

VR/ARシステムにおける仮想周辺環境の 明るさ変化を考慮した視覚特性の再現

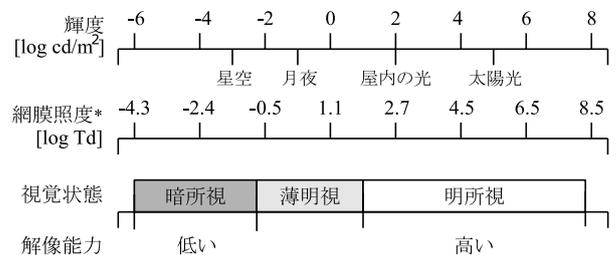
中迫 弘子^{1,a)} 三嶋 道弘¹ 川崎 洋¹ 金田 和文²

概要: 本発表では、仮想周辺環境の明るさ変化を考慮した視覚特性の再現を行う手法を提案する。近年、VR/ARシステムの開発が盛んになってきた。これらのシステムではCGにより、物理現象に基づく光学モデルを用いて輝度を計算する。この計算された輝度をディスプレイに表示したとき、自然な印象を与えるためには、様々な問題を考慮する必要がある。例えば、ディスプレイの輝度幅である。CGにより計算された輝度は現実世界と同等の輝度幅を持つ。現実世界の輝度とディスプレイで表示可能な輝度幅は大きく異なるため、輝度幅の調節が必要である。また、CGで想定しているシーンの環境と、ディスプレイを見る環境の違いである。これらの周辺環境の違いにより、視覚状態に差が生まれる。このため、ディスプレイ表示した場合、違和感を与える画像になる。この差を克服するため、画像表示のための視覚特性モデルが開発され、利用されてきた。VR/ARシステムを使用してユーザーが実環境にいるかのように体験するには、映画などのシーンを鑑賞する場合と比べ、次の2点が重要となる。一点目は実環境での見え方と表示結果の整合、二点目は、ユーザーとのインタラクションである。提案手法では、前者の実環境と表示結果の整合性を目指し、周辺環境の明るさに応じた見え方を再現することを試みた。提案するモデルは周囲が暗い環境での視細胞の役割変化に応じた視力の低下を表現する。

1. はじめに

近年、コンピュータグラフィックス技術の発達により、様々な物理現象を含んだシーンを作成することが可能になってきている。コンピュータグラフィックスを用いてリアルな画像を表現するためには、次の二点の考慮が必要である。物理法則に基づいた光学モデルと心理学・生理学現象に基づいた視覚特性モデルである。前者の物理法則に基づいた光学モデルは物理法則に基づいて目に入射するまでの光の伝達経路を追跡し、入射の際の光の強度を計算する [1]。しかし、光学モデルにより計算された光の強度を直接ディスプレイ表示した場合、自然な印象を得られない。これは、ディスプレイにより表示できる輝度幅の制限、想定したレンダリングシーンとそれを表示した場合の周辺環境の違いによる、視覚状態の相違などが原因である。

そこで、後者の視覚特性モデルの開発が盛んになってき



*網膜照度(単位[Td:Torland])は瞳孔から入った光が網膜に到達したときの照度を表す。

図1 実世界の輝度幅と視覚状態の対応。文献 [7] をもとに作成。

た [2]。視覚特性モデルは、目に入射した光が、眼球内部を通過し、視細胞の光受容体で電気信号に変換され、視神経系に伝わり、色として知覚されるまでの応答を模擬する。このモデルは、光学モデルにより計算された光の強度をディスプレイに表示可能な輝度幅に調整したり、グレアや残像など、実環境中で起こるはずの現象をディスプレイ上で付加するために利用される [3] [4] [5] [6]。

さらに、近年では、Virtual Reality(VR)技術や Argued Reality (AR) 技術の開発が盛んになってきている。そして、ヘッドマウントディスプレイといった没入型のディスプレイも安価に手に入るようになってきた [8]。文献 [9] では、“バーチャルリアリティとは、コンピュータの

¹ 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系情報生体システム工学専攻
Department of Information and Biomedical Engineering,
Kagoshima University, 1-21-40, Kohrimoto, Kagoshima,
890-0065 Japan

² 広島大学大学院工学研究院情報部門
Department of Information Engineering, Hiroshima Uni-
versity, 1-4-1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima, Hiroshima,
739-8527 Japan

a) nakasako@ibe.kagoshima-u.ac.jp

中に設定したバーチャル環境や遠隔環境をユーザにあたかも実環境にいるかのように体験させる概念である。”と述べられている。したがって、VR/AR 技術では、光学モデルと視覚特性モデルを用いた質の高いレンダリング結果の表示が必要である。さらに、VR/AR 技術を使用してユーザが実環境にいるかのように体験するには、ユーザとのインタラクションが重要となる。

本論文では、周辺環境の明るさ変化を考慮した視覚特性を再現するモデルを提案する。これは、ユーザが実環境から得られる印象と同じ印象を VR/AR システムから得られるようにすることを目的とする。周辺環境の明るさが変化した場合、視覚特性によって見え方が異なってくる。

実環境の輝度ダイナミックレンジは広範囲に及ぶ。例えば、月夜と日中のダイナミックレンジは 10^{14} 以上にわたる。さらに、日陰と日向のダイナミックレンジは 10^4 以上である [10]。図 1 に、実世界の輝度範囲、それに対応する網膜照度 (単位: [Td])、そして、対応する視覚状態とその場合の目の解像能力を示す。図 1 に示すように、視覚状態は周囲の明るさと共に変化する。日中の屋外や屋内のように、周辺環境が明るい場合、明所視の状態にある。一方で、星空の下のように、周辺環境が暗い環境の場合、暗所視の状態にある。そして、その中間の明るさの場合、薄明視の状態にある。明所視の状態では、視力は高く、暗所視の状態では、視力は低くなる。

周辺環境が暗い、夜のシーンを描くことは、古くから画家の興味の対象であった [11]。夜のシーンは青を基調として描かれることが多い。現在では、夜のシーンは映画などで頻繁に利用されている。そのなかで、Day for night と呼ばれる表現手法がある。これは明るい状況でシーンを撮影し、そのシーンを、コンピュータによる画像処理により、暗い印象を与えるシーンに変化させる手法である。これは、例えば、役者のスケジュール上、撮影時間が限られている場合などで利用される。

VR/AR システムを使用してユーザが実環境にいるかのように体験するには、映画などのシーンを鑑賞する場合と比べ、次の 2 点が重要となる。一点目は実環境の見え方と表示結果の整合、二点目は、ユーザとのインタラクションである。提案手法では、前者の実環境と表示結果の整合性を目指し、周辺環境の明るさに応じた見え方を再現することを試みた。特に、日中のように明るいシーンではなく、月夜や星空の下のような暗いシーンの表現を対象とする。具体的には、提案手法は周辺環境が暗い場合に感じる色の变化と視力の低下を表現する。

提案手法の特徴として、次の点が挙げられる。提案手法では、心理物理学的な知見によって得られたデータを元にして、シーンの色の見え方、空間解像度の変化を表現するモデルである。これにより、実験的なパラメータ制御を減らす利点がある。これは VR/AR システムのユーザと仮

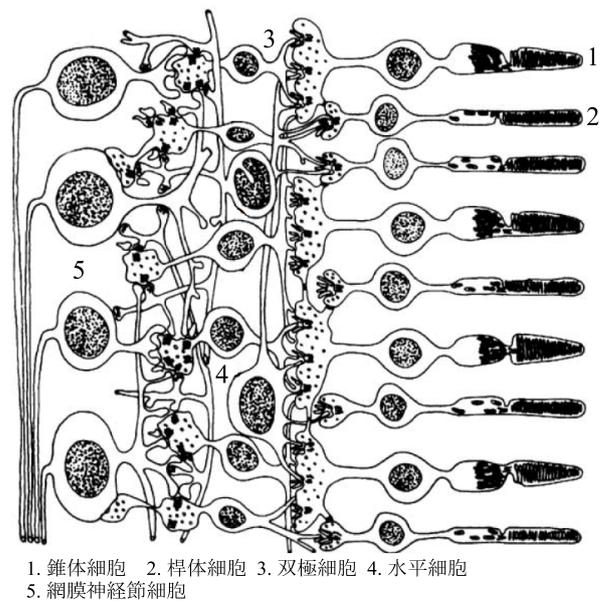


図 2 網膜の断面。文献 [7] をもとに作成。

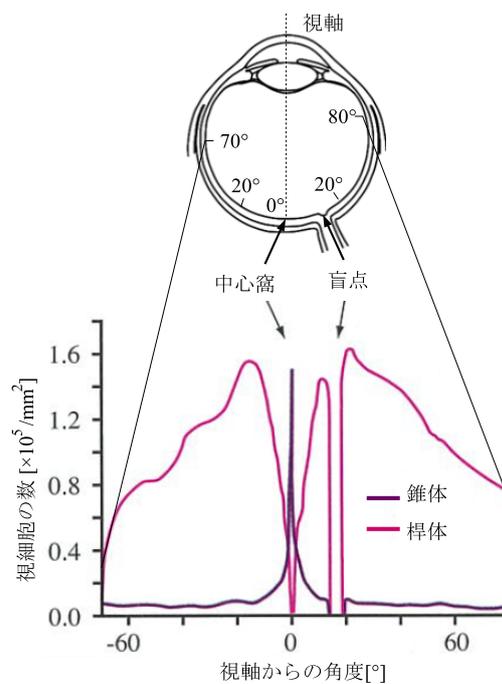


図 3 視細胞の分布。文献 [12] をもとに作成。

想空間のインタラクションのために有効である。

2. 関連研究

コンピュータグラフィックスでは、シーンの見え方をディスプレイ表示したときに再現するため、色の見えモデルが開発されてきた。ここでは、まず、周辺環境の明るさに対する視力の変化について説明し、そして、既存の視覚特性モデルを用いた画像表示手法を説明する。既存の視覚特性モデルを用いた画像表示手法は、主に、視神経の繋がりを基にモデル化されている。図 2 に網膜の断面を示す [7]。

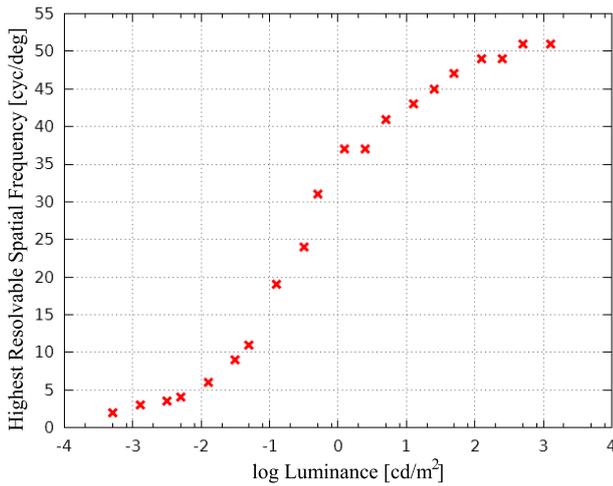


図 4 周辺環境の明るさと視力の関係. 文献 [10], [14] をもとに作成.

瞳孔, 水晶体を通った光は図 2 の左から視細胞に達する. 視細胞には二種類の受光細胞があり, それぞれ, その形から錐体, 桿体と呼ばれる. 図 2 からわかるように, 錐体, 桿体細胞は視神経を共有する. 実際, 文献 [13] にそれが報告されている.

各視覚状態でのシーンの見え方は視細胞の働きと大きく関係している. 明所視の状態では, 視細胞の錐体が主に働いている. 一方, 暗所視の状態では, 視細胞の桿体が主に働いている. 薄明視の状態では, 錐体と桿体が両方働いている. それぞれの状態で視力が変化する. これは, 視覚状態での視細胞の働きとその視細胞の分布に関係している. 図 3 は網膜上での錐体, 桿体の分布を示している. 眼に入った光は, 中心窩に到達する. 中心窩には錐体が多く分布する. したがって, 周辺環境が明るい場合では, 中心窩上で錐体が主に働いているため, 空間解像能力は高い. 一方で, 周辺環境が暗い場合では, 中心窩上で働いている錐体が少なくなるため, 空間解像能力は低くなる.

周辺環境の明るさが変化した場合の空間解像能力を図 4 は Shaler による計測結果である [14]. 横軸が周辺環境の明るさ, 縦軸がそのときに認識できる縞模様単位角度あたりの本数である. 図 4 から周辺環境の明るさが大きくなるほど, 単位角度あたりの本数は多くなる. また, 逆に, 周辺環境の明るさが小さくなると縞模様の本数が小さくなる. これは, 識別できる空間解像度が小さくなること, つまり, 視力の低下を示している.

2.1 既存の視覚特性モデルを用いた画像表示手法

視細胞が視神経を共有することで, 錐体, 桿体からの応答が混ざり合う. その結果, 周囲の明るさによって色の感じ方が変化する. このような視細胞の応答をモデル化した代表的な手法に Pattanaik ら, Khan ら, Kirk ら, Wanat らによる手法がある [15][16][17][18]. Pattanaik らによる

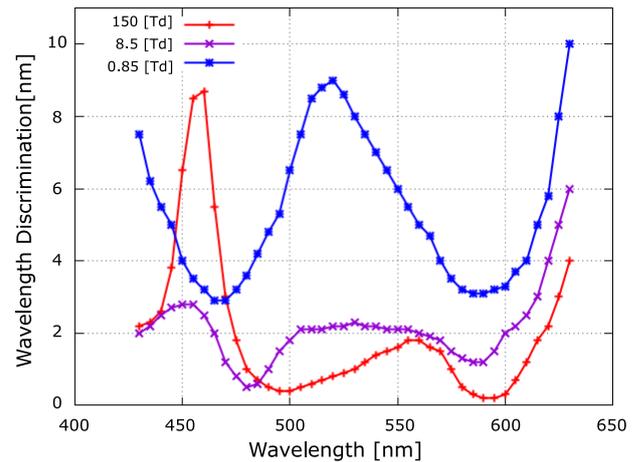


図 5 波長弁別関

手法 [15] は, 視神経の応答を基に, 総合的な視覚モデルを開発した. しかし, 周囲が暗い環境での青みがかった見え方の表現はできていない. Khan ら [16], Kirk ら [17], Wanat ら [18] は, 桿体の応答を錐体の応答に加え合わせることで, 周囲が暗い環境の色の見え方を表現する手法を開発した. これらの手法では, 視細胞の応答を基に表示するの色を決定している. しかし, 周辺環境の明るさによる視力の低下は考慮されていない.

Jensen ら [19], Thompson ら [20] はバイラテラルフィルタを基にして夜の見え方を表現している. これは, 細かなエッジは見えにくくなるが, ある程度大きなエッジは残って見えるという経験を基にしている. Jacobs らはガウシアンピラミッドを利用し, カーネルサイズの異なるフィルタリング結果を加え合わせることで視力の変化を表現した [21]. しかし, それらのパラメータは経験的に設定されたものであり, 周辺環境の明るさに対応づけた視覚状態をシミュレーションするために適していない. 提案手法では, 周辺環境の明るさを変化させることで得られた計測データを基にして, 視力の変化を表現する. Ferwerda らも, 周辺環境の明るさによって変化する見え方を表現する手法を開発した [10]. このとき, 計測結果をもとにして周辺環境が暗くなった場合の視力の低下を表現した. すなわち, 周辺環境が変化した場合, 知覚できる空間周波数以上の周波数は除くという考え方である. しかし, この手法は色の見え方の変化までは考慮していない.

提案手法は, 周辺環境の明るさによって変化する見えかたを表現するため, 次の二つの部分からなる. 周辺環境が暗くなった場合の色の見え方を表現する部分と, 視力の低下を表現する部分である. 以降に, 提案手法の基になっている, 周辺環境が暗くなった場合の色の見え方を表現する手法について説明する.

2.2 三嶋らの手法による色相変化

三嶋らは波長弁別閾を基にしてディスプレイに表示する画像の色を決定した。波長弁別閾とは、色の違いを識別できる最少の波長差である [22] [23]。図 5 に波長弁別閾のグラフを示す。横軸が可視光の波長、縦軸が対応する波長弁別閾である。3本のグラフは周辺環境の明るさの違いを示している。赤、紫、青の順でそれぞれ、周辺環境の明るさが 150[Td], 8.5[Td], 0.85[Td] である。例えば、網膜照度 150[Td] の光を見ている場合、可視光波長 520[nm] のとき波長弁別閾は 1[nm] である。これは、波長 520[nm] の光に対して、他の波長の光を識別するには、最低で 1[nm] の差があればいいことを示している。すなわち、波長 520[nm] の光に対して、521[nm] の波長の光を識別することが可能であることを表している。波長弁別閾は、感度の関係を示していると考えられる。すなわち、波長弁別閾が小さいほど、識別できる色は多い。これは、その波長での感度が高いということを意味している。

三嶋らはこの波長弁別閾から分光感度を求め、それによって、周辺環境の明るさによって変化する分光感度を取り入れたモデルを提案した [24]。手法 [24] では桿体の影響は考慮されていない。そこで手法 [25] では、手法 [24] をさらに発展させ、桿体の分光感度も取り入れたモデルとした。しかし、これらの手法では周辺環境の明るさによる視力の低下は考慮されていない。

3. 提案手法

提案手法では、暗いシーンの色の見え方と物体の見え方を表現する。具体的には、三嶋らによる暗いシーンの色の見え方を再現する手法 [25] に、さらに、Ferwerda らの考え方 [10] をもとにして視力低下による効果を付加する。

提案手法では以下の二点を前提条件とする。一点目は、提案手法は順応するまでの過程を考慮しない。すなわち、シーンを撮影したとき、撮影者はそのシーンの明るさに完全に順応しているものとする。二点目は、ディスプレイを見る鑑賞者は明所視の状態にあるものとする。

提案手法では、シーンの明るさに対して図 4 のデータを基に、カーネルサイズを決定しブラーをかける。フィルタにはリングングを防ぐため、ガウシアンフィルタを用いる。

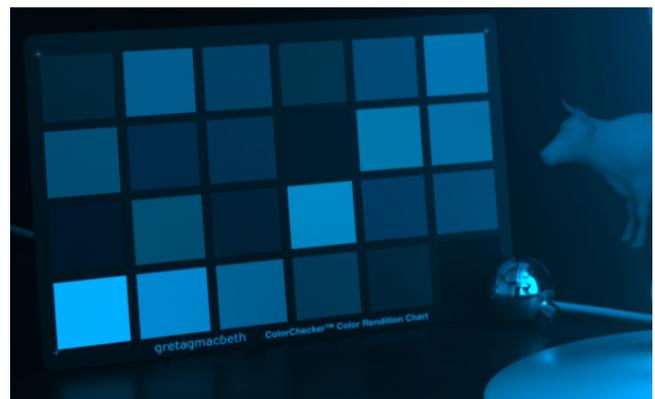
まず、視力の変化をモデル化するため、図 4 から、識別できる空間解像度の変化を式 (1) で近似した (近似方法は付録を参照)。提案手法では、シグモイド関数を用いた。これは、生体の応答はシグモイド関数で近似される場合が多いためである [26]。

$$f(L_{wa}) = \frac{52}{1.0 + 0.91L_{wa}^{-0.503}} + 0.01 \quad (1)$$

ここで、 L_{wa} は順応している周辺環境の明るさであり、画像の輝度の算術平均とした。このとき、フィルタのカーネルサイズは以下の条件を満たす $\sigma(L_{wa})$ である。



(a) Jacobsら[21]による結果



(b) 提案手法による結果

図 6 既存手法 [21] と提案手法の比較

$$e^{-\sigma(L_{wa})f(L_{wa})^2} = \delta \quad (2)$$

ここで、 δ は 0 に近い微小値を設定する。これは、カットオフ周波数のときの左辺の値である。本来ならば 0 であるが、左辺は指数関数であり、0 にできないため δ と置いている。提案手法では $\delta = 0.01$ とした。式 (2) を解くと、

$$\sigma(L_{wa}) = -\frac{\log(\delta)}{f(L_{wa})^2} \quad (3)$$

となる。最後に、得られた $\sigma(L_{wa})$ を使ったガウシアンフィルタを画像全体に適用する。提案手法は R, G, B 各チャンネルに同じカーネルサイズのガウシアンブラーを適用する。

4. 結果と考察

提案手法を適用した結果を図 6, 図 7, そして図 8 に示す。図 7(a) は Jacobs らの手法による結果 [21], 図 7(b) は同じシーンに提案手法を適用した結果である。周辺環境の輝度を $0.01[\text{cd}/\text{m}^2]$ に設定している。図 6, 図 7 の元画像は文献 [27] 中で得られたものである。RGB 画像から分光画像への変換は、Smit らによる手法 [28] を基に行った。これは、三嶋らによる手法 [25] が分光画像を入力とするからである。

図 6(a) は図 6(b) と比べ、結果画像の色の違いと、ブラーの量の違いを見ることができる。結果画像の色の違いについては、周辺環境が暗い場合の色を表現するために用いた

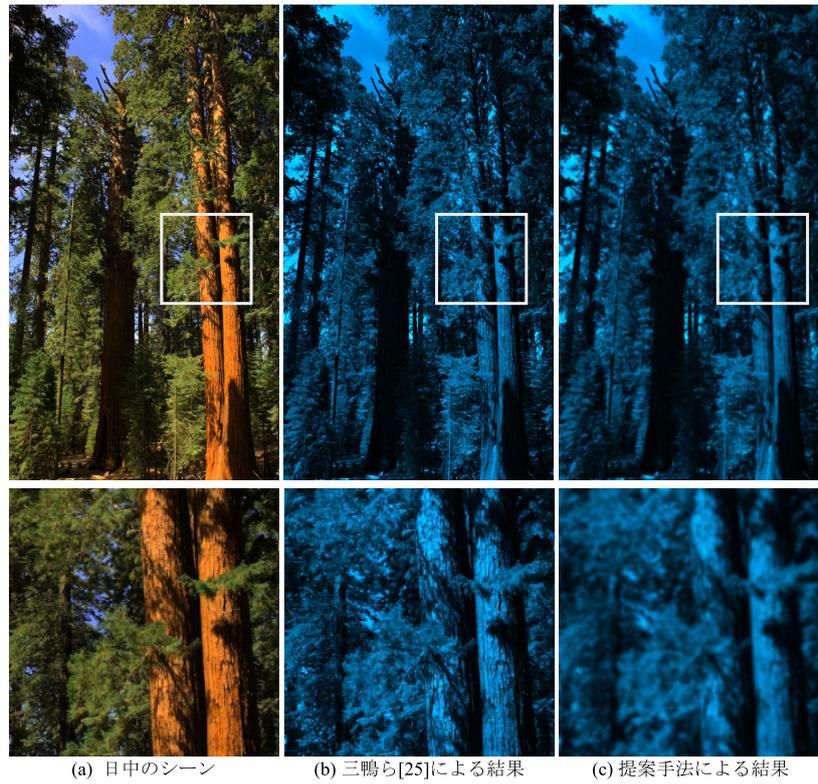


図 7 実写画像に提案手法を適用した結果



図 8 CG によって作成した画像に提案手法を適用した結果

データが異なるからである。Jacobsら [21] はカラーサンプルを用いた実験データ [29] を、三嶋らは波長弁別閾を計測した実験データ [22] を基にしている。ブラーの量の違いについては、図 6(a) は、図 6(b) と比べ、ブラーがより多くかかっている。これは、図 6(a) が経験的にパラメータを設定しているのに対し、我々は、図 4 のデータに基づいていることに由来する。このため、提案手法はシーンに応じたパラメータ調整をしなくても良いという利点がある。

さらに、図 7 は実写画像に適用した結果であり、図 8 は CG によって作成したシーンに提案手法を適用した結果である。このシーンは文献 [1] を用いて作成した。CG によって作成したシーンに適用したのは VR/AR システムに使用することを想定している。CG でシーンを作成するにあたり、環境マップには夜のシーンを撮影したものをを用いた。白の四角形で囲った部分を拡大したものをそれぞれ示している。図 7 ではそれぞれの結果の下、図 8 はそれぞれの結果の右に示している。

図 7(a) は日中のシーンである。図 7(b) は図 7(a) を使用し、三嶋らの手法 [25] を適用し周辺環境が暗い場合の色の見え方を追加した結果である。図 7(c) は提案手法を用い、周辺環境が暗い場合には物体の境界が識別できにくくなる効果を追加した場合の結果である。図 7(b) と図 7(c) を比べ、図 7(c) では、物体の境界付近が識別しにくくなる。これは、図 4 に基づいた結果であり、暗い状況下での見え方をよりよく再現している。

図 8(a) は夜のシーンをレンダリングし、視覚特性モデルを適用していない結果である。図 8(b) は図 8(a) を使用し、三嶋らの手法 [25] を適用し周辺環境が暗い場合の色の見え方を追加した結果である。図 7(c) は提案手法を用いた結果である。こちらも、同様に、暗い状況下での見え方をよりよく再現している。

5. まとめと今後の課題

本論文では、周辺環境が暗い場合での空間解像能力の低下を考慮したトーンリプロダクション手法を提案した。具体的には、周辺環境が暗い場合での色の見え方を再現する三嶋らの手法と、Ferwerda らの考え方を基にし、心理物理学的な知見を取り入れ、空間解像能力の低下を表現する手法を開発した。提案手法の特徴は、既存手法と比べ、実験データを基にして空間解像度の変化を表現する点である。これによって、シーンに応じたパラメータ制御を省くことができる。提案手法を実写画像と CG により作成したシーンに適用し、提案手法で周辺環境が暗い場合の見え方を再現することができることを確認した。

今後の課題として、次の三点が挙げられる。一点目は明るさに応じた処理に拡張することである。現在は周辺環境が暗い場合のみの再現であるが、将来的に VR/AR システムに適用することを考慮し、その他の視覚状態への変遷を

スムーズに行えるように処理を拡張することが必要である。二点目は局所的な順応状態を考慮することである。現在は画像全体で同様な処理を行っている。しかし、人がシーンを見る際、シーン全体だけではなく、注目する点ごとに順応することが知られている。これは一般に、ローカルトーンマッピング手法を用いてモデル化されているが、この考え方を利用することで、局所的に処理することも今後の課題である。三点目は、処理の高速化である。現在の処理は分光画像を用いた手法を基にして色の見え方を表現している。このため、分光画像を扱っているため、RGB の 3 成分よりも読み込み時間が多くかかっている。これは、提案手法の全処理を通じて最も時間のかかる箇所である。この部分に対して、インタラクティブな手法を実現するために、更なる高速化が望まれる。

参考文献

- [1] Pharr, M. and Humphreys, G.: *Physically Based Rendering From Theory to Implementation Second Edition*, Morgan Kaufmann (2010).
- [2] Reinhard, E., Ward, G., Debevec, P., Pattanaik, S., Heidrich, W. and Myszkowski, K.: *High Dynamic Range Imaging 2nd edition*, Morgan Kaufmann Publishers (2010).
- [3] Kakimoto, M., Matsuoka, K., Nishita, T., Naemura, T. and Harashima, H.: Glare Generation Based on Wave Optics, *Computer Graphics Forum*, Vol. 24, No. 2, pp. 185–193 (2003).
- [4] Ritschel, T., Ihrke, M., Frisvad, J. R., Coppers, J., Myszkowski, K. and Seidel, H.-P.: Temporal Glare: Real-Time Dynamic Simulation of the Scattering in the Human Eye, *Eurographics 2009* (2009).
- [5] Ritschel, T. and Eisemann, E.: A computational model of afterimages, *Eurographics 2012*, Vol. 31, No. 2 (2012).
- [6] Mikamo, M., Slomp, M., Raytchev, B., Tamaki, T. and Kaneda, K.: Perceptually Inspired Afterimage Synthesis, *Computers and Graphics*, Vol. 37, No. 4, pp. 247–255 (2013).
- [7] Ferwerda, J. A.: Elements of Early Vision for Computer Graphics, *IEEE Comput. Graph. Appl.*, Vol. 21, No. 5, pp. 22–33 (2001).
- [8] Oculus: *Oculus Rift*, <https://www.oculus.com/en-us/>.
- [9] 藤代一成, 他: コンピュータグラフィックス改訂新版, CG-ARTS 協会 (2015).
- [10] Ferwerda, J. A., Pattanaik, S. N., Shirley, P. and Greenberg, D. P.: A model of visual adaptation for realistic image synthesis, *SIGGRAPH'96*, pp. 249–258 (1996).
- [11] the Vincent Van Gogh Gallery: <http://www.vangoghgallery.com/painting/starry-night.html>.
- [12] Reinhard, E., Khan, E. A., Akyüz, A. O. and Johnson, G. M.: *Color Imaging: Fundamentals and Applications*, AK Peters (2008).
- [13] Cao, D., Pokorny, J., Smith, V. C. and Zele2, A. J.: Rod Contributions to Color Perception: Linear with Rod Contrast, *Vision Research*, Vol. 48, No. 26, pp. 2586–2592 (2008).
- [14] Shaler, S.: The Relationship between Visual Acuity and Illumination, *Journal of General Physiology*, Vol. 21, pp. 165–188 (1937).

- [15] Pattanaik, S. N., Ferwerda, J. A., Fairchild, M. D. and Greenberg, D. P.: A multiscale model of adaptation and spatial vision for realistic image display, *SIGGRAPH '98*, pp. 287–298 (1998).
- [16] Khan, S. M. and Pattanaik, S. N.: Modelling blue shift in moonlit scenes using rod cone interaction, *Journal of Vision*, Vol. 4 (2004).
- [17] Kirk, A. G. and O'Brien, J. F.: Perceptually based tone mapping for low-light conditions, *SIGGRAPH '11*, pp. 42:1–42:10 (2011).
- [18] Wanat, R. and Mantiuk, R. K.: Simulating and Compensating Changes in Appearance Between Day and Night Vision, *SIGGRAPH '14*, Vol. 33, No. 4, pp. 147:1–147:12 (2014).
- [19] Jensen, H. W., Durand, F., Dorsey, J., Stark, M. M., Shirley, P. and Premoze, S.: A physically-based night sky model, *SIGGRAPH '01*, pp. 399–408 (2001).
- [20] Thompson, W. B., Shirley, P. and Ferwerda, J. A.: A spatial post-processing algorithm for images of night scenes, *Journal of Graphic Tools*, Vol. 7, No. 1, pp. 1–12 (2002).
- [21] E. Jacobs, D., Gallo, O., A. Cooper, E., Pulli, K. and Levoy, M.: Simulating the Visual Experience of Very Bright and Very Dark Scenes, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 34, No. 3, pp. 25:1–25:15 (2015).
- [22] Ingling, C. R. and Tsou, B. H.-P.: Orthogonal combination of the three visual channels, *Vision Research*, Vol. 17, pp. 1075–1082 (1978).
- [23] McCree, K. J.: Small-field Tritanopia and the Effects of Voluntary Fixation, *Optica Acta*, Vol. 7, pp. 317–323 (1960).
- [24] Mikamo, M., Raytchev, B., Tamaki, T. and Kaneda, K.: A Tone Reproduction Operator for All Luminance Ranges Considering Human Color Perception, *Eurographics 2014 - Short Papers*, pp. 17–20 (2014).
- [25] 三嶋道弘, 川崎 洋, 金田和文: 周囲が暗い環境での色の見えを考慮したトーンリプロダクション手法, 第159回グラフィクスとCAD研究会 (2015).
- [26] Dowling, J. E.: The Retina: An Approachable Part of the Brain, *MA: Belknap Press* (1987).
- [27] Fairchild, M. D.: *The HDR Photographic Survey*, <http://www.cis.rit.edu/fairchild/HDR.html>.
- [28] Smits, B.: An RGB-to-spectrum Conversion for Reflectances, *J. Graph. Tools*, Vol. 4, No. 4, pp. 11–22 (1999).
- [29] Shin, J. C., Yaguchi, H. and Shioiri, S.: Change of Color Appearance in Photopic, Mesopic and Scotopic Vision, *Optical Review*, Vol. 11, No. 4, pp. 265–271 (2004).

れ, $a = 52, d = 0.01$ とした. 式 (A.2) は線形の形であらわされているため, データを読み取り, 最小二乗法を用いて式 (1) を得る.

付 録

A.1 近似式 (1) の導出

シグモイド関数は定数 a, b, c, d を用いて, 一般的に以下のように書ける.

$$f(L) = \frac{a}{1 + bL^c} + d \quad (\text{A.1})$$

式 (A.1) を変形すると, 次式になる.

$$\log\left(\frac{a}{f(L) - d} - 1.0\right) = c \log(x) + \log(b) \quad (\text{A.2})$$

a は L が大きくなったときに漸近する値, d は L が小さくなったときに漸近する値である. 図 4 から a, d はそれぞ