{*i_2}$  の論理和が  $T_{*j}$  に対応するたて糸  $w_j$  の動きを表している。3 つ以上の 1 が存在する  $T$  の列についても同様である。したがって、長目綜統を使用する場合も、普通綜統のみを使用する場合と同様に、組織図  $W$ 、紋枠図  $P$ 、綜統通図  $T$  の間には  $W=PT$  の関係が成り立つ。

## 2.6 ブール階数

$A$  を  $m$  行  $n$  列のブール行列とする。  $A$  のブール階数 (Boolean rank) とは、  $A$  を  $m$  行  $r$  列のブール行列  $B$  と  $r$  行  $n$  列のブール行列  $C$  のブール積  $A=BC$  として表現することができる最小の  $r$  のことをいう。ブール階数はシャイン階数 (Schein rank) とも呼ばれる [4] (以下では、ブール階数を単に階数と呼ぶ)。列ベクトルの集合  $S$  があり、行列  $A$  の任意の列を  $S$  の列ベクトルのいくつかの論理和で表現できるとする。そのような  $S$  の最小サイズが  $A$  の階数であると考えられる。  $B$  に現れる各列が、  $S$  の元である。同様に、行ベクトルの集合  $S'$  があり、行列  $A$  の任意の行を  $S'$  の行ベクトルのいくつかの論理和で表現できるとする。そのような  $S'$  の最小サイズが  $A$  の階数であるとも考えることができる。  $C$  に現れる各行が、  $S'$  の元である。したがって、組織図  $W$  が与えられたとき、長目綜統を用いて製織する際に必要十分な綜統枠枚数を知るには  $W$  の階数を求めればよいことになる。

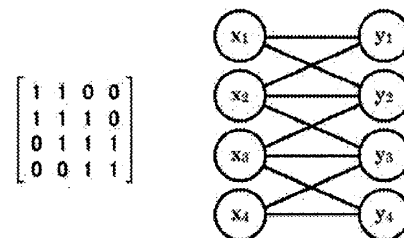
ブール行列の階数を求める問題は NP 困難であり、厳密解を求めるための多項式時間アルゴリズムは未だ見つかっていない。そのため発見的アルゴリズムや近似アルゴリズムを使うのが実際的である。

## 3. グラフ彩色問題への変換

本章では、ブール行列の階数を求める問題が、代表的な組合せ最適化問題であるグラフ彩色問題に変換されることを示す。これは、グラフ彩色問題に関しては多くの発見的アルゴリズムが提案されており、それらを用いてブール行列の階数を求めることができるためである。

### 3.1 2部クリーク被覆問題への変換

ブール行列の階数を求める問題は、2部グラフの最小クリーク被覆問題 [5] に変換することができる [6]。行列  $W$  から 2部グラフへの変換は次のようにおこなわれる。  $m$  行  $n$  列のブール行列  $W$  から、  $m$  個の頂点からなる頂点集合  $X=\{x_1, \dots, x_m\}$  と、  $n$  個の頂点からなる頂点集合  $Y=\{y_1, \dots, y_n\}$  を作る。  $W_{ij}$  が 1 のとき、そしてそのときだけ、2部グラフの頂点  $x_i$  と頂点  $y_j$  を辺で結ぶ。こうしてできた 2部グラフを  $B_w$  とする。 Fig. 11 に例を示す。



(a) ブール行列  $W$  (b) 2部グラフ  $B_w$

Fig. 11 ブール行列と対応する 2部グラフ

次の定理が成立する。証明は紙面の都合で省略する。

【定理 1】ブール行列  $W$  のブール階数は、2部グラフ  $B_w$  の最小クリーク被覆のサイズに等しい。

### 3.2 2部グラフのクリーク被覆問題からクリーク分割問題 [5] への変換

2部グラフ  $B=(X, Y, E)$  からグラフ  $G_B=(V_B, E_B)$  への変換は次のように行う [7]。  $B$  の辺  $e_i$  を  $G_B$  の頂点とみなす。つまり  $V_B=E$  とし、  $B$  において異なる 2 つの辺  $e_i, e_j$  がひとつの 2部クリークに含まれるとき、そして、そのときだけ  $G_B$  において頂点  $e_i$  と頂点  $e_j$  を隣接させる。 Fig. 12 に例を示す。たとえば、  $B$  において  $e_1$  と  $e_2$  の端点である  $x_1, y_1, y_2$  の 3 つの頂点で誘導される部分グラフは  $e_1$  と  $e_2$  を含む 2部クリークである。そのため、  $G_B$  において  $e_1$  と  $e_2$  が隣接する。

次の定理が成立する。証明は紙面の都合で省略する。

【定理 2】2部グラフ  $B$  の最小クリーク被覆のサイズは、グラフ  $G_B$  の最小クリーク分割のサイズに等しい。

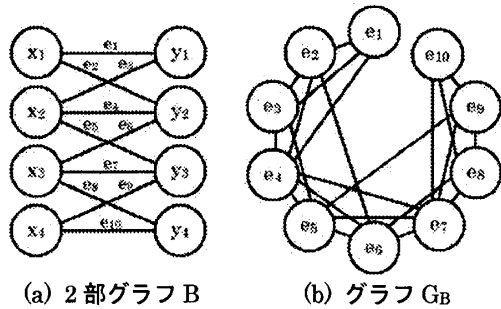


Fig. 12 2部クリーク被覆問題から  
クリーク分割問題への変換

### 3.3 クリーク分割問題からグラフ彩色問題への変換

グラフ G の最小クリーク分割のサイズは補グラフ  $G^c$  の彩色数  $\chi(G^c)$  に等しい。グラフ彩色問題はブール行列の階数を求める問題と同じく NP 困難であり、規模の大きな問題に対して実用的な時間で厳密解を求めるアルゴリズムは未だ見つかっていない。提案されている多くの発見的アルゴリズムの中から、4章で述べる実験には DSI 法[8]を用いた。

### 4. 実験

実際に織物として生産されている 785 種類の組織を使い実験をおこなった。普通綜統のみを使用する場合、与えられた組織図の列数と等しい綜統枚数があれば、その組織を製織することが可能であるが、組織図の中に同じ列パターンが複数含まれているときには、綜統枚数を減らすことができる。つまり、同じ列パターンに対応するたて糸は同じ綜統枚で制御できるので、組織図の中の異なる列パターンの数の綜統枚で製織することができる。

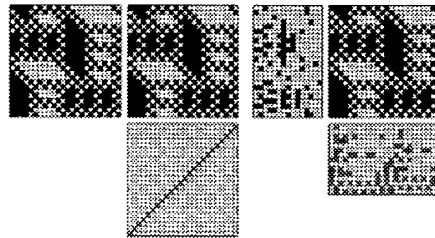
DSI 法は発見的アルゴリズムであるため、必要綜統枚数の最小値が得られる保証はない。そこで、組織図の異なる列パターンの数と、DSI 法を用いて求めた彩色可能数を比較し、小さい方を採用し織方図を作成した。

#### 4.1 実験結果

織機が装着している綜統枚数毎の製織可能な織物組織数を表 1 に示す。表 1 より 785 種類の織物組織のうち、8 枚の綜統枚が装着された織機であれば製織可能なものは 545 種類から 614 種類に増加する。また、16 枚の綜統枚が装着された織機であれば製織可能なものは 770 種類から 775 種類に増加し、長目綜統導入の効果を確認することができた。文献[9] p. 227 に掲載されているグレーシアン織では必要綜統枚数を 24 枚から 15 枚に減少させることができた。普通綜統のみを使用した場合の織方図と、長目綜統を導入した場合の織方図を Fig. 13 に示す。

表 1 製織可能な織物組織数

綜統枚数	製織可能な織物組織数	
	普通綜統のみ	長目綜統導入
8	545	614
16	770	775
24	785	785



(a) 普通綜統のみ使用 (b) 長目綜統導入

Fig. 13 グレーシアン織[9]の織方図

### 5. 結言

与えられた組織図の織物を、長目綜統を導入して製織する際に必要な綜統枚数を最小化するアルゴリズムを提案した。実際に織物として生産されている組織に対して実験を行い、必要綜統枚数を大きく減らせる組織図があることを示した。

### References

- [1] 松浦勇, 安藤正好, 平田富夫, 長目綜統導入による製織可能な織物組織の増加, *Journal of Textile Engineering*, 印刷中
- [2] 日本繊維機械学会繊維工学刊行委員会編「繊維工学 (IV) 布の製造・性能及び物性」 社団法人日本繊維機械学会 (2002)
- [3] 文部省編「織機 3」実教出版株式会社 (1960)
- [4] K. H. Kim, *Boolean Matrix Theory and Applications*, Marcel Dekker, New York, 1982
- [5] M. R. Garey, D. S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W.H. Freeman, San Francisco, 1979
- [6] J. Orlin, Contentment in graph theory: covering graphs with cliques, *Indagationes mathematicae / Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen Vol.39 (1977) 406-424*
- [7] H. U. Simon, On Approximate Solutions for Combinatorial Optimization Problems, *SIAM J. Disc. Math.* Vol.3, No.2, pp 294-310, May 1990
- [8] D. Brelaz, New Methods to Color the Vertices of a Graph, *Comm. ACM*, 22, (1979), 251-256
- [9] 文部省編「織機 1」実教出版株式会社 (1958)