

電子ペンを利用した数学手書き答案の戦略分類手法 ～多項式展開問題を題材として～

浅井洋樹^{†1} 山名早人^{†1†2}

概要：学校教育で扱う数学では、解答へと至るまでの過程が複数パターン存在するような問題が出題される。また、このような様々な解法が存在しうる問題では、手書きによる解答過程の記述が学習者に求められる。このため、学習者が手書きで解答過程を記述した答案を、採点や分析することが教員に要求され、学習者が増えるに従い多大な負担となる。一方でコンピュータを利用して教師を支援する CAI の普及や、手書きデータを電子化する電子ペンの登場により、コンピュータで手書きデータを処理することが可能となっている。採点や分析に必要な処理をコンピュータで行うことで、教師の採点や分析といった負担を軽減し、さらなる教育の質向上へとつなげることが可能となる。そこで本研究では、手書きを伴う数学問題の答案処理における初期の取り組みとして、多項式展開問題を題材に、解答の戦略類似度算出および自動分類手法を提案する。本手法により、採点や解答分析における教師の負担軽減の実現や知的教育システム (ITS) への応用を目指す。

キーワード：CAI, ITS, 手書き, デジタルインク, 数学, 教育支援システム

1. はじめに

中学校や高校といった学校教育で扱われている数学は、学習者が解答へとたどり着くための戦略が複数存在するような問題が出題される。例えば多項式を展開する問題では、機械的に分配法則を用いて展開していく解法や、展開公式を用いて計算量を減らしていく解法など、問題ごとに様々な解法が存在することがある。また、このような解法が複数存在する問題では、答案上に手書きによる解答過程の記述が学習者に求められる。指導者は、答案から解答過程を読み取ることで、採点における部分点の付与やより効率のよい解答戦略の指導を実施している。このため、記述式の答案を分析・採点する負担は、解法が複数存在しない答案と比較して大きくなり、答案の量が増えるに従って負担も増大していくことになる。

また一方で、近年普及しつつあるコンピュータを利用して指導者を支援する Computer-Assisted Instruction (CAI) や、手書きデータの電子化を実現する電子ペンの登場により、コンピュータ上で手書きデータを処理できる環境が実現しつつある。このような環境では、手書き情報が時系列座標情報や筆圧情報などが含まれるオンライン手書きデータとして得られるようになる。記述式の答案を分析や採点に必要な処理をコンピュータ上で実現できれば、指導者の負担を軽減することが可能となり、さらなる教育の質向上が期待できる。

教育と手書きデータの解析に関連する研究としては、その基盤となる手書き文字・数式認識や図形と文章の識別といった認識に関する研究[1][2][3]に加えて、近年ではデータマイニングによる手書き答案と学習成績の解析に関する

研究[4]や、手書きデータと筆記者の認知的負荷の関連性を明らかにした研究[5]といった教育への応用と関連する研究が行われ始めている。我々の過去の研究においても、手書きデータを利用した学習者のつまずき検出[6]や、手書きデータを利用した学習者の記憶度推定[7]といった、手書きデータを解析することで教育での応用可能性に関する研究を行っており、教育における手書きデータの活用が教育と ICT のアプリケーションの鍵となることが考えられる。

最初に述べたように、複数の解法が存在する数学の記述式の答案では、分析・採点における指導者の負担が大きいものとなる。指導者の負担となる一つの要素として、答案を戦略ごとに分類する作業が挙げられる。例えば、採点時には答案を戦略ごとに分類し、戦略ごとに部分点の付与基準を決定する必要がある。しかし、答案を戦略ごとに分類するタスクは容易ではなく、コンピュータがこれを支援できれば、指導者の負担を軽減することが可能となり、より質の高い教育を行えるようになる。また、瞬時に答案の分類ができるようになれば、アクティブラーニングの場において、学習者の様々な解法をその場で列挙し紹介することが可能となり、学習者間での議論をさらに活性化することができる。

そこで本研究では、手書きで記述された答案同士の戦略距離を算出し、戦略ごとに答案を自動分類する手法の確立を目指す。本稿では初期の取り組みとして、数学の多項式展開問題を題材として、手書きで解答が記述された答案の戦略類似度算出、および戦略ごとの自動分類を行う手法を提案する。また提案手法のアプリケーションとして、答案を戦略分類することで指導者を支援する教育支援システムのプロトタイプ実装について述べる。

^{†1} 早稲田大学
Waseda University

^{†2} 国立情報学研究所
National Institute of Informatics

2. 解答戦略の分類手法

本節では手書きで記述された答案の戦略距離を算出する手法、および答案を戦略ごとに分類する手法を提案する。提案手法の入力データは解答過程が記述された答案のオンライン手書きデータを想定している。オンライン手書きデータは、タブレット上でのスタイラスペンによる入力や電子ペンによる筆記によって得られる、筆記座標時系列が含まれる手書きデータであり、提案手法では時系列で記録される筆記座標データを用いる。

本節では最初に2枚の答案の戦略距離（非類似度）を算出することを目指す。まず入力された答案のオンライン手書きデータを解答ステップごとにグルーピングする。その後答案に含まれる各解答ステップ同士の距離を算出する。この解答ステップ間の距離を用いて、答案同士の戦略距離を算出する。さらに、答案同士の戦略距離を用いて答案を戦略ごとに分類する手法を提案する。

2.1 解答ステップグルーピング

まず入力された答案に含まれるオンライン手書きデータに対して、解答ステップごとのグルーピングを行う。本稿で扱う解答ステップとは、解答に至るまでの過程の記述単位を表すものであり、本稿での題材である多項式展開問題では、数式1行が1解答ステップとなる。また解答ステップグルーピングは、筆記ストローク（一画分の筆記データ）単位で行われる。

解答ステップグルーピングは、答案に書き込まれたストロークを時系列順で参照していき、時系列で隣り合う2ストローク間の重み付けマンハッタン距離（WMD）が閾値を超えた場合、グルーピングの分割点とする。つまり、時系列上で隣り合うストロークの距離が離れている場合は解答ステップの分離点とみなす。WMDは以下の式によって算出する。

$$WMD = w \times |x_a - x_b| + (1 - w) \times |y_a - y_b| \quad (1)$$

ここで w ($0 < w < 1$)は xy 方向の重み付けパラメータ、 $(x_a, y_a), (x_b, y_b)$ は時系列上で隣り合う2ストロークそれぞれの重心座標を表している。本稿ではヒューリスティックに決定したパラメータ $w=0.2$ 、WMDの閾値 $WMD_{thres} = 200$ としてグルーピングを行っている。

また上記のWMDを利用したグルーピングでは、一通り書き込んだ後に戻って再度追記した場合は別グループとして扱われてしまう。この手戻り時に別グループとしてグルーピングされる問題にも対応するため、上記グルーピングを行った後に、以下の条件をすべて満たすグループ同士を結合する手戻り対応処理を行う。

- 解答ステップグループのバウンディングボックス同士におけるY軸方向の重なりが60%以上

- 解答ステップグループのバウンディングボックス同士におけるX軸方向の距離が WMD_{thres}/w 未満

Y軸方向の重なり割合はヒューリスティックに決定、またX軸方向の距離算出式はWMDによるグルーピング時と同程度の結合基準とするため上記の式に決定した。手戻り対応処理を行った後に、解答ステップグループごとに時系列で記録されているストロークを重心X座標で昇順ソートする。本手法により答案上の筆記ストロークをグルーピングした例を図1に示す。グループごとに筆記ストロークの色分けがされており、青枠は解答ステップグループのバウンディングボックスを表している。

図1 解答ステップグルーピングの例

2.2 解答ステップ距離の算出

解答ステップグルーピングを行った後に、解答ステップ同士の非類似度を表す距離を算出する。解答ステップ間の距離を算出するにあたって、まずストローク同士の非類似度を表す距離を算出する。距離の算出を行う前に前処理として、筆記ストロークに含まれる座標のサンプリングを実施する。サンプリングにあたってはRamerの特徴点抽出手法[8]を用いた。

サンプリング処理後の筆記ストローク座標に対して、DPマッチングによるストローク間の距離算出を行う。2ストローク s, t 間における距離 $d_s(s, t)$ の算出は以下のDPマッチングによって算出する。

$$D_s(i, j) = \min \begin{cases} D_s(i-1, j) + g_s \\ D_s(i, j) + d(p_i, q_j) \\ D_s(i, j-1) + g_s \end{cases} \quad (2)$$

$$i \in [1, P_N], j \in [1, Q_N]$$

ここで $D_s(i, j)$ は異なる解答ステップグループに含まれる任意の2のストロークに含まれる座標系列 $\{p_1, \dots, p_N\}, \{q_1, \dots, q_N\}$ の一部である $\{p_1, \dots, p_i\}, \{q_1, \dots, q_j\}$ におけるストローク距離、 $d(p_i, q_j)$ は座標 p_i, q_j 間のユークリッド距離、 g_s はストローク間距離算出におけるギャップコストパラメータをそれぞれ表している。本稿ではヒューリスティックに

決定した $g_s = 40.0$ をパラメータの値として採用している。また P_N, Q_N はそれぞれのストロークの要素数であり、上記の式における $D_s(P_N, Q_N)$ を算出することで、 $d_s(s, t)$ を得ることができる。ストローク間の距離算出の例を図 2 示す。

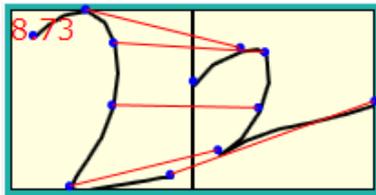


図 2 ストローク間の距離算出例

ストローク間距離の算出を行った後に、解答ステップ距離の算出を行う。解答ステップ距離の算出においては式 (2) で算出したストローク距離を用いて DP マッチングによる比較を行う。2 つの解答ステップ u, v 間における解答ステップ距離 $d_u(u, v)$ は以下の式によって算出する。

$$D_u(i, j) = \min \begin{cases} D_u(i-1, j) + g_u \\ D_u(i, j) + d_s(s_i, t_j) \\ D_u(i, j-1) + g_u \end{cases} \quad (3)$$

$$i \in [1, S_N], j \in [1, T_N]$$

ここで $D_u(i, j)$ は異なる答案に含まれる任意の 2 つの解答ステップに含まれるストローク系列 $\{s_1 \dots, s_N\}, \{t_1 \dots, t_N\}$ の一部である $\{s_1 \dots, s_i\}, \{t_1 \dots, t_j\}$ における解答ステップ距離、 g_u は解答ステップ距離算出におけるギャップコストパラメータをそれぞれ表している。本稿ではヒューリスティックに決定した $g_u = 100.0$ をパラメータの値として採用している。また S_N, T_N はそれぞれの解答ステップの要素数であり、上記の式における $D_u(S_N, T_N)$ を算出することで、 $d_u(u, v)$ を得ることができる。解答ステップ距離算出の例を図 3 に示す。

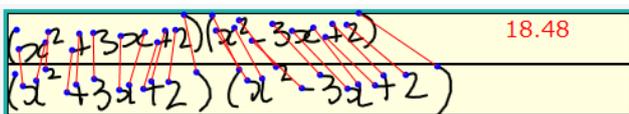


図 3 解答ステップ距離算出の例

2.3 解答戦略距離の算出

2.2 で得られる解答ステップ距離を用いて解答戦略の非類似度を表す解答戦略距離を算出する。解答戦略距離を算出することにより答案同士の解法の類似度を求めることが可能となる。解答ステップ距離を用いて答案間で同一な解答ステップを見つけ出すマッチングを行うことで、解答の戦略類似度を計算する。2 つの答案 a, b 間における解答戦略距離 $d_a(a, b)$ は以下の式を用いて DP マッチングにより算出する。

$$D_a(i, j) = \min \begin{cases} D_a(i-1, j) + g_a \\ J_a(i, j) \\ D_a(i, j-1) + g_a \end{cases} \quad (4)$$

$$i \in [1, A_N], j \in [1, B_N]$$

$$J_a(x, y) = D_a(x, y) + \min_{e, f} d_u \left(\bigcup_{k=e}^x u_k, \bigcup_{k=f}^y v_k \right) \quad (5)$$

$$l_a(x) < e \leq x, l_b(y) < f \leq y$$

ここで $D_a(i, j)$ は 2 つの答案に含まれる解答ステップ系列 $\{a_1 \dots, a_N\}, \{b_1 \dots, b_N\}$ の一部である $\{a_1 \dots, a_i\}, \{b_1 \dots, b_j\}$ における解答戦略距離、 g_a は解答戦略距離の算出におけるギャップコストパラメータをそれぞれ表している。本稿ではヒューリスティックに決定した $g_a = 40.0$ をパラメータの値として採用している。 A_N, B_N はそれぞれの答案の解答ステップ数であり、上記の式における $D_a(A_N, B_N)$ を算出することで、 $d_a(a, b)$ を得ることができる。

また、式 (4) における解答戦略距離の算出では、同一解答ステップのマッチングを行うのと同時に、答案中において前後の解答ステップを結合させた場合のマッチングも式 (5) によって算出される $J_a(i, j)$ によって行っている。これは 2.1 で行った解答ステップグルーピングにおけるグルーピング失敗時においてもマッチング精度を下げないよう対処するためのものである。2.1 での解答ステップグルーピングは行単位でグルーピングされやすいようにパラメータ w が設定されている。このため、数式が行内に複数個記入された場合も、一つの解答ステップとしてグルーピングされるケースが存在する。以上の理由から式 (5) によって時系列で隣り合う解答ステップを結合する場合についてもマッチング候補として検討している。式 (5) における $l_a(i), l_b(j)$ はそれぞれ答案 a, b の $D_a(i, j)$ 算出時に最後にマッチした解答ステップのインデックス、つまり式 (4) における $D_a(i, j)$ の算出過程において、最後に最小値として $J_a(x, y)$ が採用された際の x, y の値を表している。これにより、可能な限り解答ステップを結合した場合もマッチングの候補として検討している。

解答戦略距離の算出例を図 4 に示す。赤枠で結合された複数の解答ステップ（青枠）と一つの解答ステップがマッチング（赤線）している様子が確認できる。

2.4 答案の解答戦略分類

2.3 で算出した解答戦略距離を用いて、答案の集合を解答戦略ごとに分類する手法について述べる。答案を解答戦略ごとに分類するにあたって、全ての解法を予め準備しているようなケースでは、それぞれの模範解答を用意して 2.3 で述べた解答戦略距離によって模範解答と同一戦略の答案を抽出することが可能である。しかし、予め全ての模範解

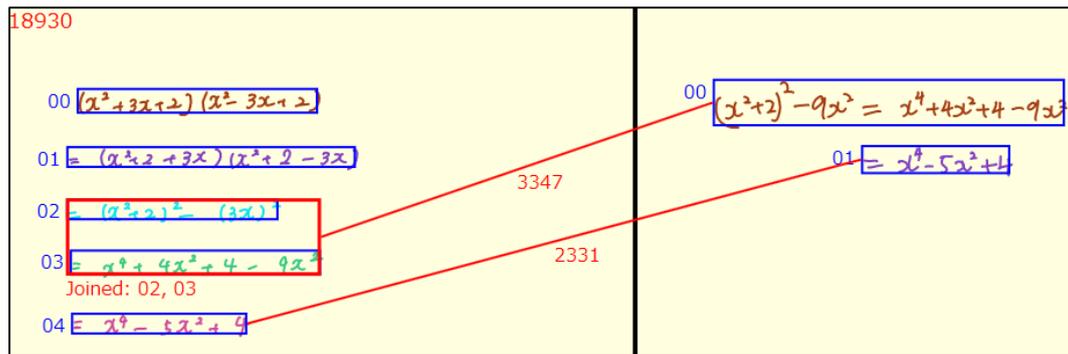


図 4 解答戦略距離の算出例

青枠は解答ステップ、赤枠は解答ステップの結合、赤線は同一解答ステップとの関連付けをそれぞれ表している

答を検討して用意すること自体が指導者の多大な負担となる問題や、指導者が予想していない学習者の戦略を抽出することが困難となる問題が残る。

そこで本項では予め全ての模範解答の用意が不要な戦略分類手法を提案する。つまり、学習者が記入した答案の集合のみを入力すると、戦略ごとに答案を分類する手法を提案する。

解法の数未知である、すなわちクラスタ数が未知である場合のクラスタリングを実施するため、階層クラスタリングを利用する。まず全ての答案同士の組み合わせにおいて解答戦略距離を算出する。算出した解答戦略距離を特徴量として群平均法によるクラスタリングを実施することで戦略数が未知である答案の戦略分類を実現する。クラスタリングの手順は以下のとおりである。

STEP 1 : 初期状態の生成

N 個の答案データが与えられたとき、1 クラスタあたり答案 1 個を含む N 個のクラスタを生成する

STEP 2 : 併合処理

存在する全てのクラスタに対して、以下の式によって得られるクラスタ間距離 $d_c(c_i, c_j)$ を算出し、最小となるクラスタの組み合わせを併合する。

$$d_c(c_i, c_j) = \frac{1}{|c_i||c_j|} \sum_{a_x \in c_i} \sum_{a_y \in c_j} d_a(a_x, a_y) \quad (6)$$

$$1 \leq i, j \leq C_N$$

ここで $a_x \in c_i$ はクラスタ c_i に所属する答案を表している。また C_N はクラスタの総数を表している。

STEP 3 : デンドログラム (階層構造木) の生成

STEP2 において併合対象となった 2 つのクラスタをリーフとして、併合後のクラスタをその上位ノードとするデ

ンドログラム (階層構造を表す木構造) を生成する。

STEP 4 : 繰り返し処理

STEP 2 と STEP 3 を一つのクラスタに全ての答案が所属する状態となるまで繰り返す。

以上の手順によって得られたデンドログラムを利用して、指導者はクラスタ数 (デンドログラムの深さ) の指定のみで戦略ごとに分類された答案を得ることができる。

3. 評価実験とアプリケーションの実装

本節では本稿で提案した解答戦略類似度の算出、および答案の解答戦略分類それぞれにおいて評価実験を行った結果について述べる。また、本稿で提案した手法のアプリケーションについて検討し、実装したプロトタイプシステムについて述べる。

3.1 解答データの収集

まず評価実験を行うにあたって答案データの収集を行うユーザ実験を実施した。実験に参加した被験者は高校数学の問題に解答することができると回答した大学生・大学院生 33 名 (男性 27 名, 女性 6 名) である。

手書きデータの収集にはアノト方式の電子ペン ADP601



図 5 データ収集環境

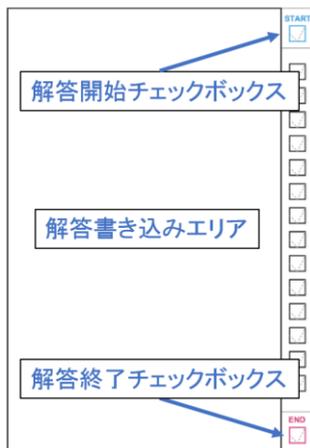


図 6 データ収集用の専用紙

を使用した。本電子ペンはドットパターンが印刷された紙面上への書き込みをオンライン手書きデータとして取得可能なデバイスである。ただしボールペンでの書き込みとなるため、シャープペンシルのように消しゴムを使用することができない点に注意が必要となる。実験で使用したデータ収集環境の写真を図 5 に示す。

またデータを収集するにあたって、専用の答案用紙を作成した。データ収集で使用した答案用紙のフォーマットを図 6 に示す。答案用紙にはチェックボックスが設けられており、被験者は解答を開始する前には「START」にチェック、解答終了後には「END」にチェックするよう指示した。この 2 つのチェックが行われる間を解答時間として取得している。加えて被験者は解答書き込みエリアにのみ書き込みが許され、解答・思考過程のプロセスを全て答案データとして取得している。

出題した問題は高校数学の多項式展開問題 4 問であり、全ての被験者で同じ問題をそれぞれ 4 問解答している。出題した問題を以下に列挙する。

- A) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2)$
- B) $(x - 3y)(x + 3y)(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$
- C) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 + y^2)(x - y)^2(x + y)$
- D) $(1 + x - x^2 - x^3)(1 - x - x^2 + x^3)$

$$\begin{aligned}
 & 4. (1+x-x^2-x^3)(1-x-x^2+x^3) \\
 & = \{(1-x-x^2) + (x-x^3)\} \{(1-x^2) - (x-x^3)\} \\
 & = (1-x^2)^2 - (x-x^3)^2 \\
 & = 1 - 2x^2 + x^4 - (x^2 - 2x^4 + x^6) \\
 & = 1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6
 \end{aligned}$$

図 7 収集した答案データの例

表 1 模範解答と同一戦略抽出評価

設問	総答案数	模範答案	提案 MAP	基準 MAP	提案 MRR	基準 MRR
A	31	20	0.869	0.741	0.172	0.159
B	32	16	0.761	0.603	0.184	0.167
C	32	14	0.987	0.749	0.231	0.197
D	32	11	0.449	0.539	0.109	0.204

各問の解答時間は最大 10 分とし、解答時間を越えた場合はその時点での解答用紙を答案データとして保存した。機材の不調で収集に失敗した答案を除いて、最終的に実験で使用した解答用紙は、問題 A : 31 枚、問題 B : 32 枚、問題 C : 32 枚、問題 D : 32 枚である。データ収集が完了した後、各設問の解答を著者が戦略ごとにグループ分けし、ラベル付けを行った。グループ分けは、使用した展開公式の種類を基準に行った。各設問の戦略グループ数は誤答も含めて問題 A : 5 グループ、問題 B : 8 グループ、問題 C : 3 グループ、問題 D : 4 グループとなった。収集した答案の例を図 7 に示す。

3.2 模範解答と同一戦略抽出評価

収集した答案データを用いて、まず予め著者が用意した最も計算量が少なく効率に解答可能な模範解答と同一戦略の答案を抽出する性能について評価を行った。設問ごとにそれぞれ 1 種類の模範解答を作成し、2.3 で述べた解答戦略距離を模範解答と各答案でそれぞれ算出した。そして算出した解答戦略距離を昇順にソートすることにより、模範解答と類似している戦略の答案ランキングを作成した。ランキングの評価結果を表 1 に示す。

本評価ではランキングの評価指標として MAP (Mean Average Precision) と MRR (Mean Reciprocal Rank) を採用している。また、比較手法として手書き文字認識を利用した手法 (表中に「基準」と表記) を取り上げている。手書き文字認識を利用した比較手法では、まず全ての答案手書きデータに対して Microsoft 社が提供している .NET InkAnalyzer[a]による手書き文字認識を実行している。認識結果としてテキストが得られるので、模範解答の文字認識結果と各答案の文字認識結果の編集距離であるレーベンシュタイン距離[9]を算出することで、解答戦略距離とした。

評価結果を参照すると、設問 A~C において提案手法が基準手法と比べて MAP, MRR 共に高い値を得られていることが確認できる。つまり文字認識を実行しない本手法の方が高精度で模範解答と同様の戦略である答案を抽出できていることが確認できる。一方で、設問 D のみ提案手法が文字認識手法と比べて MAP, MRR の値が低い結果が得られ

a Microsoft InkAnalyzer Class, <https://msdn.microsoft.com/en-us/library/system.windows.ink.inkanalyzer%28v=vs.90%29.aspx>

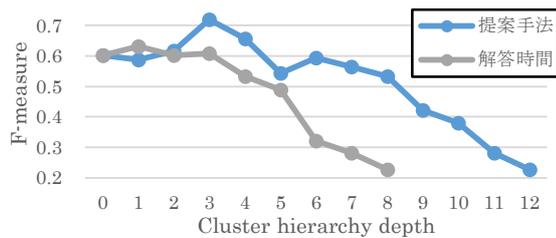


図 8 設問 A の解答戦略分類性能



図 9 設問 B の解答戦略分類性能



図 10 設問 C の解答戦略分類性能

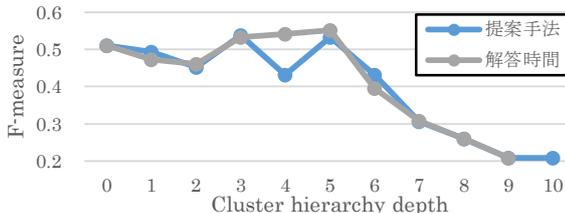


図 11 設問 D の解答戦略分類性能

ている。この要因を調査するため、提案手法でのランキング出力を確認すると、答案 32 枚中ランキング 1 位～3 位の答案が模範解答と異なる戦略の答案であった。これらの答案は全て前半が模範解答と同一の戦略であり、後半の戦略が模範解答とは異なるものであった。つまり戦略が模範解答と似ているものであった。

3.3 解答戦略ごとのクラスタリング評価

前項の戦略距離の信頼性に関する評価に加えて、2.4 で述べた答案の解答戦略分類手法に関しても、クラスタリング性能の評価をおこなった。本評価では、人間が答案を確認して手動で分類した結果と提案手法を利用した自動分類結果を比較することで分類性能を評価した。また比較手法として、2 つの答案間の解答時間の差を解答戦略距離として群平均法による階層クラスタリングをおこなう手法、つまり解答時間が似ている答案を同一戦略として扱う手法を実装した。評価結果を図 8～図 11 に示す。

評価結果のグラフにおいて縦軸は分類性能を表す F 値、

横軸は階層クラスタリング結果のデンドログラムにおいて、選択した木の深さを示している。横軸の値が大きいほどクラスタ数が増加していき、最大値では各答案 1 枚が 1 クラスタ、つまり全ての答案を異なる戦略として扱っている。

評価結果を参照すると、設問 A では提案手法が比較手法である解答時間を利用した分類よりも高い分類性能を示していることが読み取れる。一方で設問 B～設問 D の結果においては両者において大きな性能の差は確認できない結果となった。各設問における特徴の差異に着目すると、設問 A は他の設問よりも難易度が低いため、答案の書き込みが少なく単純であったことが確認できた。従って、現状の提案手法では比較的単純な問題において高い性能を示す傾向が考えられる。

また提案手法における解答戦略距離の算出に失敗しているケースについて特に目立っていた点として、解答ステップ距離の算出失敗、式消去ジェスチャーの非対応の 2 点が挙げられる。解答ステップ距離の算出では 1 ストロークごとの形状比較によって距離を算出しているため、例えば“x”のような 2 ストロークで構成され、人によって書き方が異なるような文字の距離算出が失敗しているケースが散見された。またデータ収集で用いた電子ペンはボールペンであるため、消しゴムによってストロークを消去することが不可能である。このため、被験者が書き損じた式を 2 重線などで消去するケースが発生し、認識精度の低下につながっていると考えられる。

3.4 アプリケーションの検討

本稿で提案した解答戦略距離の算出および解答戦略分類手法について、実際の教育現場におけるアプリケーションについて検討する。本手法の教育現場での応用例として以下の 3 つの例が考えられる。

3.4.1 問題演習後のフィードバック支援

まず応用例として問題演習後のフィードバックが挙げられる。本稿の対象としている解法が複数存在するような問題では、効率よく正答にたどり着ける解法や、逆に計算量が多いといった効率の悪い解法が存在する。問題演習後のフィードバックとして、学習者の様々な解法を挙げ、良い解法について議論することは学習者にとって有用であると考えられる。

そこで本稿で提案した解答戦略分類手法を利用して、指導者が学習者に様々な戦略を紹介することが実現可能となる。実装した問題演習のフィードバックを支援するプロトタイプシステムのキャプチャ画像を図 12 に示す。本プロトタイプシステムでは、学習者の答案データが入力されると、提案手法による戦略分類がおこなわれ、結果が表示される。画像キャプチャ中の緑枠が同一戦略を示すものであり、指導者は階層をメニューから指定することで、分類の粒度を調整することが可能となっている。また、表示順は解答戦略グループ内での平均解答時間でソートされている



図 12 問題演習フィードバックシステムのプロトタイプ
学習者の答えを戦略ごとに自動分類し効率のよい戦略順にソートして表示している

ため、解答時間が短い、つまり効率が良いと考えられる戦略グループが上位に表示されるようになっている。指導者は本システムを利用して学習者に対して効率のよい解答例を紹介することができる。

3.4.2 採点支援

二つ目に考えられる応用例として、採点時の指導者支援が挙げられる。解答過程を記述するような答案では部分点を付与する場合があります。指導者は答案の解答過程から部分点のポイントを読み取って採点していく必要がある。本稿で提案した解答戦略距離の算出手法では、図 4 で示したように解答ステップのマッチングを行っているため、模範解答の手書きデータを用意することで答案中の部分点のポイントとマッチングすることが可能になる。指導者はマッチング結果を参照しながら部分点を付与することで、採点時の負担を軽減できると考えられる。

3.4.3 学習支援システムでの応用

最後に挙げる応用例として、これまでに挙げた指導者の教育支援システムとしての応用ではなく、学習者の自己学習時に利用する学習支援システムへの応用も考えられる。前項でも述べたように、本稿で提案した手法を用いることで、模範解答と答案の解答ステップ単位でのマッチングを行うことが可能となる。これを学習システムに応用すると、学習者が手書きで解答過程を記述している際に、コンピュータ側で学習者の意図する解答戦略と解答進捗を認識することが可能となるはずである。この認識結果を利用することで、学習者の解答状況に応じたシステムの適切な支援を行えるようになると思われる。

4. 関連研究

本節では手書きデータの認識に関する関連研究や、手書

きデータと教育への応用に関する関連研究を紹介し、本稿で提案した分類手法の精度改善や応用の可能性について議論する。

4.1 手書きデータの認識に関する研究

手書きデータをコンピュータで認識する研究は古くから多くの研究が行われてきた。近年では対象とする手書きデータや認識パターンが多様化し、様々な種類の手書きデータ認識手法が提案されている。最も代表的なものは手書き文字の認識に関する研究[2][10]である。手書き文字認識に関する研究は古くから数多く行われており、その調査結果は Plamondon ら[10]によってまとめられている。近年ではより多様な筆記データにも堅牢に対応できるモデルが提案されており、例えば Hao らの研究[2]では筆記方向に依存せずに日本語の手書きデータを認識するシステムを提案している。また手書き文字と関連して、手書き数式の認識に関する研究も行われている[1][11]。これに関しても数多くの研究が行われており[1]、近年の成果では数式データセット CROHME2013[12]において、2つの SVM を使用したモデルを提案し、Top-5 の候補で認識精度 41%を達成している[11]。さらに多様な手書きデータへの対応として、文字と図形のストローク分離[3][13]や図形認識[14][15]といった研究が行われている。

本研究で提案した解答戦略距離の算出手法は DP マッチングを用いたシンプルな文字認識手法を応用したものである。このため、上で述べたような近年提案されている堅牢な文字認識手法の応用が可能となれば、解答ステップ距離の算出精度の向上が見込まれる。また学習者の解答プロセスの記述を求める問題は多項式展開のような数式中心の問題だけではなく、図形等の記述が必要となる問題もあるた

め、上記の図形と数式の分離や認識手法も、今後多項式展開問題以外への適用において重要となることが考えられる。

4.2 手書きデータと教育への応用に関する研究

手書きデータ認識の研究が古くから行われている一方で、近年はこれらの認識技術をベースとしたアプリケーションや筆圧や筆記速度といったデータの活用に関する取り組みが行われ始めている。ここでは教育に関する研究について述べる。

Heroldらは学習者の手書き答案に対してデータマイニング手法の適用を試みている[4]。この研究では学習者の宿題で提出された手書きの答案データに系列パターンマイニングを適用し、成績の良い学習者、悪い学習者の頻出パターンを抽出している。また Jiangらは図形の証明問題に関する解答の記述を認識し、学習者の解答を支援するシステムを提案している[16]。そして Yuらは筆跡データそのものではなく、筆圧や筆記速度といったデータから文章作成問題解答中の認知的負荷の推定を試みている[5]。著者らの過去の研究においてもオンライン手書きデータより、学習者のつまづきを検知する研究[6]や、記憶度を推定する研究を行っている[7]。

しかし、本稿で提案しているような手書きの答案データを戦略ごとに分類する研究は著者の知る限り行なわれていない。本稿で提案した解答戦略分類手法はこれらの関連する研究と組み合わせることで、より有効なアプリケーションを構築できると考えられる。例えば、学習者のつまづきを検知した際に本稿での解答ステップマッチングを行うことで学習者に対して適切な支援を行う学習支援システムの構築を実現することが可能となる。

また評価実験では二重線等で数式を消す消去ジェスチャーへの非対応をボトルネックとして挙げた。Heroldらの研究[4]では消去ジェスチャーを認識する手法が提案されており、本提案手法に適用することで精度向上が見込まれる。

5. おわりに

本稿では数学の多項式展開問題を題材として、解答過程を手書きで記述するような答案データに対して、解答戦略の類似度算出や解答戦略分類を行う手法を提案した。実際の答案データを用いた性能評価実験では、提案手法が文字認識や解答時間を利用した手法と比較して、解答プロセスが複雑ではない場合には高い性能を示すことが確認できた。また、応用例として問題演習後のフィードバック支援、採点支援、学習支援システムでの応用を挙げた。

しかし解答ステップ距離の算出手法に関しては依然として多くの改善の余地を残している。特に筆記ストローク

の比較手法や、消去ジェスチャーへの対応が精度向上のための課題となる。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 26540046 の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) Chan, K-F., and Yeung, D-Y. Mathematical expression recognition: a survey, *Int'l Journal on Document Analysis and Recognition*, Springer, Vol. 3, No. 1, pp.3-15, 2000.
- 2) Hao, Y., Zhu, B., and Nakagawa, M. A Line-Direction-Free and Character-Orientation-Free On-Line Handwritten Japanese Text Recognition System, *Trans. on Information and Systems, IEICE*, Vol. E99-D, No. 1, pp.197-207, 2016.
- 3) Phan, T.V., and Nakagawa, M. Combination of global and local contexts for text/non-text classification in heterogeneous online handwritten documents, *Journal of Pattern Recognition, ELSEVIER*, Vol. 51, pp.112-124, 2016.
- 4) Herold, J., Zundel, A., and Stahovich, T.F. Mining Meaningful Patterns from Students' Handwritten Coursework, *In Proc. EDM 2013*, pp.67-73, 2013.
- 5) Yu, K., Epps, J., and Chen, F. Cognitive load evaluation of handwriting using stroke-level features, *In Proc. IUI 2011, ACM*, pp.423-426, 2011.
- 6) Asai, H., and Yamana, H. Detecting Student Frustration based on Handwriting Behavior, *In Proc. UIST 2013, ACM*, pp.77-78, 2013.
- 7) Asai, H., and Yamana, H. Detecting Learner's To-Be-Forgotten Items using Online Handwritten Data, *In Proc. CHINZ 2015*, pp.17-20, 2015.
- 8) Ramer, U. An Iterative Procedure for the Polygonal Approximation of Plane Curves, *Computer Graphics and Image Processing, ELSEVIER*, Vol. 1(3), pp.244-256, 1972.
- 9) Levenshtein, V.I. Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals, *Soviet physics doklady*, Vol. 10, No. 8, pp.707-710, 1966.
- 10) Plamondon, R., and Srihari, S.N. Online and off-line handwriting recognition: a comprehensive survey, *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE*, Vol. 22, No. 1, pp.63-84, 2000.
- 11) Anh Duc Le, Van Phan, T., and Nakagawa, M. A System for Recognizing Online Handwritten Mathematical Expressions and Improvement of Structure Analysis, *In Proc. DAS2014, IEEE*, pp.51-55, 2014.
- 12) Mouchre, H., Viard-Gaudin, C., Zanibbi, R., Garain, U., Dae Hwan, K., and Jin Hyung, K. ICDAR 2013 CROHME: Third International Competition on Recognition of Online Handwritten Mathematical Expressions, *In Proc. ICDAR2013, IEEE*, pp.1428-1432, 2013.
- 13) Adrien, D., and Cheng-Lin, L. Contextual text/non-text stroke classification in online handwritten notes with conditional random fields, *Pattern Recognition, ELSEVIER*, Vol. 47(3), pp.959-968, 2014.
- 14) Patel, R., Plimmer, B., Grundy J., and Ihaka, R. Ink features for diagram recognition, *In Proc. SBIM2007, ACM*, pp.131-138, 2007.
- 15) Bresler, M., Van Phan, T., Prusa, D., Nakagawa, M., Hlavac, V. Recognition System for On-Line Sketched Diagrams, *In Proc. ICFHR2014, IEEE*, pp.563-568, 2014.
- 16) Jiang, Y., Tian, F., Wang, H., Zhang, X., Wang, X., and Dai, G. Intelligent understanding of handwritten geometry theorem proving, *In Proc. IUI2010, ACM*, pp.119-128, 2010.