上昇型プッシュダウン木オートマトンと下降型プッシュダウン木オートマトンの受理能力の比較について†

山 崎 克 典††

プッシュダウン木オートマトン (PDTA) は互いに双対概念をなす下降型 (t-PDTA) と上昇型 (b-PDTA) の二つの形がある．このうち，b-PDTA は1985年 K.M. Schimpf らによって初めて導入され，t-PDTA と受理能力が同じであることが示された[9]．しかしながら，そこで導入された概念は t-PDTA の概念と同じで，その理論的意義は極めて低いものである．これに対して，1989年山崎により K.M. Schimpf らとは異なる b-PDTA が導入されその基本的性質が示された[15]．本論文は，このような背景のもとで，山崎によって提案された b-PDTA と t-PDTA の受理能力の比較を行っている．主な内容を述べると，(1) 任意の単一状態 lsb-PDTA M に対して $N(M')=N(M)$ となる lst-PDTA M' が常に存在する，(2) t-PDTA で受理されるが b-PDTA で受理不能な木言語が存在する，そしてこの結果 (3) b-PDTA で受理される木言語のクラスが t-PDTA で受理される木言語のクラスに真に包含されることが示されている．

1. はじめに

近年におけるオートマタ理論および形式言語理論の研究において木言語 (tree language) が重要な位置を占めるようになった．これは J.W. Thatcher[1] らに見られるように有限オートマトンの受理する言語の概念的拡張（すなわち系列言語から木言語への拡張）に端を発している．しかしながら E.T. Irons (1961) らにより導入された SDT (Syntax Directed Translation)，また SDT の拡張概念とも考えられる D.E. Knuth (1968) に端を発する属性変換 (Attributed Translation)，そして A. Lindenmayer (1968) の L システム（特に ETOL）等の概念を包含する木言語から木言語への変換[7]へと発展した．

他方，W.C. Rounds[5] に端を発する文脈自由木文法 (Context-Free Tree Grammar ; CFTG) から下降型プッシュダウン木オートマトン (Top-down Pushdown Tree Automaton ; t-PDTA) の概念が導入され[8),13),14]，Indexed 文法[2]の導出木言語 (derivation tree language) が t-PDTA によって受理され，逆に t-PDTA によって受理される木言語に対して導出木の射影がその言語と一致するような Indexed 文法が常に存在することが示された．そして，この結果 t-PDTA が受理する木言語の葉言語が Indexed 言語であることが判明した．ところで，t-PDTA の双対概念とも言うべき上昇型 PDTA (Bottom-up PDTA ; b-PDTA) が1985年 K.M. Schimpf と J.H. Gallier によって示されたが，これは t-PDTA の概念の単なる書換えに過ぎず，理論的に興味の薄いものである．そこで 1989 年山崎によって新たな b-PDTA が提案されその基本的性質が調べられた[15]．

本論文においては，このような背景のもとで，t-PDTA と b-PDTA の受理能力の比較検討を行っている．主な内容を述べると，(1) t-PDTA のサブクラスである線形スタック t-PDTA (lst-PDTA) の拡張形を新たに導入し，拡張形 lst-PDTA と lst-PDTA の等価性の検討，(2) 単一状態線形スタック b-PDTA (lst-PDTA) M に対して $N(M')=N(M)$ となる拡張形 lst-PDTA M' が常に存在する，(3) t-PDTA で受理されるが b-PDTA では受理不能な木言語の存在，そして以上の結果 (4) b-PDTA で受理される木言語のクラスが t-PDTA で受理される木言語のクラスに真に包含されることが示されている．

2. 基本的諸定義

議論を進める前に基礎的とも言える概念および定義について述べる．ここで述べる定義は主として W.C. Rounds[5]，山崎[13)~16)]によるものであるのでその詳細については関連する文献を参照されたい．

アルファベットの有限集合を Σ，そして r を $\Sigma\times N$（ただし N は自然数）上の関係とした時，対 (Σ, r) はランク化アルファベット (ranked alphabet) と呼ばれる．ここで $r(\sigma,n)$（または $r(\sigma)=n$）であれば σ のランクは n であると言い，ランク n を持つ Σ の

† A Comparison of Acceptance Capabilities of Bottom-up Pushdown Tree Automata and Top-down Pushdown Tree Automata by KATSUNORI YAMASAKI (Information Sciencies, Faculty of Science and Technology, Science University of Tokyo).

†† 東京理科大学理工学部情報科学科

全要素を Σ_n で表す．なお，$\forall i, j \in N$ に対して $\Sigma_i \cap \Sigma_j = \phi$ である必要性はない．

次にこのようなランク化アルファベット (Σ, r) に対して，集合 $\mathcal{T}_\Sigma$ を（1）$\forall \sigma \in \Sigma_0$ に対して $\sigma \in \mathcal{T}_\Sigma$，（2）$\forall n (n \geqslant, 1)$ に対して，もし $t_1, \cdots, t_n \in \mathcal{T}_\Sigma$ であり，かつ $\sigma \in \Sigma_n$ であれば $\sigma(t_1, \cdots, t_n) \in \mathcal{T}_\Sigma$ を満たす最小の集合と定義する．この時 $\mathcal{T}_\Sigma$ を Σ-木（または単に木）の集合と呼ぶ．なお Σ 上の木言語 (tree language) とは $\mathcal{T}_\Sigma$ の部分集合のことである．ところでランク化アルファベット (Σ, r) と有限集合 I（ただし $I \cap \Sigma = \phi$）に対して $\Sigma' = I \cup \Sigma$ とする．ここで $\forall \sigma \in I$ に対して $r'(\sigma) = 0$，$\forall \sigma \in \Sigma$ に対して $r'(\sigma) = r(\sigma)$ で定義されるランク化アルファベットを (Σ', r') とする．この時 $\mathcal{T}_{\Sigma'}$ を I によって指標化 (indexed) された Σ-木の集合と呼び，I による指標化を強調するために $\mathcal{T}_{\Sigma'} = \mathcal{T}_\Sigma(I)$ なる記法を用いる．

さらにランク化アルファベット (Σ, r) および有限集合 B（ただし $B \cap \Sigma = \phi$）に対して集合 $\mathcal{T}_{\Sigma\langle B\rangle}$ を，（1）$\forall b \in B$ に対して $b \in \mathcal{T}_{\Sigma\langle B\rangle}$，（2）$\forall \sigma \in \Sigma_0, \forall b \in B$ に対して $\sigma(b) \in \mathcal{T}_{\Sigma\langle B\rangle}$，（3）$\forall \sigma \in \Sigma_n (n \geqslant 1)$，$\forall t_1, \cdots, t_n \in \mathcal{T}_{\Sigma\langle B\rangle}$ に対して $\sigma(t_1, \cdots, t_n) \in \mathcal{T}_{\Sigma\langle B\rangle}$ を満たす最小の集合と定義する．

また，$u \in \mathcal{T}_\Sigma(X_n{}^{*})$ およびある順序付けられた木 $(t_1, \cdots, t_n)$ に対して関数 $\mathrm{Sub}\left(\begin{matrix} t_1, \cdots, t_n \\ x_1, \cdots, x_n \end{matrix} \middle| u\right)$ または $S\left(\begin{matrix} t_i \\ x_i \end{matrix} \middle| u\right)$ を u に関する帰納法で次のように定義する．

（1） $u = \sigma (\sigma \in \Sigma_0)$ に対し $S\left(\begin{matrix} t_i \\ x_i \end{matrix} \middle| u\right) = \sigma$

（2） $u = x_j (x_j \in X_n)$ に対し $S\left(\begin{matrix} t_i \\ x_i \end{matrix} \middle| u\right) = t_j$

（3） $\forall \sigma \in \Sigma_m (m \geqslant 1)$ に対し，もし $u = \sigma(u_1, \cdots, u_m)$（ただし $u_j (1 \leqslant j \leqslant m) \in \mathcal{T}_\Sigma(X_n)$）であれば

$$S\left(\begin{matrix} t_i \\ x_i \end{matrix} \middle| u\right) = \sigma\left(S\left(\begin{matrix} t_i \\ x_i \end{matrix} \middle| u_1\right), \cdots, S\left(\begin{matrix} t_i \\ x_i \end{matrix} \middle| u_m\right)\right)$$

3. プッシュダウン木オートマトン (PDTA)

本章ではプッシュダウン木オートマトン (Pushdown Tree Automaton ; PDTA) の定義と関連事項について述べる．

［定義1］

下降型 PDTA (Top-down PDTA ; t-PDTA) M とは七つ組のシステム $(Q, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{¢\}, \delta, q_0, \Pi_M, F)$ のことである．ここで

（1） Q：状態の有限集合

（2） Σ：ランク化アルファベット (Σ, r_Σ) で入力アルファベットと呼ばれる．なお \$ は Σ の要素ではない特殊記号で入力底記号と呼ばれる．

（3） Γ：ランク化アルファベット (Γ, r_Γ) で pd-記号と呼ばれる．なお ¢ は Γ の要素ではない特殊記号で pd-底記号と呼ばれる．

（4） q_0：初期状態

（5） Π_M：pd-初期記号の有限集合（ただし $\Pi_M \subseteq \Gamma_0$）

（6） F：最終状態の有限集合（ただし $F \subseteq Q$）

（7） δ：遷移関数で

（a） $\forall q \in Q, \forall \sigma \in \Sigma_n (n \geqslant 1) \cup \{\varepsilon\}^{*}, \forall Z \in \Gamma_m$ に対して

$\delta(q, \sigma, Z(y_1, \cdots, y_m)^{**}) \ni ((p_1, u_1), \cdots, (p_n, u_n))$

（ただし $1 \leqslant i \leqslant n$ に対して $p_i \in Q$, $u_i \in \mathcal{T}_{\Gamma\langle Y_m \cup \{¢\}\rangle}$）

（b） $\forall q \in Q, \forall \sigma \in \Sigma_0 \cup \{\varepsilon\}, \forall Z \in \Gamma_m$ に対して

$\delta(q, \sigma, Z(y_1, \cdots, y_m)) \in (p, u)$

（ただし $p \in Q, u \in \mathcal{T}_{\Gamma\langle Y_m \cup \{¢\}\rangle}$）

このような t-PDTA M に対する計算状況，動作，および受理される木言語は以下のようになる．

（1） M の計算状況 (configuration)

M に対する入力木 $t\langle\$\rangle \in \mathcal{T}_{\Sigma\langle\$\rangle}$ の根のラベルに入力ヘッドがあり，M の制御部の状態が q，pd-記憶部の内容が $u\langle¢\rangle$ である時の計算状況を $([q, u\langle¢\rangle], t\langle\$\rangle)$ で表す．また $t\langle\$\rangle$ に対する，ある内部フロンティア節を $(n_1, \cdots, n_l)$ とした時，$n_1, \cdots, n_l$ を根とする部分木 $t_1, \cdots, t_l$ を $([q_1, u_1], t_1), \cdots, ([q_l, u_l], t_l)$（ただし $1 \leqslant i \leqslant l$ に対して $q_i \in Q, u_i \in \mathcal{T}_{\Gamma\langle¢\rangle}$）で置き換えた木を $t\langle\$\rangle[([q_1, u_1], t_1), \cdots, ([q_l, u_l], t_l)]$ で表し，これを入力木 $t\langle\$\rangle$ に対する計算状況と呼ぶ．

（2） M の動作 (move)

M の計算状況が $t\langle\$\rangle[([q_1, u_1], t_1), \cdots, ([q_i, u_i], t_i), \cdots, ([q_l, u_l], t_l)] = t\langle\$\rangle'$ である時 M の動作は次のように定義される．すなわち $t_i = \sigma(t_{i1}, \cdots, t_{in})$（ただし $\sigma \in \Sigma_n \cup \{\varepsilon\}$）および $u_i = Z(u_{i1}, \cdots, u_{im})$（ただし $Z \in \Gamma_m$）に対して $\delta(q_i, \sigma, Z(y_1, \cdots, y_m)) \ni ((p_1, v_1), \cdots, (p_n, v_n))$ であれば，M の計算状況は入力信号 σ によって $t\langle\$\rangle'$ から計算状況

---

* 可付番無限集合 $X = \{x_1, x_2, \cdots\}$ に対して $X_n = \{x_1, \cdots, x_n\}$ なる表現を用いる．このような X_n の要素は特に変数 (variable) と呼ばれる．

* 空列 ε のランクは1または0とする[13]．

** $Z(y_1, \cdots, y_m)$ は $m = 0$ である時 $Z(y_1, \cdots, y_m) = Z(¢)$ であると約束する．

$$t_{\langle\$\rangle}\left[([q_1, u_1], t_1), \cdots, \sigma\left(\left(\left[p_1, S\begin{pmatrix}u_{ij}\\y_j\end{pmatrix}v_1\right)\right], t_{i1}\right), \cdots,\right.$$

$$\left.\left(\left[p_n, S\begin{pmatrix}u_{ij}\\y_j\end{pmatrix}v_n\right)\right], t_{in}\right)\right), \cdots, ([q_l, u_l], t_l)\right]$$

へ動くという．一般的に M の計算状況 t が計算状況 t' へ動くことを $t\vdash_M t'$ と記す．なお関係 $\vdash_M$ の反射的推移的閉包を $\vdash_M^*$ で示し，$\vdash_M^k$ は k 回の動作で計算状況が変わることを示すものとする．

（3） M によって受理される木言語

最終状態によって受理される木言語 $T(M)$ および空スタックによって受理される木言語 $N(M)$ が以下のように定義される．

$T(M)=\{t\in\mathcal{T}_\Sigma \mid ([q_0, Z_0(¢)], t_{\langle\$\rangle})\vdash_M^* t_{\langle\$\rangle}[([p_1, u_1], \$), \cdots, ([p_l, u_l], \$)]$
（ただし Z_0 は Π_M の任意の要素で $1\leqslant i\leqslant l$ に対し $p_i\in F, u_i\in\mathcal{T}_{\Gamma}\langle ¢\rangle$)$\}$

$N(M)=\{t\in\mathcal{T}_\Sigma \mid ([q_0, Z_0(¢)], t_{\langle\$\rangle})\vdash_M^* t_{\langle\$\rangle}[([p_1, ¢], \$), \cdots, ([p_l, ¢], \$)]$ （ただし Z_0 は Π_M の任意の要素で $p_i(1\leqslant i\leqslant l)\in Q$)$\}$

［定義 2］

上昇型 PDTA (Bottom-up PDTA; b-PDTA) M とは七つ組のシステム $(Q, \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma\cup\{¢\}, \delta, q_0, \Pi_M, F)$ のことである．ここで遷移関数 δ 以外は定義 1 に同じで δ は以下のようになる．

（a） $\forall\sigma\in\Sigma_n\cup\{\varepsilon\}(n\geqslant 1), \forall q_i\in Q, \forall Z_i\in\Gamma_{k_i}$ （ただし $1\leqslant i\leqslant n$）に対し

$\delta(\sigma, ([q_1, Z_1(y_1, \cdots, y_{k_1})], \cdots,$
$[q_n, Z_n(y_{k_1+\cdots+k_{n-1}+1}, \cdots, y_{k_1+\cdots+k_n})]))\ni(p, u)$
（ただし $p\in Q, u\in\mathcal{T}_{\Gamma}\langle Y_{k_1+\cdots+k_n}\cup\{¢\}\rangle$)

または

（b） $\forall\sigma\in\Sigma_0\cup\{\varepsilon\}, \forall q\in Q, \forall Z\in\Gamma_m$ に対し
$\delta(\sigma, [q, Z(y_1, \cdots, y_m)])\ni(p, u)$
（ただし $p\in Q, u\in\mathcal{T}_{\Gamma}\langle Y_m\cup\{¢\}\rangle$)

なお，$Z\in\Gamma_0$ である時は $Z(y_1, \cdots, y_m)=Z$ であるが，ここでは $Z(y_1, \cdots, y_m)=Z(¢)$ と約束する．

（ここで導入される PDTA を上昇型と呼ぶことに対する筆者のコメントについて述べる．周知のように上昇型有限木オートマトン $M=(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ は入力木のある節 α のラベルが σ（ただし σ のランクは n）であり，α の子を左から順に $\alpha_1, \cdots, \alpha_n$ とし，それぞれの状態が $q_1, \cdots, q_n$ であれば M の遷移関数は $\delta(\sigma, (q_1, \cdots, q_n))\ni p$（ただし p は節 α における状態）で定義される．したがって，上昇型 PDTA を定義する場合節 $\alpha_1, \cdots, \alpha_n$ のそれぞれにスタック機能を付加させるのが最も自然な拡張と考えられる．すなわち，δ を定義 2 における（a），（b）のように定義することが最も自然な上昇型 PDTA の定義の一つの方法かと考えられる．なお，スタックの構造を木にする必然性があるわけではないが，最初は木構造からスタートするのが妥当と考えられる．）

次に以後の議論を簡明にするための略記法について述べる．一連の記号列 $y_1, \cdots, y_m$ は m が既知であれば $\bar{y}$ と記し，記号列の集合 $\{y_1, \cdots, y_m\}$ を $\{\bar{y}\}$ と表す．また，$\delta(\sigma, ([q_1, Z_1(y_1, \cdots, y_{k_1})], \cdots, [q_n, Z_n(y_{k_1+\cdots+k_{n-1}+1}, \cdots, y_{k_1+\cdots+k_n})]))$ における $Z_1(y_1, \cdots, y_{k_1}), \cdots, Z_n(y_{k_1+\cdots+k_{n-1}+1}, \cdots, y_{k_1+\cdots+k_n})$ を $Z_1(\bar{y}_1), \cdots, Z_n(\bar{y}_n)$ と略記する．また $\delta(\sigma, ([q_1, Z_1(\bar{y}_1)], \cdots, [q_n, Z_n(\bar{y}_n)]))$ $=\delta(\sigma, ([q_1, Z_1(y_{11}, \cdots, y_{1k_1})], \cdots, [q_n, Z_n(y_{n1}, \cdots, y_{nk_n})]))$ なる表現を便宜的に用いる．

ところで，b-PDTA M に対する計算状況，動作，および受理される木言語は以下のようになる．

（1） M の計算状況

b-PDTA における計算状況の表現は t-PDTA における計算状況の表現と同じである．なお b-PDTA における初期計算状況は $t_{\langle\$\rangle}[([q_0, Z_1(¢)], \$), \cdots, ([q_0, Z_l(¢)], \$)]$* （ただし $Z_i(1\leqslant i\leqslant l)\in\Pi_M$）である．

（2） M の動作

入力木 $t_{\langle\$\rangle}$ に対して M が計算状況 $t_{\langle\$\rangle}[([q_1, u_1], t_1), \cdots, ([q_{i1}, u_{i1}], t_{i1}), \cdots, ([q_{in}, u_{in}], t_{in}), \cdots, ([q_l, u_l], t_l)]=t_{\langle\$\rangle}'$ にある時，$t_i=\sigma(t_{i1}, \cdots, t_{in})$（ただし $\sigma\in\Sigma_n\cup\{\varepsilon\}(n\geqslant 0)$），$u_{ij}=Z_j(u_{ij1}, \cdots, u_{ijk_j})$（ただし $1\leqslant j\leqslant n$ で $Z_j\in\Gamma_{k_j}$）であれば $\delta(\sigma, ([q_{i1}, Z_1(\bar{y}_1)], \cdots, [q_{in}, Z_n(\bar{y}_n)]))\ni(p, v)$ に対して，M の計算状況 $t_{\langle\$\rangle}'$ は入力 σ によって計算状況 $t_{\langle\$\rangle}[([q_1, u_1], t_1), \cdots, ([p, S\begin{pmatrix}u_{ijh}\\y_{jh}\end{pmatrix}v)], t_i), \cdots, ([q_l, u_l], t_l)]$ へ動くという．なお b-PDTA における関係 $\vdash_M$，$\vdash_M^*$ および $\vdash_M^k$ は t-PDTA に準じて用いる．

（3） M によって受理される木言語

最終状態にって受理される木言語 $T(M)$ および空スタックによって受理される木言語 $N(M)$ は以下のように定義される．

$T(M)=\{t\in\mathcal{T}_\Sigma \mid \forall Z_1, \cdots, Z_l\in\Pi_M$ に対し
$t_{\langle\$\rangle}[([q_0, Z_1(¢)], \$), \cdots, ([q_0, Z_l(¢)], \$)]\vdash_M^*([q, u], t_{\langle\$\rangle})$ （ただし $q\in F, u\in\mathcal{T}_{\Gamma}\langle ¢\rangle$)$\}$

$N(M)=\{t\in\mathcal{T}_\Sigma \mid \forall Z_1, \cdots, Z_l\in\Pi_M$ に対し
$t_{\langle\$\rangle}[([q_0, Z_1(¢)], \$), \cdots, ([q_0, Z_l(¢)], \$)]\vdash_M^*([q,$

---

* この場合の内部フロンティア節は $t_{\langle\$\rangle}$ のすべての葉である．

¢], $t\langle\$\rangle$) (ただし $q\in Q$)}

本章を終るに当り，本論文で使用するある記法の規約について述べる．ランク化アルファベット (Σ, r_Σ) に対して Σ が単子的 (monadic)，すなわち $\Sigma_m=\phi(m\geqslant 2)$ である時 $\mathcal{T}_\Sigma$ の要素は $\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_m)\cdots))$ の形をしている．明らかにこの表現はアルファベット Σ 上の系列文 $\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_m\in\Sigma^*$ と同型である．したがって $\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_m)\cdots))$ なる木の集合を系列文と区別するために $(\Sigma)^*$ と記す．また $\alpha=\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n)\cdots))$, $\beta=\sigma_1{}'(\sigma_2{}'(\cdots(\sigma_m{}')\cdots))$ である時 $\alpha(\beta)=\sigma_1(\sigma_2(\cdots(\sigma_n(\sigma_1{}'(\sigma_2{}'(\cdots(\sigma_m{}')\cdots))))\cdots))$ であるとする．

次に，あるタイプの木言語（例えば t-PDTA の受理する木言語等のクラスをゴシック体，すなわち **t-PDTA** 等で表す．また PDTA における Π_M (pd-初期記号の有限集合) は下降型，上昇型を問わず単一とすることができるので，以後そのように想定する*．

4. 上昇型 PDTA と下降型 PDTA の受理能力の比較

PDTA $M=(Q, \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma\cup\{¢\}, \delta, q_0, \Pi_M, F$ (または ϕ)) において Γ が単子的である時，すなわち $\Gamma_m=\phi(m\geqslant 2)$ である時 M は線形スタック (linear stack) と呼ばれる．したがって以後の議論において t-PDTA (または b-PDTA) が線形スタックであれば lst-PDTA (または lsb-PDTA) と略記する．

[定義3]

lst-PDTA $M=(Q, \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma\cup\{¢\}, \delta, q_0, Z_0, F)$ は遷移関数 δ が $\forall q\in Q$, $\forall\sigma\in\Sigma_n\cup\{\varepsilon\}(n\geqslant 0)$，および $\forall\alpha\in(\Gamma)^*$ に対して

$\delta(q, \sigma, \alpha(y))\ni((p_1, v_1), \cdots, (p_n, v_n))$**

(ただし $1\leqslant i\leqslant n$ に対し $p_i\in Q, v_i\in\mathcal{T}_{\Gamma\langle\{y\}\cup\{¢\}\rangle}$

$(\alpha(y)=\alpha(¢)$ である時は $v_i\in\mathcal{T}_{\Gamma\langle¢\rangle}$))

で定義される時，拡張形 lst-PDTA と呼ばれる．

この定義にみられるように，拡張形 lst-PDTA は lst-PDTA の遷移関数の定義域を $Q\times(\Sigma\cup\{\varepsilon\})\times\Gamma(y)$ から $Q\times(\Sigma\cup\{\varepsilon\})\times(\Gamma)^m(y)$ $(m\geqslant 0)$ に拡張したものであり，その動作，計算状況，受理の概念等はすべて lst-PDTA に準じたものになる．また PDA の場合と同様な手順で以下の補題を証明し得る．

[補題1]

任意の拡張形 lst-PDTA M に対して $N(M')=T(M)$ となる拡張形 lst-PDTA M' が常に存在し，逆も真である．

[補題2]

拡張形 lst-PDTA M に対して $T(M')=T(M)$ となる lst-PDTA M' が常に存在する．

[定理1]

$\forall L_\Sigma\in$ **b-PDTA** に対して $T(M'')=L_\Sigma$ となる lst-PDTA M'' が常に存在する．

(証明) $\forall L_\Sigma\in$ **b-PDTA** に対して $N(M)=L_\Sigma$ となる単一状態 lsb-PDTA M が常に存在する[15]．また単一状態 lsb-PDTA にはＧ形標準型が常に存在する[16]から M はＧ形標準型と仮定することができる．すなわち，$M=(\{*\}, \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma\cup\{¢\}, \delta, *, S, \phi)$ の遷移関数は $\sigma\in\Sigma_n, \alpha\in(\Gamma)^*$ に対して

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n)))\ni\alpha(y_r)$*

(ただし，$Z_i(1\leqslant i\leqslant n)\in\Gamma, 1\leqslant r\leqslant n$)

のみの形をしている．

次にこのような M をもとに拡張形 lst-PDTA $M'=(Q', \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma'\cup\{¢\}, \delta', q_0, W_0, \phi)$ を以下のように定める．

(a) $Q'=\{*\}\cup\{q_0\}\cup\{q_X\mid\forall X\in\Gamma\}$

(b) $\Gamma'=\Gamma\cup\{W_0\}\cup\{W_X\mid\forall X\in\Gamma\}$

(ただし $\Gamma_1{}'=\Gamma_1, \Gamma_0{}'=\Gamma_0\cup\{W_0\}$
$\cup\{W_X\mid\forall X\in\Gamma\}$)

(c) δ' は以下のようになる．

(1) $\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n)))\ni\alpha(y_r)$ に対して

(i) $\alpha(y_r)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y_r)\cdots))$ (ただし $m\geqslant 1$) であれば

$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y)\cdots)))$
$\ni((q_{Z_1}, W_{Z_1}(¢)), \cdots, (*, Z_r(y)), \cdots, (q_{Z_n}, W_{Z_n}(¢)))$

(ii) $\alpha(y_r)=y_r$ であれば $\forall W\in\Gamma_1$ に対し

$\delta'(*, \sigma, W(y))$
$\ni((q_{Z_1}, W_{Z_1}(¢)), \cdots, (*, Z_r(W(y))), \cdots,$
$(q_{Z_n}, W_{Z_n}(¢)))$

(iii) $\alpha(y_r)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$ (ただし $m\geqslant 1$) であれば

$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots)))$
$\ni((q_{Z_1}, W_{Z_1}(¢)), \cdots, (q_{Z_n}, W_{Z_n}(¢)))$

(iv) $\alpha(y_r)=¢$ であれば

* $M=(Q, \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma\cup\{¢\}, \delta, q_0, \Pi_M, F$ (または ϕ)) に対して $M'=(Q, \Sigma\cup\{\$\}, \Gamma\cup\{Z_0{}'\}\cup\{¢\}, q_0, Z_0{}', F$ (または ϕ)) なる PDTA において，$\forall Z_0\in\Pi_M$ に対し M が下降型であれば δ に $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0{}'(¢))\ni(q_0, Z_0(¢))$ を追加したものを δ' とし，上昇型であれば δ に $\delta(\varepsilon, [q_0, Z_0{}'(¢)])\ni(q_0, Z_0(¢))$ を追加したものを δ' とすれば明らかに $T(M')=T(M)$ (または $N(M')=N(M)$) である．

** lst-PDTA においては $\delta(q, \sigma, ¢)$ は定義されないが拡張形 lst-PDTA においては $\alpha\in(\Gamma)^*$，すなわち $\alpha=\varepsilon$ が許容されるので $\delta(q, \sigma, ¢)$ が定義される．

* 本来 $\delta(\sigma, ([*, Z_1(y_1)], \cdots, [*, Z_n(y_n)]))\ni(*, \alpha(y_r))$ と記すべきであるが，単一状態の場合は状態の情報が冗長であるので $\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n)))\ni\alpha(y_r)$ と略記する．

$\delta'(q_0, \sigma, W_0(¢))$
$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$
とする*.

（2） δ に依存しない δ' として

（i） $\forall X\in\Gamma$ に対して
$\delta'(qx, \varepsilon, Wx(¢))\ni(qx, Z(¢))$ （ただし $\forall Z\in\Gamma_0$）

（ii） $\forall X, \forall Z\in\Gamma$ に対して
$\delta'(qx, \varepsilon, Z(y))\ni(qx, W(Z(y)))$
（ただし $\forall W\in\Gamma, Z(y)=Z(¢)$ を含む）

（iii） $\forall X\in\Gamma$ に対して
$\delta'(qx, \varepsilon, X(y))\ni(*, X(y))$
（ただし $X(y)=X(¢)$ を含む）

（iv） $\delta'(*, \varepsilon, S(¢))\ni(*, ¢)$

このようにして定まる拡張形 1st-PDTA M' に対して次の補題が成り立つ．

［補題3］
$\forall t\in\mathcal{T}_\Sigma, \forall\gamma\in(\Gamma)^+$ に対して
$t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$
$\vdash_M^*([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
であるならば
$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
$\vdash_{M'}^* t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$
が成り立ち，逆についても真である．

（補題証明） まず M における動作数 k，すなわち $\vdash_M^k$ に対する帰納法で証明する．

（1） $k=1$ の場合
$t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$
$\vdash_M([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
であれば M には
$\delta(\sigma, (S_{(1)}(¢), \cdots, S_{(l_0)}(¢)))\ni\gamma(¢)$
なる遷移関数が存在して
$t\langle\$\rangle=\sigma(\$_{(1)}, \cdots, \$_{(l_0)})$
でなければならない．ところで $\gamma\neq\varepsilon$ であるから M' には遷移関数
$\delta'(*, \sigma, \gamma(¢))$
$\ni((qs_{(1)}, Ws_{(1)}(¢)), \cdots, (qs_{(l_0)}, Ws_{(l_0)}(¢)))$
が存在する．これより
$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
$=([*, \gamma(¢)], \sigma(\$_{(1)}, \cdots, \$_{(l_0)}))$
$\vdash_{M'}\sigma(([qs_{(1)}, Ws_{(1)}(¢)], \$_{(1)}), \cdots,$
$([qs_{(l_0)}, Ws_{(l_0)}(¢)], \$_{(l)}))$
$\vdash_{M'}^*\sigma(([qs_{(1)}, S_{(1)}(¢)], \$_{(1)}), \cdots,$
$([qs_{(l_0)}, S_{(l_0)}(¢)], \$_{(l_0)}))$
$\vdash_{M'}^*\sigma(([*, S_{(1)}(¢)], \$_{(1)}), \cdots, ([*S_{(l_0)}(¢)], \$_{(l_0)}))$
となり命題が成り立つ．

（2） M の動作数が k 以下の時命題が成り立つとする．ここで
$t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$
$\vdash_M^k t\langle\$\rangle[([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots,$
$([*, Z_n(v_n(¢))], t_n)]$
$\vdash_M([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
なる M の $k+1$ の動作に対して，最後に適用された遷移関数が
$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n)))\ni\alpha(y_r)$
であれば $t\langle\$\rangle=\sigma(t_1, \cdots, t_n)$ となる．ところで

（i） $\alpha(y_r)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y_r)\cdots))(m\geqq1)$ であれば $\gamma(¢)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(v_r(¢))\cdots))$ となる．他方，M' には
$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y)\cdots)))$
$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(y)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$
なる遷移関数が存在するから
$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
$=([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(v_r(¢))\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$
$\vdash_{M'}\sigma(([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, Z_r(v_r(¢))], t_r),$
$\cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$
$\vdash_{M'}^*\sigma(([qz_1, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_r(v_r(¢))], t_r),$
$\cdots, ([qz_n, Z_n(v_n(¢))], t_n))$
$\vdash_{M'}^*\sigma(([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_r(v_r(¢))], t_r),$
$\cdots, ([*, Z_n(v_n(¢))], t_n))$

（ii） $\alpha(y_r)=y_r$ であれば $\gamma(¢)=v_r(¢)$ （ただし $v_r\neq\varepsilon$）となる．他方，M' には $\forall W\in\Gamma_1$ に対して
$\delta'(*, \sigma, W(y))$
$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(W(y))),$
$\cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$
なる遷移関数が存在するから $v_r(¢)=W(v_r'(¢))$ に対して
$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$
$=([*, W(v_r'(¢))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$
$\vdash_{M'}\sigma(([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots,$
$([*, Z_r(W(v_r'(¢)))], t_r), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$
$\vdash_{M'}^*\sigma(([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_r(v_r(¢))], t_r),$
$\cdots, ([*, Z_n(v_n(¢))], t_n))$

（iii） $\alpha(y_r)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$ （ただし $m\geqq1$）であれば $\gamma(¢)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$ となる．他方，M' には
$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots)))$
$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$
なる遷移関数が存在するから

* （i）および（ii）の場合は $Z_r(y_r)\neq Z_r(¢)$ であるとする．なお，（iii）および（iv）の場合は必ずしも $Z_r(y_r)\neq Z_r(¢)$ ではないとしている点に注意されたい．

$$([*, \gamma(¢)], t_{\langle\$\rangle})$$
$$=([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$$
$$\vdash_{M'} \sigma(([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$$
$$\vdash^{*}_{M'} \sigma(([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(v_n(¢))], t_n))$$

となる．

(iv)　$\alpha(y_r)=¢$ であれば $\gamma=\varepsilon$ となる．しかしながら $\gamma \neq \varepsilon$ であるからこの場合は生じない．

ところで

$$\sigma(([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(v_n(¢))], t_n))$$
$$=t_{\langle\$\rangle}[([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(v_n(¢))], t_n)]$$

であり，$\forall i(1 \leqslant i \leqslant n)$ に対して

$$t_i[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_i)}(¢)], \$)] \vdash^{k_i}_{M}([*, Z_i(v_i(¢))], t_i)$$

とすると $k_i \leqslant k$ であるから，帰納法の仮定より

$$([*, Z_i(v_i(¢))], t_i) \vdash^{*}_{M'} t_i[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_i)}(¢)], \$)]$$

である．すなわち

$$([*, \gamma(¢)], t_{\langle\$\rangle})$$
$$\vdash^{*}_{M'} t_{\langle\$\rangle}[([*, Z_1(v_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(v_n(¢))], t_n)]$$
$$\vdash^{*}_{M'} t_{\langle\$\rangle}[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$$

となり命題が成り立つ．

逆について．$\vdash^{(k)}_{M'}$* に対する帰納法で証明する．

(1)　$k=1$ の場合．

$$([*, \gamma(¢)], t_{\langle\$\rangle}) \vdash^{\{1\}}_{M'} t_{\langle\$\rangle}[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$$

であるためには，$\gamma \in (\Gamma')^{+}$ であるから適用される遷移関数は(1)(iv)以外のものである．この時 $t_{\langle\$\rangle}=\sigma(t_1, \cdots, t_n)$ に対して

(i)　$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y)\cdots)))$
$$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(y)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$$

が適用された場合．

$$\gamma(¢)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(\gamma'(¢))\cdots)) \quad (\text{ただし } \gamma' \neq \varepsilon)$$

であれば

$$([*, \gamma(¢)], t_{\langle\$\rangle})$$
$$=([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(\gamma'(¢))\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$$
$$\vdash_{M'} \sigma(([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, Z_r(\gamma'(¢))], t_r), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$$
$$\vdash^{*}_{M'} \sigma(([qz_1, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_r(\gamma'(¢))], t_r), \cdots, ([qz_n, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n))$$
$$\vdash^{*}_{M'} \sigma(([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_r(\gamma'(¢))], t_r), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n))$$

すなわち

$$([*, \gamma(¢)], \sigma(t_1 \cdots, t_n))$$
$$\vdash^{\{1\}}_{M'} \sigma(([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_r(\gamma'(¢))], t_r), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n))$$
$$=t_{\langle\$\rangle}[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$$

でなければならない．しかしながら $Z_r \neq \varepsilon$, $\gamma' \neq \varepsilon$ であるから $Z_r(\gamma') \neq S$ となり，このような場合は生じない．

(ii)　$\delta'(*, \sigma, W(y))$
$$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(W(y))), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$$

が適用された場合．

$$\gamma(¢)=W(\gamma'(¢))$$

であれば

$$([*, \gamma(¢)], t_{\langle\$\rangle})$$
$$=([*, W(\gamma'(¢))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$$
$$\vdash_{M'} \sigma([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, Z_r(W(\gamma'(¢)))], t_r), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$$

となるが，$Z_r \neq \varepsilon, W \neq \varepsilon$ であるから $Z_r(W(\gamma')) \neq S$ となり，(i)と同様にして，このような場合は生じない．

(iii)　$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$
$$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$$

が適用された場合．

$$\gamma(¢)=Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots)) \quad (m \geqslant 1)$$

であれば

$$([*, \gamma(¢)], t_{\langle\$\rangle})$$
$$=([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$$
$$\vdash_{M'} \sigma(([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$$
$$\vdash^{*}_{M'} \sigma(([*, Z_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, Z_n(¢)], t_n))$$
$$=t_{\langle\$\rangle}[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$$

でなければならない．これより $n=l_0, 1 \leqslant i \leqslant n$ に対して $Z_i=S$, $t_i=\$$ となり $t_{\langle\$\rangle}=\sigma(t_1, \cdots, t_n)=\sigma(\$_{(1)}, \cdots, \$_{(n)})$ が結論される．ところで M には遷移関数

$$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$$

が存在する．また，$l_0=n, Z_i=S$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$ であり $t_{\langle\$\rangle}=\sigma(\$_{(1)}, \cdots, \$_{(n)})$ であるから

---

* M' における計算状況 $\alpha=t_{\langle\$\rangle}[([q_1, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([q_s, u_s(¢)], t_s)]$ において，α から M' の状態の部分集合への写像 St を $\mathrm{St}(\alpha)=\{q_1, \cdots, q_s\}$ で定義する．ここで $\alpha_1 \vdash_{M'} \alpha_2 \vdash_{M'} \cdots \vdash_{M'} \alpha_{m-1} \vdash_{M'} \alpha_m$ (ただし $\alpha_i \vdash_{M'} \alpha_{i+1} (1 \leqslant i \leqslant m-1)$ において状態が＊である節に遷移関数は決して適用されない) なる M' の一連の動作に対して $\mathrm{St}(\alpha_1)=\mathrm{St}(\alpha_m)=\{*\}$, $\mathrm{St}(\alpha_i) \neq \{*\} (2 \leqslant i \leqslant m-1)$ であれば $\alpha_1 \vdash^{\{1\}}_{M'} \alpha_m$ と記す．なお，$\beta_1 \vdash^{\{1\}}_{M'} \beta_2 \vdash^{\{1\}}_{M'} \cdots \beta_k \vdash^{\{1\}}_{M'} \beta_{k+1}$ である時 $\beta_1 \vdash^{\{k\}}_{M'} \beta_{k+1}$ と記す．

$t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$

$= \sigma(([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(n)}(¢)], \$))$

$\vdash_M ([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))], \sigma(\$_{(1)}, \cdots, \$_{(n)}))$

$= ([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

となり，命題が成り立つ．

(2) M' の動作数が (k) 以下の時命題が成り立つと仮定する．この時

$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

$\vdash^{(k+1)}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$

なる動作について考える．M' における計算状況 $([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$ (ただし $\gamma \neq \varepsilon$) および $t\langle\$\rangle = \sigma(t_1, \cdots, t_n)$ に対して適用される遷移関数が

(i) $\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y)\cdots)))$

$\ni ((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(y)),$

$\cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$

である場合．

$\gamma(¢) = Y_1(Y_2(\cdots Y_m(\gamma_r(¢))\cdots))$

であれば

$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

$= ([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(\gamma_r(¢))\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

$\vdash_{M'} t\langle\$\rangle[([qz_1, Wz_1(¢)], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_r(\gamma_r(¢))], t_r), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n)]$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_r(\gamma_r(¢))], t_r), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

(ただし $\gamma_i (1 \leqslant i \leqslant n) \in (\Gamma)^*$)

(ii) $\delta'(*, \sigma, W(y))$

$\ni ((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(W(y))),$

$\cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$

である場合．

$\gamma(¢) = W(\gamma'(¢))$

であれば

$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

$= ([*, W(\gamma'(¢))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

$\vdash_{M'} t\langle\$\rangle[([qz_1, Wz_1(¢)], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_r(W(\gamma'(¢)))], t_r),$

$\cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n)]$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_r(\gamma_r(¢))], t_r), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

(ただし $\gamma_r(¢) = W(\gamma'(¢)) = \gamma(¢)$)

(iii) $\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots)))$

$\ni ((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$

である場合．

$\gamma(¢) = Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$

であれば

$([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

$= ([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))], \sigma(t_1 \cdots, t_n))$

$\vdash_{M'} t\langle\$\rangle[([qz_1, Wz_1(¢)], t_1),$

$\cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n)]$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

となる．ところで

$t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

$\vdash^{(k)}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$

であるから $\forall i (1 \leqslant i \leqslant n)$ に対して

$([*, Z_i(\gamma_i(¢))], t_i)$

$\vdash^{(k_i)}_{M'} t_i[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_i)}(¢)], \$)]$

なる動作が M' に存在する．しかるに $k_i \leqslant k$ であるから帰納法の仮定より

$t_i[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_i)}(¢)], \$)]$

$\vdash^{*}_{M} ([*, Z_i(\gamma_i(¢))], t_i)$

すなわち

$t\langle\$\rangle[([*, S_{(1)}(¢)], \$), \cdots, ([*, S_{(l_0)}(¢)], \$)]$

$\vdash^{*}_{M} t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

である．ここで

(i) の場合は M に遷移関数

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y_r)\cdots))$

で存在するから

$t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

$\vdash_M ([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(\gamma_r(¢))\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

$= ([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

(ii) の場合は M に遷移関数

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r$

が存在し，この場合は $\gamma_r(¢) = \gamma(¢)$ であるから

$t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

$\vdash_M ([*, \gamma_r(¢)], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

$= ([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

(iii) の場合は M に遷移関数

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$

が存在するから

$t\langle\$\rangle[([*, Z_1(\gamma_1(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(\gamma_n(¢))], t_n)]$

$\vdash_M ([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

$= ([*, \gamma(¢)], t\langle\$\rangle)$

となる．このように動作数が $(k+1)$ の場合も命題が成り立つ．

(補題証明終り)

[補題 4]

$\forall t \in \mathcal{T}_\Sigma$, $\forall u_i (1 \leqslant i \leqslant l) \in (\Gamma)^+$ に対して

$t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$\vdash^{*}_{M}([*, ¢], t\langle\$\rangle)$

であるならば

$([q_0, W_0(¢)], t\langle\$\rangle)$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

が成り立ち，逆についても真である．

(補題証明)　まず M の動作数 k による帰納法で証明する．

(1)　$k=1$ の場合．

$t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$\vdash_M([*, ¢], t\langle\$\rangle)$

であるためには $u_i = Z_i(u_i')$ (ただし $1 \leqq i \leqq l$) に対して適用された遷移関数は

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_l(y_l))) \ni ¢$

であり，$t\langle\$\rangle = \sigma(t_1, , \cdots, t_l)$ である．したがって M' には遷移関数

$\delta'(q_0, \sigma, W_0(¢))$

$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (qz_l, Wz_l(¢)))$

が存在するから

$([q_0, W_0(¢)], t\langle\$\rangle)$

$\vdash_{M'} t\langle\$\rangle[([qz_1, Wz_1(¢)], t_1),$

$\cdots, ([qz_l, Wz_l(¢)], t_l)]$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, Z_1(u_1'(¢))], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_l(u_l'(¢))], t_l)]$

$= t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

となり命題が成り立つ．

(2)　M の動作数が k 以下の時命題が成り立つと仮定する．

この時

$\beta = t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_n(¢)], t_n)$

$\cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$= t\langle\$\rangle[([*, Z_1(u_1'(¢))], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_n(u_n'(¢))], t_n)$

$([*, u_{n+1}(¢)], t_{n+1}), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$\vdash^{k+1}_{M}([*, ¢], t\langle\$\rangle)$

であり，最初の計算状況に対して適用される遷移関数が

(i)　$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y_r)\cdots))$

であれば

$\beta \vdash_M t\langle\$\rangle[([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(u_r'(¢))\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n)),$

$([*, u_{n+1}(¢)], t_{n+1}), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$\vdash^{k}_{M}([*, ¢], t\langle\$\rangle)$

であるから，帰納法の仮定より M' には次の動作が存在する．

$([q_0, W_0(¢)], t\langle\$\rangle)$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(u_r'(¢))\cdots))],$

$\sigma(t_1, \cdots, t_n)),$

$([*, u_{n+1}(¢)], t_{n+1}), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

ところで M' には遷移関数

$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y)\cdots))$

$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (*, Z_r(y)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$

が存在するから

$\vdash_{M'} t\langle\$\rangle[([qz_1, Wz_1(¢)], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_r(u_r'(¢))], t_r),$

$\cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n), ([*, u_{n+1}(¢)], t_{n+1}),$

$\cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$\vdash^{*}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, Z_1(u_1'(¢))], t_1),$

$\cdots, ([*, Z_n(u_n'(¢))], t_n),$

$([*, u_{n+1}(¢)], t_{n+1}), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$= t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

となり命題が成り立つ．まったく同様の手順で(ii) $\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni y_r$ および(iii) $\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Y_1(Y_2(\cdots Y_m(¢)\cdots))$ の場合について命題が成り立つことが示され，M の動作数が $k+1$ の時も命題が成り立つ．

逆について．M' の動作数 (k)，すなわち $\vdash^{(k)}_{M'}$ に対する帰納法で証明する．

(1)　$k=1$ の場合．

$([q_0, W_0(¢)], t\langle\$\rangle)$

$\vdash^{(1)}_{M'} t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

であるためには M' に

$\delta'(q_0, \sigma, W_0(¢))$

$\ni((qz_1, Wz_1(¢)), \cdots, (qz_n, Wz_n(¢)))$

なる遷移関数が存在しなければならない．すなわち $t\langle\$\rangle = \sigma(t_1, \cdots, t_n)$ に対して

$([q_0, W_0(¢)], t\langle\$\rangle)$

$\vdash_{M'} \sigma(([qz_1, Wz_1(¢)], t_1), \cdots, ([qz_n, Wz_n(¢)], t_n))$

$\vdash^{*}_{M'} \sigma(([*, Z_1(u_1'(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(u_n'(¢))], t_n))$

$= t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

である．これより $l=n$，$u_i(1 \leqq i \leqq l) = Z_i(u_i')$ が結論される．他方 M には

$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni ¢$

なる遷移関数が存在するから

$t\langle\$\rangle[([*, u_1(¢)], t_1), \cdots, ([*, u_l(¢)], t_l)]$

$= \sigma(([*, Z_1(u_1'(¢))], t_1), \cdots, ([*, Z_n(u_n'(¢))], t_n))$

$\vdash_M([*, ¢], \sigma(t_1, \cdots, t_n))$

$= ([*, ¢], t\langle\$\rangle)$

となり命題が成り立つ．

(2)　M' の動作数が (k) 以下の時命題が成り立つと

仮定する．

この時

$$([q_0, W_0(\text{¢})], t\langle\$\rangle)$$
$$\vdash_{M'}^{(k)} t\langle\$\rangle[([*, u_1(\text{¢})], t_1), \cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$

に対して，次に適用される遷移関数が

（i） $\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y)\cdots)))$
$$\ni((q_{z_1}, W_{z_1}(\text{¢})), \cdots, (*, Z_r(y)), \cdots, (q_{z_n}, W_{z_n}(\text{¢})))$$

であれば，$u_1 = Y_1(Y_2(\cdots Y_m(u_1')\cdots))$（ただし $u_1' \neq \text{¢}$）および $t_1 = \sigma(t_{11}, \cdots, t_{1n})$ に対し

$$t\langle\$\rangle[([*, u_1(\text{¢})], t_1), \cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$\vdash_{M'} t\langle\$\rangle[\sigma(([q_{z_1}, W_{z_1}(\text{¢})], t_{11}),$$
$$\cdots, ([*, Z_r(u_1'(\text{¢}))], t_{1r}),$$
$$\cdots, ([q_{z_n}, W_{z_n}(\text{¢})], t_{1n}), ([*, u_2(\text{¢})], t_2),$$
$$\cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$\vdash_{M'}^{*} t\langle\$\rangle[\sigma(([*, Z_1(v_1(\text{¢}))], t_{11}),$$
$$\cdots, ([*, Z_r(u_1'(\text{¢}))], t_{1r}),$$
$$\cdots, ([*, Z_n(v_n(\text{¢}))], t_{1n})), ([*, u_2(\text{¢})], t_2),$$
$$\cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$

なる動作が M' に存在する．他方，M には遷移関数

$$\delta(\sigma, (Z_1(y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni Y_1(Y_2(\cdots Y_m(y_r)\cdots))$$

が存在するから

$$t\langle\$\rangle[\sigma(([*, Z_1(v_1(\text{¢}))], t_{11}),$$
$$\cdots, ([*, Z_r(u_1'(\text{¢}))], t_{1r}),$$
$$\cdots, ([*, Z_n(v_n(\text{¢}))], t_{1n})), ([*, u_2(\text{¢})], t_2),$$
$$\cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$\vdash_M t\langle\$\rangle[([*, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(u_1'(\text{¢}))\cdots))], \sigma(t_1, \cdots, t_n)),$$
$$([*, u_2(\text{¢})], t_2), \cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$= t\langle\$\rangle[([*, u_1(\text{¢})], t_1), \cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$\vdash_M^{*} ([*, \text{¢}], t\langle\$\rangle)$$（帰納法の仮定より）

が結論され，動作数が $(k+1)$ の場合も命題が成り立つ．まったく同様にして（ii）$\delta'(*, \sigma, W(y)) \ni ((q_{z_1}, W_{z_1}(\text{¢})), \cdots, (*, Z_r(W(y))), \cdots, (q_{z_n}, W_{z_n}(\text{¢})))$ の場合および（iii）$\delta'(*, \sigma, Y_1(Y_2(\cdots Y_m(\text{¢})\cdots))) \ni ((q_{z_1}, W_{z_1}(\text{¢})), \cdots, (q_{z_n}, W_{z_n}(\text{¢})))$ の場合についても命題が成り立つことが示され，結局 M' の動作数が $(k+1)$ の場合も命題が成り立つ．

（補題証明終り）

補題3および補題4の結果から，$\forall t \in \mathcal{T}_\Sigma$, $\forall u_i(1 \leqslant i \leqslant l) \in (\Gamma)^+$ に対して

$$t\langle\$\rangle[([*, S_{\langle 1\rangle}(\text{¢})], \$), \cdots, ([*, S_{\langle l_0\rangle}(\text{¢})], \$)]$$
$$\vdash_M^{*} t\langle\$\rangle[([*, u_1(\text{¢})], t_1), \cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$\vdash_M^{*} ([*, \text{¢}], t\langle\$\rangle)$$

であることと

$$([q_0, W_0(\text{¢})], t\langle\$\rangle)$$
$$\vdash_{M'}^{*} t\langle\$\rangle[([*, u_1(\text{¢})], t_1), \cdots, ([*, u_l(\text{¢})], t_l)]$$
$$\vdash_M^{*} t\langle\$\rangle[([*, S_{\langle 1\rangle}(\text{¢})], \$), \cdots, ([*, S_{\langle l_0\rangle}(\text{¢})], \$)]$$

であることが同等である．これより

$$N(M) = \{t \in \mathcal{T}_\Sigma \mid t\langle\$\rangle[([*, S_{\langle 1\rangle}(\text{¢})], \$), \cdots, ([*, S_{\langle l_0\rangle}(\text{¢})], \$)] \vdash_M^{*} ([*, \text{¢}], t\langle\$\rangle)\}$$
$$= \{t \in \mathcal{T}_\Sigma \mid ([q_0, W_0(\text{¢})], t\langle\$\rangle)$$
$$\vdash_M^{*} t\langle\$\rangle[([*, S_{\langle 1\rangle}(\text{¢})], \$), \cdots, ([*, S_{\langle l_0\rangle}(\text{¢})], \$)]$$
$$\vdash_{M'}^{*} t\langle\$\rangle[([*, \text{¢}_{\langle 1\rangle}], \$), \cdots, ([*, \text{¢}_{\langle l_0\rangle}], \$)]\}$$
$$= N(M')$$

が成り立つ．ところで補題1より拡張形 lst-PDTA M' に対し $T(M_1) = N(M')$ となる拡張形 lst-PDTA M_1 が常に存在する．また補題2より $T(M'') = T(M_1)$ となる lst-PDTA M'' が常に存在するから定理が成り立つ．

（定理証明終り）

［定理2］

t-PDTA で受理されるが，b-PDTA で受理不能な木言語が存在する．

（証明） $N = \{A, B\}$（ただし $N_0 = N_1 = \{A, B\}$），$\Sigma = \{\sigma, a, b\}$（ただし $\Sigma_2 = \{\sigma\}$，$\Sigma_1 = \{a, b\}$，$\Sigma_0 = \{b\}$）および規則の集合 R を

$A \to a(A(B))$　　$B \to b$

$A(x) \to a(A(B(x)))$　　$B(x) \to b(x)$

$A(x) \to \sigma(x, x)$

とする文脈自由木文法 (CFTG) $G = (N, \Sigma, R, A)$* について考える．この時，明らかに

$$L(G) = \{a^n(\sigma(b^n, b^n)) \mid n \geqslant 1\}^{**}$$

である．ここで $L(G)$ を受理する G 形標準型の単一状態 lsb-PDTA $M = (\{*\}, \Sigma \cup \{\$\}, \Gamma \cup \{\text{¢}\}, \delta, *, S, \phi)$ が存在すると仮定する．この時 $t = a^n(\sigma, (b^n, b^n))$ に対して

$$t\langle\$\rangle[([*, S(\text{¢})], \$), ([*, S(\text{¢})], \$)]$$
$$\vdash_M^{*} t\langle\$\rangle[([*, X_n(\alpha_n(\text{¢}))], b^n(\$)),$$
$$([*, Y_n(\beta_n(\text{¢}))], b^n(\$))]$$
$$\vdash_M t\langle\$\rangle[([*, \gamma_n(\theta_n(\text{¢}))], \sigma(b^n(\$), b^n(\$)))]$$

（ただし $\gamma_n \in (\Gamma)^*$, $\theta_n(\text{¢})$ は $\alpha_n(\text{¢})$, $\beta_n(\text{¢})$, ¢ のいずれかである***）

---

* 文献13) を参照のこと．

** $\underbrace{a(a(\cdots a}_{n\text{個}}(\sigma(\underbrace{b(b(\cdots(b)}_{n\text{個}}\cdots)), \underbrace{b(b(\cdots(b)}_{n\text{個}}\cdots))))\cdots)) = a^n(\sigma(b^n, b^n))$ の意味である．

*** $\theta_n(\text{¢}) = \alpha_n(\text{¢})$ である時は遷移関数 $\delta(\sigma, (X_n(y_1), Y_n(y_2))) \ni \gamma_n(y_1)$ が，$\theta_n(\text{¢}) = \beta_n(\text{¢})$ である時は遷移関数 $\delta(\sigma, (X_n(y_1), Y_n(y_2))) \ni \gamma_n(y_2)$ が，そして $\theta_n(\text{¢}) = \text{¢}$ である時は遷移関数 $\delta(\sigma, (X_n(y_1), Y_n(y_2))) \ni \gamma_n(\text{¢})$ が適用された場合である．

$\vdash_M^* ([*, ¢], a^n(\sigma(b^n(\$), b^n(\$))))$

となる動作が存在しなければならない．ところで，対 (X_n, Y_n) に注目した時 $n \geqslant |\Gamma|^2+1$ であれば対の列 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \cdots, (X_n, Y_n)$ に対して $(X_{n_1}, Y_{n_1})=(X_{n_2}, Y_{n_2})$ となる n_1, n_2 (ただし $1 \leqslant n_1 < n_2 \leqslant n$) が存在する．したがって $t'=a^{n_1}(\sigma(b^{n_1}, b^{n_1}))$ に対して

$$t'\langle \$ \rangle [([*, S(¢)], \$), ([*, S(¢)], \$)]$$
$$\vdash_M^* t'\langle \$ \rangle [([*, X_{n_1}(\alpha_{n_1}(¢))], b^{n_1}(\$)), ([*, Y_{n_1}(\beta_{n_1}(¢))], b^{n_1}(\$))]$$
$$\vdash_M t'\langle \$ \rangle [([*, \gamma_{n_1}(\theta_{n_1}(¢))], \sigma(b^{n_1}(\$), b^{n_1}(\$)))]$$
$$\vdash_M^* ([*, ¢], a^{n_1}(\sigma(b^{n_1}(\$), b^{n_1}(\$))))$$

である時

(1) $\theta_{n_1}=\alpha_{n_1}$ であれば $t''=a^{n_1}(\sigma(b^{n_1}, b^{n_2}))$ に対し

$$t''\langle \$ \rangle [([*, S(¢)], \$), ([*, S(¢)], \$)]$$
$$\vdash_M^* t''\langle \$ \rangle [([*, X_{n_1}(\alpha_{n_1}(¢))], b^{n_1}(\$)), ([*, Y_{n_2}(\beta_{n_2}(¢))], b^{n_2}(\$))]$$
$$= t''\langle \$ \rangle [([*, X_{n_1}(\alpha_{n_1}(¢))], b^{n_1}(\$)), ([*, Y_{n_1}(\beta_{n_2}(¢))], b^{n_2}(\$))]$$
$$\vdash_M t''\langle \$ \rangle [([*, \gamma_{n_1}(\alpha_{n_1}(¢))], \sigma(b^{n_1}(\$), b^{n_2}(\$)))]$$
$$\vdash_M^* ([*, ¢], a^{n_1}(\sigma(b^{n_1}(\$), b^{n_2}(\$))))$$

(2) $\theta_{n_1}=\beta_{n_1}$ であれば $t''=a^{n_1}(\sigma(b^{n_2}, b^{n_1}))$ に対し，(1)とまったく同様にして

$$t''\langle \$ \rangle [([*, S(¢)], \$), ([*, S(¢)], \$)]$$
$$\vdash_M^* ([*, ¢], a^{n_1}(\sigma(b^{n_2}(\$), b^{n_1}(\$))))$$

(3) $\theta_{n_1}(¢)=¢$ であれば $t''=a^{n_1}(\sigma(b^{n_2}, b^{n_2}))$ に対し，(1)とまったく同様にして

$$t''\langle \$ \rangle [([*, S(¢)], \$), ([*, S(¢)], \$)]$$
$$\vdash_M^* ([*, ¢], a^{n_1}(\sigma(b^{n_2}(¢), b^{n_2}(¢))))$$

が得られる．しかるに $n_1 \neq n_2$ であるから $a^{n_1}(\sigma(b^{n_1}, b^{n_2})), a^1(\sigma(b^{n_2}, b^{n_1})), a^{n_1}(\sigma(b^{n_2}, b^{n_2}))$ は $L(G)$ に属さないから $N(M) \neq L(G)$ となり仮定に反する．したがって定理が成り立つ*.

(終り)

定理 1 および定理 2 の結果より直ちに次の定理が得られる．

[定理 3]

b-PDTA によって受理される木言語のクラスは t-PDTA によって受理される木言語のクラスに真に包含される (**b-PDTA⊊t-PDTA**).

5. おわりに

本稿においては上昇型 PDTA (b-PDTA) の受理する木言語のクラスが下降型 PDTA (t-PDTA) の受理する木言語のクラスに真に包含されることが示された．この主な原因は次のような事実によるものと推察される．すなわち，b-PDTA における遷移関数 $\delta(\sigma, ([q_1, Z_1(\bar{y}_1)], \cdots, [q_n, Z_n(\bar{y}_n)])) \in (p, u)$ においては u は変数の集合 $\{\bar{y}_1, \cdots, \bar{y}_n\}$ の要素を重複して含むことは可能である．すなわちスタックの内容を複写 (copy) する能力を有している．しかしながら b-PDTA で受理される木言語のクラスは単一状態 lsb-PDTA が受理する木言語のクラスと一致する[15]．換言すれば b-PDTA で受理される木言語は $\delta(\sigma, (Z_1, (y_1), \cdots, Z_n(y_n))) \ni \alpha(y_r)$ (ただし $\alpha \in (\Gamma)^*$, $1 \leqslant r \leqslant n$) なる形をした遷移関数のみからなる b-PDTA で受理可能である．すなわち，本論文で定義された b-PDTA によって受理される木言語を受理するためには状態を必要とせず，かつ複写の能力を有しないかなり限定された b-PDTA で十分である．

他方，t-PDTA における遷移関数 $\delta(q, \sigma, Z(y_1, \cdots, y_m)) \ni ((p_1, u_1), \cdots, (p_n, u_n))$ において変数の集合 $\{y_1, \cdots, y_m\}$ の要素を重複して含むことが可能である．すなわち b-PDTA と同様スタックの内容を複写する能力を有している．ところで t-PDTA で受理される言語のクラスは lst-PDTA で受理される木言語のクラスと一致する[14]．すなわち t-PDTA で受理される木言語は $\delta(q, \sigma, Z(y)) \ni ((p_1, \alpha_1), \cdots, (p_n, \alpha_n))$ (ただし $1 \leqslant i \leqslant n$ に対して $\alpha_i = \alpha_i'(y)(\alpha' \in (\Gamma)^*)$ または $\alpha_i \in (\Gamma)^*$) なる形をした遷移関数のみからなる t-PDTA で受理可能である．明らかに，この場合は状態の導入が必要であり，かつ複写の機能も有している．以上のような理由により t-PDTA の受理能力が b-PDTA の受理能力を上回るものと考えられる．

なお，今後に残された課題は多々あるが，本論文における b-PDTA の受理能力がかなり低いため，何らかの新しい b-PDTA の導入が必要と考えられる．また本論文における b-PDTA の概念上で考えるとすれば，複写能力のないまたは単一状態の t-PDTA と b-PDTA との受理能力の比較，t-PDTA および b-PDTA のサブセット間における受理能力の比較検討が当面の課題として考えられる．

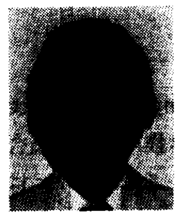
* CFTG=t-PDTA が成り立ち[13] b-PDTA=単一状態 lsb-PDTA[15] である点に注意されたい．

参考文献

1) Thatcher, J. W.: Characterizing Derivation Trees of Context-Free Grammars through a Generalization of Finite Automata Theory, *J. Comput. Syst. Sci.*, Vol. 1, pp. 317-322 (1967).

2) Aho, A. V.: Indexed Grammars—An Extension of Context-Free Grammars, *J. ACM*, Vol. 15, No. 4, pp. 647-671 (1968).
3) Aho, A. V.: Nested Stack Automata, *J. ACM*, Vol. 16, No. 3, pp. 383-406 (1969).
4) Thatcher, J. W.: Generalized Sequential Machine Maps, *J. Comput. Syst. Sci.*, Vol. 4, pp. 339-367 (1970).
5) Rounds, W. C.: Mappings and Grammars on Trees, *Math. Syst. Theory*, Vol. 4, No. 3, pp. 257-287 (1970).
6) Fischer, M. J.: Grammars with MACRO-like Productions, *Proc. 9th IEEE Symp. on Switching and Automata Theory*, pp. 131-142 (Oct. 1968).
7) Engelfriet, J.: Bottom-up and Top-down Transformations—A Comparison, *Math. Syst. Theory*, Vol. 9, No. 3, pp. 198-231 (1975).
8) Guessarian, I.: On Pushdown Tree Automata, *Proc. of 6th CAAP, Genoa, Lecture Notes in Comp. Sci.*, pp. 211-223, Springer-Verlag (1981).
9) Schimpf, K. M. and Gallier, J. H.: Tree Pushdown Automata, *J. Comput. Syst. Sci.*, Vol. 30, pp. 25-40 (1985).
10) Aho, A. V. et al.: *Currents in the Theory of Computing*, Prentice-Hall (1973).
11) Hopcroft, J. E. and Ullman, J. D.: *Introduction to Automata Theory, Languages, Computation*, Addison-Wesley (1979).
12) Aho, A. V. and Ullman, J. D.: *The Theory of Parsing, Translation, and Compiling*, 1, 2, Prentice-Hall (1972).
13) 山崎克典：プッシュダウンオートマトンと文脈自由木文法の基本的性質—プッシュダウンオートマトンと脈自由文法の拡張，信学論文 (D), Vol. J71-D, No. 9, pp. 1580-1591 (1988).
14) 山崎克典：プッシュダウン木オートマトン (PDTA) と Indexed 文法との関係，信学論 (D), Vol. J71-D, No. 12, pp. 2485-2497 (1988).
15) 山崎克典：上昇型プッシュダウン木オートマトンの基本的性質，信学論 (D-I), Vol. J72-D-I, No. 5, pp. 317-326 (1989).
16) 山崎克典：上昇型プッシュダウン木オートマトンの標準型に対する一考察，信学技報，COMP 90-41-45, pp. 19-28 (1990. 9).

(平成2年10月8日受付)
(平成3年 5 月7日採録)



山崎　克典（正会員）

昭和40年東京工業大学理工学部電子卒業．昭和46年同大大学院博士課程修了．工学博士．オートマトンと形式言語理論に関する研究に従事．構文的パターン認識および言語意味論に興味を持つ．現在，東京理科大学理工学部情報科学科助教授．電子情報通信学会，IEEE, ACM各会員．