

## 面光源で照らされた物体の照度計算法<sup>†</sup>

田 中 敏 光<sup>††</sup> 高 橋 時 市 郎<sup>††</sup>

計算機を用いて写実的な画像を生成することは CG の重要な課題の一つである。日常的に使われている光源の多くは固有の大きさを持つ面光源である。現実的な照明条件の下で画像を生成するには、面光源で照らされた物体の反射を正確に求める必要がある。面光源はサンプリングにより点光源の集合で近似できるが、点光源の数が十分でないとエリヤシングが生じる。エリヤシングを完全に除去するには、面光源による照度を解析的に求める必要がある。物体の反射特性は、一般に、拡散反射成分と鏡面反射成分とに分けることができる。このうち、拡散反射成分の積分は計算が簡単なため、すでに解析解が求められている。しかし、鏡面反射成分は入射方向と視線方向の両者に依存した複雑な積分となるので、解析解は求められていない。本論文では、多角形の完全拡散面光源で照明される条件のもとで、鏡面反射成分と拡散反射成分の両者の反射特性を持つ物体の照度の解析解を導出する。次に、その具体的な計算方法を提案する。反射強度の算出には Phong のモデルを用いるが、入反射のエネルギーを保存するように改良する。面光源内の照度積分を簡単にするために工夫として、曲座標系を導入する。光源を単位球上に投影したのち、光源を球面上の三角形に分割する。三角形の内部での積分は多項式近似で求める。計算機実験により本手法の有効性を示す。

### 1. まえがき

計算機を用いて写実的な画像を生成することは CG の重要な課題の一つである。物体表面の明るさは、物体表面での光線の反射をシミュレートすることで求められる。物体の反射特性は拡散反射成分と鏡面反射成分に分けることが一般的であり、この仮定に基づいて Phong<sup>10)</sup>, Blinn<sup>3)</sup>, Cook-Torrance<sup>5)</sup> らの反射モデルが提案されている。

日常生活ではさまざまな種類の光源が使われているが、その多くは固有の大きさを持つ面光源である。このため、現実的な照明条件で写実的な画像を生成するには、面光源による照度を精密に計算する必要がある。

点光源で照明される場合には、拡散反射成分と鏡面反射成分の両方を解析的に求めることができる。線光源で照明される場合については、西田ら<sup>12)</sup>により拡散反射成分の計算手法が、また、Poulin ら<sup>11)</sup>により鏡面反射成分の計算手法が提案されている。しかし、面光源で照明される場合については、西田ら<sup>13)</sup>が拡散反射成分の解析解を与えており、鏡面反射成分については未解決である。

面光源を点光源の集合で近似することにより、鏡面反射成分を計算できる<sup>2)</sup>。しかし、モアレなどのエリ

アシングを除くには、光源を十分細かくサンプリングする必要があるため、計算時間が長大になる。

本論文では、多角形の完全拡散面光源で照明されている物体の拡散反射成分と鏡面反射成分とを、共に解析的に求める手法を提案する。まず、反射強度を導出するため、入反射のエネルギーを保存するように改良した Phong のモデルを導入する。

面光源による照度は、光源上の微小領域が作る照度を光源内で積分すれば計算できる。しかし、鏡面反射の強度は光源・視点・照度計算をおこなう点（以下、計算点と呼ぶ）の位置関係で定まる。これを単純にデカルト座標系で扱おうとしたのでは、被積分関数、積分領域ともに複雑な関数になり、解析解を求めるることは困難である。本論文では、計算点を原点とする極座標系を導入して、積分の簡略化をはかる。すなわち、光源を計算点を中心とする単位球面に投影し、投影された光源を球面上の三角形に分割する。各三角領域の積分では、1変数は直接代数積分できる。他方は Chebyshev 多項式近似したのち積分する。この結果、近似精度を保証した照度計算が可能になる。

付影処理は計算点で光源の可視領域を求めて原理的に実現できるが、そのインプリメントは複雑になるため、処理の簡潔化も含めて稿を改めて報告することとしたい。

以下、2章で従来の線光源や面光源で照明される場合の照度計算手法を、3章で提案手法の詳細を、4章で計算機実験による本手法の有効性を示す。

<sup>†</sup> Shading Method for Objects Illuminated by Area Light Sources  
by TOSHIMITSU TANAKA and TOKIICHIRO TAKAHASHI  
(Autonomous Robot Systems Laboratory, NTT Human Interface Laboratories).

<sup>††</sup> NTT ヒューマンインターフェース研究所知能ロボット研究部

## 2. 従来手法

本章では、従来より提案されている線光源および面光源で照明された物体の照度計算手法を概説する。

### 2.1 線光源による照明

西田らは蛍光灯のような線光源で照明された場合の照度計算手法を提案した<sup>12)</sup>。この手法では、実際の光源の放射特性に近い完全拡散光源を仮定している。拡散反射成分は、線光源と物体表面の関係を平行・垂直・その他の場合の三つに分けて、それぞれの場合の解析解を得ている。しかし、鏡面反射成分については、サンプリングにより線光源を点光源の列で近似している。

Poulin らは鏡面反射成分に対しても解析的解法を提案した<sup>11)</sup>。しかし、この手法は、どの方向にも均一に光を放射する均等放射光源を仮定している。この仮定は線光源を単純な点光源の列で置き換えたことと等価であり、線光源のモデルとしては完全拡散光源に比べ、現実的でない。

### 2.2 面光源による照明

完全拡散反射面の場合には、西田ら<sup>13)</sup>により照度計算の解析解が提案された。しかし、鏡面反射特性を持つ物体については考慮されていない。このため、適用範囲は制限される。

サンプリングにより、面光源をアレイ状に配置された点光源で近似できる。実際、この考えに基づく画像生成システムが Verbeck らにより提案された<sup>2)</sup>。彼らのシステムには、点光源用に提案されてきた複雑な反射モデルを利用できる利点がある。しかし、サンプリング点数が少ないと、ハイライトが不連続になるなどのエリアシングが生じる。アンチ・エリアシングには多数のサンプリング点が必要で、これに伴い、計算量も増大する。

入射光の方向をサンプリングする手法に、Radiosity<sup>6)</sup>に Hemi-cube<sup>9)</sup>を付加した手法<sup>4), 7)</sup>や、Distributed ray-tracing<sup>6)</sup>がある。しかし、現実的な計算時間で画像を生成しようとすると、それほど細かくサンプリングすることはできない。このため、物体表面が鋭い鏡面反射特性を持つ場合にはエリアシングが発生する。Cone tracing<sup>1)</sup>や Pencil tracing<sup>14)</sup>も面光源を扱うことができるが、その直接的インプリメントは複雑である。

## 3. 面光源による照度計算

一般的な照明条件下でアンチ・エリアシングされた写実的な画像を生成するには、面光源で照らされた物体の拡散反射成分と鏡面反射成分を共に解析的に求める照度計算手法が必要である。本章では、まず、照度計算の解析解を導出する。次に、その具体的な計算手法を提案する。光源は多角形の完全拡散面光源であると仮定する。照度計算には Phong の反射モデルを用いるが、エネルギー保存則を満たすように改良する。

### 3.1 面光源

光源・視点・反射面を図1のように配置する。光源が完全拡散光源であれば、光源上の微小領域  $dS$  から照度計算する点  $P$  (以下、計算点と呼ぶ) に入射する光の強度  $dI_i$  は式(1)で与えられる。

$$dI_i = I_o \frac{(N_o \cdot L_o)}{r^2} dS = I_o \frac{\cos \psi}{r^2} dS \quad (1)$$

$I_o$  は単位面積の面光源がその法線方向に放射する光の強度である。図1中の記号は表1で定義される。

点  $P$  から  $dS$  を見た立体角を  $d\omega$  とすると、 $d\omega$  と  $dS$  との関係は式(2)で与えられる。

$$\cos \psi dS = r^2 d\omega \quad (2)$$

したがって式(1)は式(3)で置き換えられる。

$$dI_i = I_o d\omega \quad (3)$$

式(3)は、入射光の強度が計算点  $P$  から見た立体角に比例することを示している。

### 3.2 反射モデル

#### 3.2.1 Phong の反射モデル

鏡面反射を表現するために Phong<sup>10)</sup>, Blinn<sup>3)</sup>, Cook-Torrance<sup>5)</sup>などの反射モデルがしばしば用いら

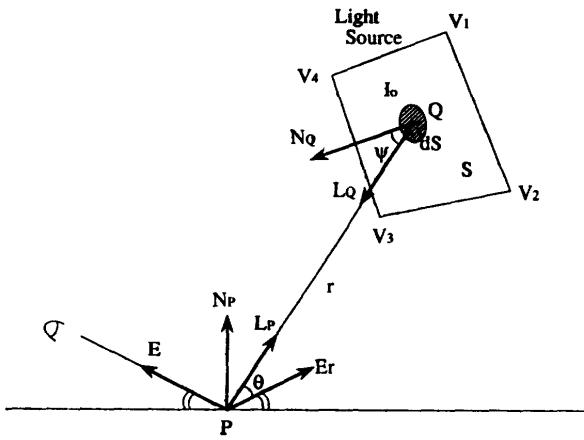


図1 反射モデル  
Fig. 1 Reflection model.

表 1 記号の定義  
Table 1 Terminology.

$E$	Unit vector in the direction of the viewer
$E_r$	Unit vector of mirror reflection of $E$
$I_d$	Intensity of diffuse reflection
$I_i$	Intensity of the incident light
$I_o$	Average radiation intensity of $S$
$I_r$	Intensity of the reflected light
$I_s$	Intensity of specular reflection
$k_d$	Fraction of reflectance that is diffuse
$k_s$	Fraction of reflectance that is specular ( $k_d + k_s = 1$ )
$L_P$	Unit vector in the direction of light
$L_Q$	Unit vector from $Q$ to $P$ ( $= -L_P$ )
$n$	Index of reflection
$N_P$	Unit surface normal at $P$
$N_Q$	Unit surface normal at $Q$
$r$	Distance between $P$ and $Q$
$R_d$	Diffuse bidirectional reflectance
$R_s$	Specular bidirectional reflectance
$S$	Polygonal light source
$dS$	Small area on $S$
$\psi$	angle between $N_Q$ and $L_Q$
$dI_i$	Intensity by the small area $dS$

れる。なかでも Phong のモデルは鏡面反射強度が視線の正反射方向ベクトル(図1の  $E_r$ )と光源方向ベクトル(図1の  $L_P$ )とのなす角度だけで決まり、反射モデルとして比較的簡単であるにもかかわらず、良好な結果を与える。そこで、ここでは Phong のモデルを採用することにした。Phong のモデルを数式で表すと式(4)～(6)となる。

$$I_r = k_d I_d + k_s I_i \quad (4)$$

$$I_d = R_d (N_P \cdot L_P) I_i \quad (5)$$

$$I_i = R_s (E_r \cdot L_P)^n I_i = R_s \cos^n \theta I_i \quad (6)$$

ここで、式中の記号は表1で定義される。 $k_d$ 、 $k_s$ は拡散・鏡面反射の寄与率を与える。

$k_d + k_s = 1$ 、 $0 \leq k_d \leq 1$ 、 $0 \leq k_s \leq 1$ 、の関係がある。拡散・鏡面反射率は  $k_d R_d$ 、 $k_s R_s$  で与えられる。

反射面の法線とのなす角度が  $\varepsilon$  で計算点を端点とする半直線を法線の回りに回転してできる円錐の底面から、式(3)で定義される光線が計算点に入射する場合を考える。法線方向への反射強度は式(6)を用いて、

$$\begin{aligned} I_i &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} R_s I_i \cos^n \theta \sin \theta d\theta d\phi \\ &= R_s I_i \frac{2\pi}{n+1} (1 - \cos^{n+1} \varepsilon), \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。Phong のモデルでは  $n$  が大きくなるにつれて鏡面反射が鋭くなり、 $n$  が無限大で完全鏡面となるはずである。しかし、式(7)は、 $n$ とともに反射

強度が減少し、ついには 0 となることを示している。これは Phong のモデルが点光源(離散系)で定義されているために起る。面光源(連続系)で使用するには補正が必要であり、次項の改良を加える。

### 3.2.2 Phong のモデルの改良

法線方向からの入射光を考える。鏡面反射光の総エネルギーは反射面の表側で式(6)を積分して得られる。積分を  $N_P$  を  $z$  軸とする極座標系で実行すると、

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_i \sin \theta d\theta d\phi &= R_s I_i \int_0^{\pi/2} \cos^n \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= \frac{2\pi}{n+1} R_s I_i, \end{aligned} \quad (8)$$

となる。鏡面反射のみ( $k_s = 1$ )で完全反射( $k_d R_s = 1$ )の理想物体では、エネルギー保存則により反射エネルギーの総和は入射エネルギー  $I_i$  と等しくなければならない。そこで、面光源の照度計算には、式(6)の右辺を  $(n+1)/2\pi$  倍した式(9)を用いる。

$$I_i = \frac{n+1}{2\pi} R_s (E_r \cdot L_P)^n I_i \quad (9)$$

この正規化された式を用いて鏡面反射強度を計算すると、式(7)は式(10)となり、前述の矛盾は生じない。

$$I_r = R_s I_i (1 - \cos^{n+1} \varepsilon) \quad (10)$$

同様に、拡散反射強度を半空間で積分すると  $\pi R_d I_i$  となる。 $k_d = R_d = 1$  の理想的な拡散反射物体のときにエネルギーが保存されるように正規化を行い、式(11)を得る。

$$I_d = \frac{1}{\pi} R_d (N_P \cdot L_P) I_i \quad (11)$$

### 3.3 拡散反射成分の計算

式(11)で与えられる拡散反射成分の計算には西田らの手法<sup>13)</sup>を用いればよい。図2に示すように多角形の面光源が与えられるものとする。面光源の頂点  $V_i$  ( $i = 1, m$ ) を表からみて時計回りに定義する。点  $P$  での

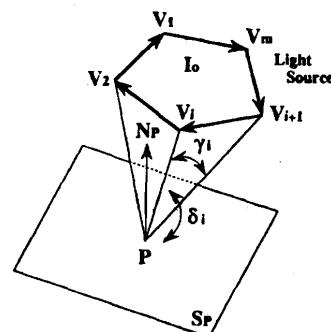


図2 拡散反射成分の積分  
Fig. 2 Integration of diffuse reflection.

拡散反射強度  $I_d$  は、ベクトル  $PV_i$  と  $PV_{i+1}$  のなす角度  $\gamma_i$ 、平面  $SP$  と三角形  $PV_iV_{i+1}$  のなす角度  $\delta_i$  を用いて、式(12)で与えられる。

$$I_d = \frac{R_s I_o}{2\pi} \sum_{i=1}^m \gamma_i \cos \delta_i \quad (12)$$

### 3.4 鏡面反射成分の計算

#### 3.4.1 積分式の導出

微小立体角  $d\omega$  から入射する光線による鏡面反射強度  $dI_s$  は、式(9)に式(3)を代入することで求められる。 $dI_s$  を面光源内で積分することにより、面光源全体による強度は式(13)で計算できる。

$$I_s = \frac{n+1}{2\pi} R_s I_o \iint_{\{V_i\}; \text{ Polygon}} (E_r \cdot L_p)^n d\omega \quad (13)$$

式(13)の積分を実行すれば解析解が求まる。しかし、デカルト座標系においては、

(1) 内積項  $(E_r \cdot L_p)$  が  $x, y, z$  の関数となるので被積分関数が複雑になる、

(2) 積分領域が  $x, y, z$  の関数のため、変数分離が難しい、

ため、式(13)をデカルト座標系で直接積分することは困難である。

#### 3.4.2 球面積分の導入

Phong の反射モデルでは、鏡面反射強度は式(9)に示されるようにベクトル  $E_r$  に対して回転対称である。この点に着目して、 $E_r$  を  $z$  軸に選んで極座標変換を行う。 $z$  軸からの角度を  $\theta$  とすると、 $E_r \cdot L_p$  は  $\cos \theta$  と書ける。 $z$  軸回りの回転角を  $\phi$  で表す。

図3に示すように、多角形光源  $V_i$  ( $i=1, m$ ) を計算点  $P$ を中心とする半径1の単位球面上に投影して領域  $\Omega$  を求める。 $\Omega$  は  $P$  から  $V_i$  に向かう半直線と単位球との交点  $W_i$  で囲まれる領域である。境界線  $W_i W_{i+1}$  は大円(点  $P$  を含む平面と単位球面との交線)の一部である。完全拡散光源では、被積分関数が距離  $r$  の項を含まないため、多角形光源内の積分は  $\Omega$  内での積分と等価になる。 $\Omega$  を積分領域に選ぶと、多角形光源による鏡面反射の強度は式(14)で与えられる。

$$I_s = \frac{n+1}{2\pi} R_s I_o \iint_{\Omega} \cos^n \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (14)$$

#### 3.4.3 積分領域の三角形分割

簡単化のため、多角形で与えられた積分領域を単位球面上の三角形に分割する。 $z$  軸上の  $z=1$  の点を  $W_z$  とする。 $W_z, W_i, W_{i+1}$  ( $i=1, m$ ) を頂点とする単位球面上の三角領域を  $\Delta_i$  で記述する。ただし、 $W_{m+1}=W_1$  とする。符号関数  $F_i$  を式(15)で定義すると、領

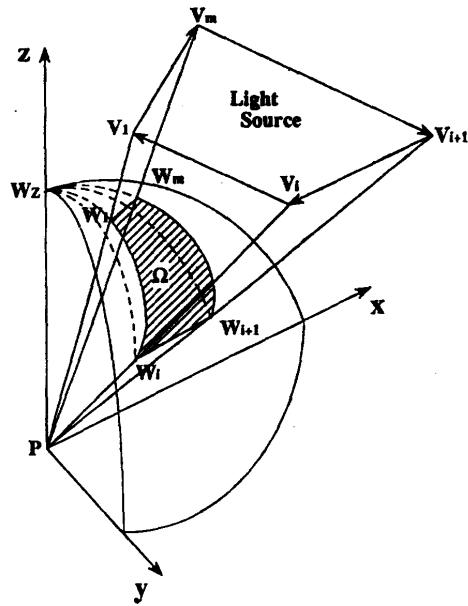


図3 単位球面への投影  
Fig. 3 Projection onto a unit sphere.

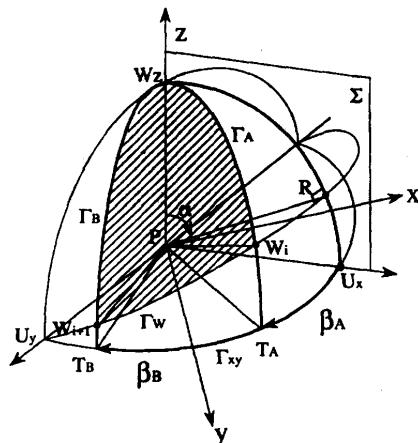


図4 三角形内での鏡面反射成分の積分  
Fig. 4 Integration of specular reflection in a triangle.

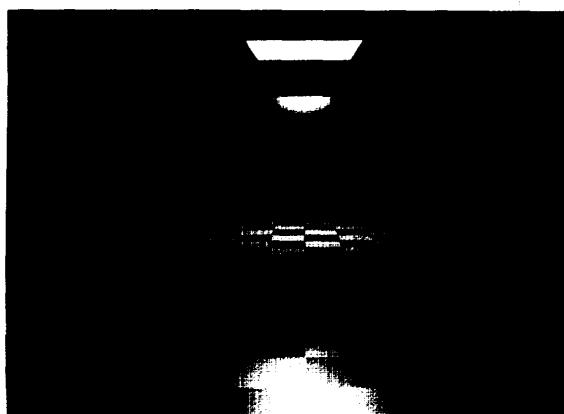
域  $\Omega$  は式(16)のように分割できる。

$$F_i = \begin{cases} 1 & W_z, W_i, W_{i+1} \text{ is clockwise} \\ & \text{when viewed from } P \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

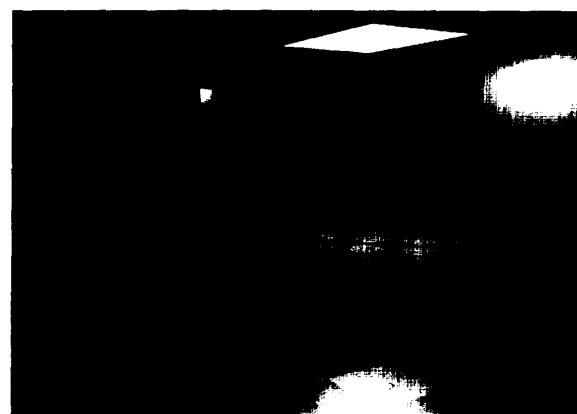
$$\Omega = \sum_{i=1}^m F_i \Delta_i \quad (16)$$

したがって、各三角形領域  $\Delta_i$  において次式(17)を計算すれば鏡面反射の強度を求めることができる。

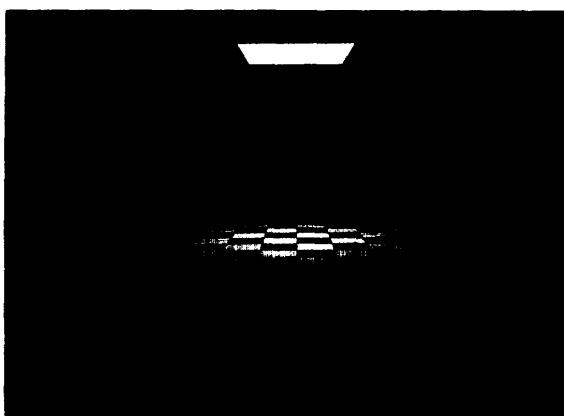
$$G_i = \frac{n+1}{2\pi} \iint_{\Delta_i} \cos^n \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (17)$$



(a) 鏡面反射成分と拡散反射成分  
(a) Specular and diffuse reflection.

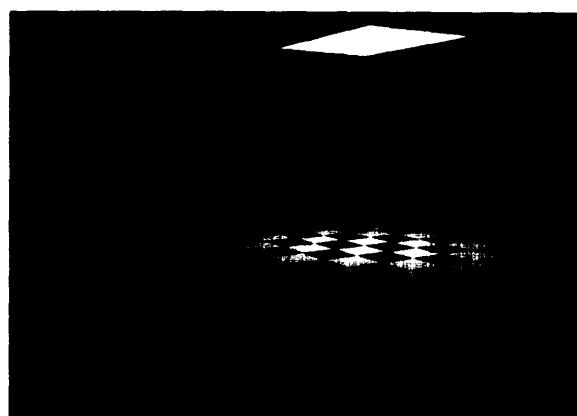


(a) 鏡面反射成分と拡散反射成分  
(a) Specular and diffuse reflection.



(b) 拡散反射成分のみ  
(b) Diffuse reflection only.

図 5 長方形の光源による照明  
Fig. 5 Illumination by a square light source.



(b) 拡散反射成分のみ  
(b) Diffuse reflection only.

図 6 視点を左に移動  
Fig. 6 Image viewed from left side.

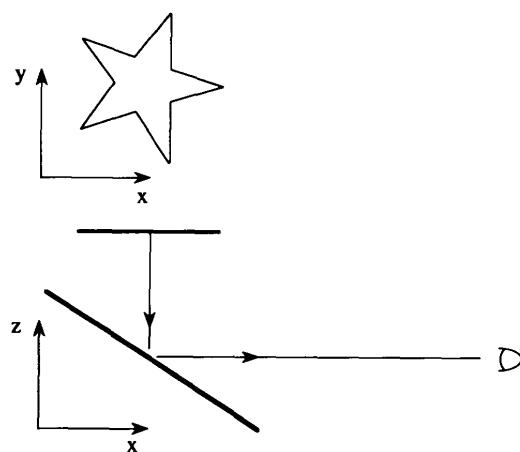


図 7 星型光源と反射面  
Fig. 7 Star shaped light source and reflection plane.

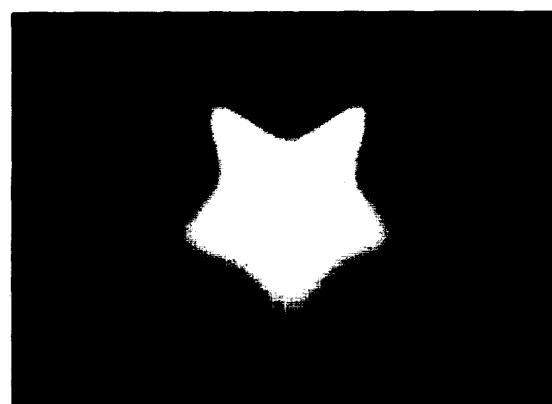
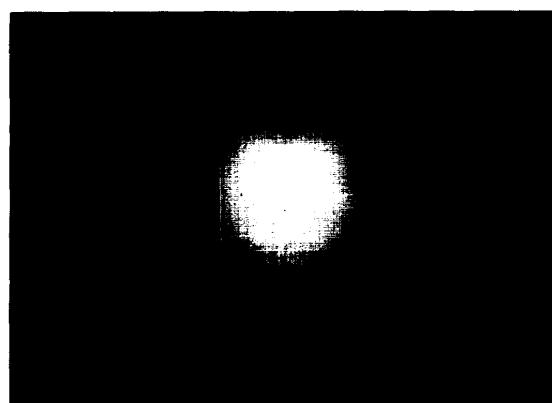


図 8 鏡面反射係数  
Fig. 8 Index of reflection.



図 9 ぼんやりした鏡面反射  
Fig. 9 Dull reflection.



図 10 108 個の点光源による近似  
Fig. 10 Simulation with 108 point light sources.

以上の議論より、式(14)は式(18)で記述できる。

$$I_s = R_s I_s \sum_{i=1}^m F_i G_i \quad (18)$$

### 3.4.4 三角形領域での積分

式(17)の積分を行うに際して、新たに座標系を図4に示すようにとる。まず、四つの大円、 $\Gamma_w$ ,  $\Gamma_A$ ,  $\Gamma_B$ ,  $\Gamma_{xy}$ を定義する。ここで、大円とは単位球の原点Pを通る平面と単位球との交線である。 $\Gamma_w$ は多角形光源の頂点 $W_i$ と $W_{i+1}$ を、 $\Gamma_A$ は $W_e$ と $W_i$ を、 $\Gamma_B$ は $W_e$ と $W_{i+1}$ を通る大円で、 $\Gamma_{xy}$ は $xy$ 面上の大円である。積分域は大円 $\Gamma_w$ ,  $\Gamma_A$ ,  $\Gamma_B$ で囲まれた領域となる。

$\Gamma_{xy}$ と $\Gamma_w$ ,  $\Gamma_A$ ,  $\Gamma_B$ との交点をそれぞれ $U_y$ ,  $T_A$ ,  $T_B$ とする。点Pを通りベクトル $PU_y$ に垂直な平面を $\Sigma$ とする。 $\Sigma$ と $\Gamma_{xy}$ との交点を $U_z$ ,  $\Sigma$ と $\Gamma_w$ との交点を $R$ とする。ベクトル $PU_z$ ,  $PU_y$ がそれぞれ新しい $x$ ,  $y$ 座標軸となるように、 $z$ 軸の回りに座標系を回転する。

$z$ 軸とベクトル $PR$ のなす角度を $\alpha$ , 新しい $x$ 軸とベクトル $PT_A$ ,  $PT_B$ のなす角度をそれぞれ $\beta_A$ ,  $\beta_B$ とする。 $\Gamma_w$ 上の点は $\phi$ をパラメータとして $(1, \theta_w(\phi), \phi)$ で表せる。 $\theta_w(\phi)$ は式(19)で与えられる。

$$\cos \theta_w(\phi) = \frac{\cos \phi}{\sqrt{\tan^2 \alpha + \cos^2 \phi}} \quad (19)$$

したがって、式(17)は次式

$$G_i = \frac{n+1}{2\pi} \int_{\beta_A}^{\beta_B} \int_0^{\theta_w(\phi)} \cos^n \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (20)$$

となる。 $\theta$ を代数積分して式(21)を求める。

$$\begin{aligned} G_i &= \frac{n+1}{2\pi} \int_{\beta_A}^{\beta_B} \left[ \frac{-1}{n+1} \cos^{n+1} \theta \right]_0^{\theta_w(\phi)} d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \{ (\beta_B - \beta_A) - (H(n, \alpha, \beta_B) - H(n, \alpha, \beta_A)) \} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、

$$H(n, \alpha, \beta) = \int_0^\beta \left( \frac{\cos^2 \phi}{\tan^2 \alpha + \cos^2 \phi} \right)^{(n+1)/2} d\phi \quad (22)$$

### 3.4.5 多項式近似による積分

上記式(22)の積分は、たとえばChebyshev近似など多項式近似により求めることができる<sup>11)</sup>。式(22)の被積分関数を定義域 $[0, \pi/2]$ で $m$ 次Chebyshev近似すると、式(23)で記述できる<sup>15)</sup>。

$$\left( \frac{\cos^2 \phi}{\tan^2 \alpha + \cos^2 \phi} \right)^{(n+1)/2} \approx \sum_{i=0}^m C_i(n, \alpha) T_i \left( \frac{4\phi}{\pi} - 1 \right) \quad (23)$$

ここで、 $T_i(\phi)$ は $i$ 次Chebyshev多項式、係数 $C_i$

$(n, \alpha)$ は $n$ と $\alpha$ のみの関数である。 $T_i(4\phi/\pi - 1)$ は $\phi$ の*i*次の多項式であるから、たやすく積分することができる。積分結果を次式

$$\int_0^\beta T_i \left( \frac{4\phi}{\pi} - 1 \right) d\phi = S_i(\beta) \quad (24)$$

で表すと、式(22)は

$$H(n, \alpha, \beta) \approx \sum_{i=0}^m C_i(n, \alpha) S_i(\beta) \quad (25)$$

となる。

## 4. 計算機実験と考察

### 4.1 鏡面反射の効果

本手法により写実性が向上することを示すために、拡散反射成分のみを計算した場合と比較した。比較には天井に長方形の光源を配置した室内シーンを用いた。図5は本手法で生成した画像で、(a)中の物体は拡散反射、鏡面反射の両成分を含み、(b)中の物体は拡散反射成分のみを持つ。図5(a)では壁面や床面に鏡面反射によるハイライトが現れ、写実性に富んだ画像となっている。しかし、図5(b)ではハイライトが現れないため、のっなりした画像となる。

視点の位置を移動して図6を生成した。鏡面反射強度は視点・計算点・光源の三者の位置関係で定まる。このため、図6(a)のように、視点の移動につれハイライトも移動する。しかし、拡散反射強度は光源と物体の位置関係のみで定まるため、明るく照らされる床の面の位置は図5(b)と図6(b)で変化しない。

この実験から明らかなように、ハイライトは画像のリアリティを高める上で重要な働きをする。ハイライトは鏡面反射成分を計算することではじめて表現される。また、本手法は鏡面反射強度を解析的に計算できるので、常に正確なハイライト表示が可能である。

### 4.2 鏡面反射の鋭さ

図7に示すように、星型光源で傾斜した床を照らしている状況を想定する。床面の鏡面反射係数 $n$ を変えて反射パターンを比較する。 $n=4, 16, 64$ の場合の結果を図8に示す。 $n$ が大きくなるにつれてシャープな反射になる。1枚の画像の中でも、上側と下側で反射の鋭さが異なる。たとえば、図8(c)では、星型光源の上向きの二つの角が鋭く反射しているのに比べ、下向きの角は鈍く反射している。これは、図7に示されるように床と光源までの距離の違いによる。この効果は単純なマッピングでは表現できない。

#### 4.3 Dull Reflection

画像のリアリティを高める上で重要な働きをする dull reflection の例を図 9 に示す。図 9 は青・白・赤の三色旗状の光源で照明することにより、ティーポットと背後の壁面に生じる光源の dull reflection 効果を示している。鏡面反射係数と光源からの距離の違いによりポットと背後の壁面とで異なる反射パターンが表現可能となった。特に壁面では dull reflection による色のにじみの効果が見られる。これらの効果も単純なマッピングでは表現できない。

#### 4.4 点光源との比較

図 9 で用いた面光源を、サンプリングにより 84 個の点光源で近似した。これは提案手法とほぼ同時間で処理できる点光源の数であった。この程度の近似では、ティーポット上のハイライトが不連続になり、不十分な近似である。さらに点光源の数を増やして 108 個にした場合の生成画像を図 10 に示す。108 個の点光源に対する処理時間は提案手法の 1.3 倍であった。243 個の点光源で近似して、ようやく、ほぼ同等の画質の画像が生成できた。

この例では、提案手法は、点光源による近似手法に比較して、計算時間で 3 倍高速であった。

特に、物体からの反射が鋭い場合 ( $n$  が大きい場合) には本手法が高速である。これは、反射が鋭いと反射強度が光源方向に敏感なため、サンプリング手法では光源の細かい分割が要求されるためである。

#### 4.5 立体光源への拡張

本手法は、計算点における光源を見込む立体角から照度を計算する。立体角は計算点から見た光源の輪郭線だけから計算できるので、立体光源の輪郭線が多角形であれば、本論文で提案した手法が適用できる。すなわち、多面体光源までは問題なくそのまま拡張できる。多面体光源の条件は西田らの手法<sup>13)</sup>と同じである。彼らの手法では、前処理で計算点から見た光源の外形線を求めていた。提案手法では、単位球面へ投影したあとで輪郭線を求めることもできる。

曲面の光源は多面体近似したあと輪郭線を求めることで対処できる。しかし、多面体近似による誤差が発生する。また、光源を構成する面の数が多くなるため、輪郭線は多くの頂点を有する多角形となり、計算量が増大する。

#### 4.6 付影処理

一層の写実性の向上あるいは照明シミュレーション等に利用分野を広げるには、付影処理が必要となる。

原理的には計算点から見える光源の領域を求めれば良いので、西田らの手法<sup>13)</sup>と同様に光源を手前の物体でクリッピングする前処理で実現できる。しかし、単純なクリッピングによる付影処理は極めて多くの処理時間を必要とする。処理の高速化も含め、今後の課題である。

### 5. 結　　び

面光源で照明される条件のもとでの照度計算手法を提案した。本手法のオリジナリティは鏡面反射成分と拡散反射成分共に解析解を導出したことにある。多角形の完全拡散光源を仮定し、Phong の反射モデルを、入反射のエネルギーが保存されるように改良した。Phong の反射モデルが回転対称であることに着目して、球面積分を導入して鏡面反射成分の計算を簡略化した。すなわち、視線方向の正反射方向が  $z$  軸となるように極座標変換を行い、計算点を原点とする単位球面に光源を投影する。投影された領域を三角形に分割し、各領域内を積分する。二つの積分変数の一方を直接代数積分し、残りを Chebyshev 多項式近似を用いて積分する。本手法は反射強度の解析解を用いているため、サンプリングに伴う諸問題を回避できる。

提案手法の有効性を示すため計算機実験を行った。本手法を用いることで鏡面反射により生ずるハイライトを表示できた。鏡面反射係数を変えることで反射のシャープさを自由にコントロールできる。これらの効果は写実的な画像を生成するために重要であるが、拡散反射成分のみの従来手法では表現できない。本手法は Dull reflection の表示にも効果的であった。点光源近似手法との比較では、計算速度、画質の両面で本手法が有利であることが明らかになった。これらのことから、本手法は写実的な画像を生成する上できわめて有効であると結論される。

今後、照度計算の高速化を行うとともに、重要な課題である付影処理についても検討を進める。

**謝辞** 日頃ご指導賜る高野陸男知能ロボット研究部長、奥平雅士リーダーはじめ研究グループのみなさまに感謝します。新谷幹夫氏には研究初期の段階から式の導出チェック、適切なコメントをいただいた。本研究は、British Columbia 大学院生 Pierre Poulin 氏の仕事に大いに刺激された。氏には NTT 滞在中から適切なコメントをいただいた。特に記して深謝します。

## 参考文献

- 1) Amanatides, J.: Ray Tracing with Cones, *Comput. Gr.*, Vol. 18, No. 3 (*Proc. SIGGRAPH '84*), pp. 129-135 (1984).
- 2) Verbeck, C. and Greenberg, D.: A Comprehensive Light-source Description for Computer Graphics, *IEEE CG & A*, pp. 66-75 (1984).
- 3) Blinn, J.: Methods of Light Reflection for Computer Synthesized Pictures, *Comput. Gr.*, Vol. 11, No. 3 (*Proc. SIGGRAPH '77*), pp. 192-198 (1977).
- 4) Shao, M., Peng, Q. and Liang, Y.: A New Radiosity Approach by Procedural Refinements for Realistic Image Synthesis, *Comput. Gr.*, Vol. 22, No. 4 (*Proc. SIGGRAPH '88*), pp. 93-101 (1988).
- 5) Cook, R. and Torrance, K.: A Reflectance Model for Computer Graphics, *Comput. Gr.*, Vol. 15, No. 3 (*Proc. SIGGRAPH '81*), pp. 307-316 (1981).
- 6) Cook, R., Porter, T. and Carpenter, L.: Distributed Ray Tracing, *Comput. Gr.*, Vol. 18, No. 3 (*Proc. SIGGRAPH '84*), pp. 137-145 (1984).
- 7) Sillion, F. and Puech, C.: A General Two-pass Method Integrating Specular and Diffuse Reflection, *Comput. Gr.*, Vol. 23, No. 3 (*Proc. SIGGRAPH '89*), pp. 335-344 (1989).
- 8) Goral, C., Torrance, K., Greenberg, D. and Battaile, B.: Modeling the Interaction of Light between Diffuse Surfaces, *Comput. Gr.*, Vol. 18, No. 3 (*Proc. SIGGRAPH '84*), pp. 213-222 (1984).
- 9) Immel, D., Cohen, M. and Greenberg, D.: A Radiosity Method for Non-diffuse Environments, *Comput. Gr.*, Vol. 20, No. 4 (*Proc. SIGGRAPH '86*), pp. 133-142 (1986).
- 10) Phong, B.: Illumination for Computer Generated Pictures, *Comm. ACM*, Vol. 18, No. 6, pp. 311-317 (1975).
- 11) Poulin, P. and Amanatides, J.: Shading and Shadowing with Linear Light Sources, *Proc. Eurographics '90*, pp. 377-386 (1990).
- 12) Nishita, T. and Nakamae, E.: Shading Models for Point and Linear Sources, *ACM Trans. Graphics*, Vol. 4, No. 2, pp. 124-146 (1985).
- 13) Nishita, T. and Nakamae, E.: Half-tone Representation of 3-D Objects Illuminated by Area Sources or Polyhedron Sources, *Proc. IEEE Computer Software and Application Conference*, pp. 237-242 (1983).
- 14) Shinya, M., Takahashi, T. and Naito S.: Principles and Applications of Pencil Tracing, *Comput. Gr.*, Vol. 21, No. 4 (*Proc. SIGGRAPH '87*), pp. 45-54 (1987).
- 15) 宇野利雄: 計算機のための数値計算(応用数学力学講座 14), pp. 192-197, 朝倉書店 (1964).

(平成3年2月28日受付)

(平成3年9月12日採録)



田中 敏光(正会員)

昭和57年名古屋大学工学部電気卒業。昭和59年同大大学院修士課程情報工学専攻修了。同年日本電信電話公社入社。以来、3次元形状記述手法、レンダリング手法等、コンピュータグラフィックスの研究に従事。現在NTTヒューマンインターフェース研究所知能ロボット研究部研究主任。平成2年度信学会篠原記念学術奨励賞授賞。電子情報通信学会会員。



高橋時市郎

1954年生。1977年新潟大学工学部電子工学科卒業。同年NTT電気通信研究所入所。以来、文字認識、画像生成の研究に従事。現在、ヒューマンインターフェース研究所知能ロボット研究部主幹研究員。電子情報通信学会、IEEE、AVIRG各会員。