Vol.2015-ICS-181 No.6
2015/12/22

入札取り消し時の安定性を考慮した大規模複数ユニット組合せオークションの近似割当および価格決定手法の検討

福田 直樹[1,a)]

概要：本論文では，勝者となった入札を主催者などが事情により取り消しを行えるような場合に，割当てや価格付けに対する安定性を考慮した大規模複数ユニット組合せオークションの近似割当および価格決定手法について検討する．これまでに提案されてきた大規模複数ユニット組合せオークションの近似割当および価格決定手法では，オークションにおける勝者決定・価格決定後において，それらの変更が行われないことが前提となっていた．著者がこれまでに提案してきた手法の動作を観察すると，勝者決定後の価格決定が小問題に分割されるため，一般の組み合わせ最適化問題における最適解を求める場合とは異なり，きわめて小さい勝者あるいは価格付けの変更で入札の取消後も価格付けにおける強勝者価格単調性のような一定の性質を満たすことができる可能性があることが考えられる．本論文では，特に著者がこれまでに扱ってきた問題設定において，具体的にどのような性質がどの程度満たされるのかという観点からの解析結果を踏まえながら，手法の拡張についての検討について述べる．

1. はじめに

組合せオークション [1] は，単一の財のみでなく，財の組合せに対して入札を行うことができるようなオークションであり，実世界の問題への適用のための，様々な応用的実現・実装方法も検討されてきた [2][3].

組合せオークションでは，その勝者決定や価格付けにおいて，厳密な計算を行おうとすると極めて多くの計算を必要とすることが，課題の１つとしてこれまでに指摘されてきた [1]．勝者決定の観点からは，この課題を解決するために，Zurel らによる近似線形プログラミングに基づく手法 [4] など，多くの手法が検討されてきている．著者らも，これまでに並列探索に基づく手法 [5] を提案してきており，その性能や性質に関する解析 [6][7][8] によって，その性能は，商用の高速な線形プログラミング (LP) ソルバーを大きく上回る場面もあることが示されている．

文献 [9] で最初に示したアルゴリズムでは，その性質の多くを複数ユニット組合せオークションの近似に拡張することを可能としており，条件によっては良好な解の近似性能を持つことが報告されている [10]．このアルゴリズムでは，勝者の近似以外にも，高速な価格付けを近似的に行う手法についても提案しており，比較的大規模な問題への，価格決定メカニズムを含む組合せオークションの適用が期待される．

組合せオークションに関する研究としては，2 章で述べる真実申告最良性等の好ましい理論的性質を持たせる点に重点を置いたもの（たとえば，[11] など）と，それらの性質を考えずに組合せ最適化問題に対する近似的な最適解を求める手段の１つとしてとらえた研究（たとえば, [4] など）がある．著者はこれまでに文献 [5], [6] などでは後者の立場でアルゴリズムを提案してきているが，文献 [10] では，前者と後者の中間となる立場として，好ましい理論的性質を持つことは保証されないがそれに近い振る舞いを持つアルゴリズムについての検討を進めてきている．たとえば，文献 [10] では，強勝者価格単調性という概念を定義し，その性質を実現する手法について述べている．

これらの一連の議論は，オークションにおける勝者決定・価格決定後において，それらの変更が行われないことが前提となっていた．一方で，現実の資源割当問題では，オークション主催者または入札参加者側の都合で勝者決定後に入札そのものを取り消す必要が生じる場合が考えられる．たとえば，割当の取消を当初から考慮したメカニズムとしては，文献 [12] がある．これまでに，文献 [10] および文献 [13] で複数ユニット組合せオークションの近似解法・価格付け法に対して検討を行ってきているが，これらでは与えられたオークション問題では入札が事後に何らかの理由で取消されることは想定されなかった．

ここで，文献 [10] および文献 [13] などで提案した手法の

[1] 静岡大学 学術院情報学領域
Shizuoka University, Johoku, Hamamatsu 432–8011, Japan
[a)] fukuta@inf.shizuoka.ac.jp

動作を観察すると，勝者決定後の価格決定が小問題に分割されるため，一般の組み合わせ最適化問題における最適解を求める場合とは異なり，きわめて小さい勝者あるいは価格付けの変更で入札の取消後も価格付けにおける強勝者価格単調性のような一定の性質を満たすことができる可能性があることが考えられる．しかしながら，具体的にどのような性質がどの程度満たされるのかは，明らかにはなっていなかった．

本論文では，これまでに著者が提案・検討した複数ユニット組合わせオークションの近似解法・価格付け法およびその拡張に対して，入札の取消を行った場合の勝者および価格の変動の程度と，その変動を抑制する方法についての検討を行う．

2. 準備

2.1 複数ユニット組合せオークション

文献 [1] によれば，組合せオークションの勝者決定問題は次のように定義される: 入札者を $N = \{1, \ldots, n\}$，入札対象となる財の集合 $M = \{1, \ldots, m\}$（入札対象となる財の総数 $|M| = m$）とする．また，財のバンドル S は財の部分集合 $S \subseteq M$ とする．このとき，ある入札者 i における財のバンドル S に対する入札価格を $v_i(S)$ と表現する．あるエージェント i に対する財の割り当ては，変数 $x_i(S) \in \{0, 1\}$ で表現し，$x_i(S) = 1$ のときに，バンドル S を入札者 i が落札したことを示す．ここで，あらゆるエージェント i に対する財の集合 S の割り当て $x_i(S)$ が妥当 (feasible) であるとは，このオークション全体における財の割当 $X = \{x_i(S)|i \in N, S \subseteq M\}$ において，どの１つの財も高々１つの落札者に対して落札される状態，すなわち，

$$\forall j \in M: \quad \sum_{i \in N} \sum_{S \ni j} x_i(S) \leq 1$$

が成り立つことをいう．

勝者決定問題とは，妥当 (feasible) な財の割り当てから勝者の入札額の合計が最大となるような $X = \{x_i(S)|i \in N, S \subseteq M\}$ を見つけ出すこと，すなわち

$$\max_X \sum_{i \in N} \sum_{S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

を求めることである．

ここで，いくつかの財が，互いに同一視でき相互に交換可能 (indistinguishable) である場合を考える．ここでいう交換可能とは，ある 2 つの財 s_k と $s_{k'}$ について $S' \ni s_k$, $S'' \ni s_{k'}$, $S' \cap S'' = S' - \{s_k\} = S'' - \{s_{k'}\}$，であるような任意の $S', S'' \subseteq M$ にたいして $\forall i \in N: v_i(S') = v_i(S'')$ と定義される．この条件を満たすような財が含まれる組合せオークションを，複数ユニット組合せオークションと呼ぶ．複数ユニット組合せオークションは，本質的には，単一ユニット組合せオークションで，特定の財同士を同一視し，それらを入れ替え可能とするような財バンドルへの入札を行っているものと等しい [1].

2.2 Lehmann らの近似的割当てに基づく手法

Lehmann らが提案した欲張り (greedy) アルゴリズム [11] に基づくオークションメカニズムは，組合せオークションにおける勝者決定問題に対する，非常に簡潔で強力な線形アルゴリズムを持つ．ここで，財のバンドル $S \subseteq M$ に対する入札価格が正の実数 $a \in \mathcal{R}_+$ として与えられるとき，この入札 b を $b =< a, S >$ と表現することにする．Lehmann らの欲張りアルゴリズムは，次のように記述される．(1) 入札のリスト L は，ある指標に基づいて順序づけされる．文献 [11] では，この L の順序づけには，財１つあたりの入札価格が用いられる．より一般的には，ある数 $c \geq 0$ に対して，$a/|S|^c$ で定義される重み値に基づいて順序づけされる．ここで，$|S|$ は，入札で指定する財バンドルに含まれる財の数である．(2) 欲張りアルゴリズムに基づいて，財の割り当てが決定される．ここで，入札のリスト L は，先の式に基づいて順序づけされている．本アルゴリズムでは，この入札のリストを上位から順に見て，その入札の持つ財バンドルすべてが未割り当てのものを，順に勝者として財に割り当てていく．

Lehmann らは，彼らが文献 [11] で提案した価格付け手法を用いた場合に，単一バンドル選好を仮定すれば，そのオークションが真実申告最良になることを示している．

この価格付け手法の概要を次にまとめる．ここで，$S \cap S' = \phi$ ではない財バンドル $S, S' \subseteq M$, に対する２つの入札 $x_i(S), x_j(S'), i, j \in N$ について，$x_i(S) = 1$ かつ $x_j(S') = 0$ であり，入札に対する評価値関数 vl について $vl(v_i(S), |S|) \geq vl(v_j(S'), |S'|)$ であるもので最大の vl の値を取るように j の値を i に対して定めたとすると，その入札 $x_i(S)$ の落札額は関数 $pl(v_j(S'), |S'|, |S|)$ で与えられる．直感的な表現をすれば，ある勝者入札が勝者でありつづけられるギリギリの入札額をもって，その勝者の落札額とする，ということになる．これは，落札額がクリティカル値 (critical value) 条件を満たすという形で，文献 [11] では示される．

2.3 勝者近似と価格付け

文献 [5]，[6]，および [8] 等で，Lehmann のアルゴリズム [11] によって得られた結果を並列山登り法に基づくアプローチで拡張することで，シミュレーテッドアニーリング法 (SA) に基づくアプローチ [5], SAT ソルバの応用に基づくアプローチ [14], 線形計画法 (LP) の近似に基づくヒューリスティックなアプローチ [4], および 商用の LP ソルバーに対して，多数の入札がある環境下において，一定の性能面での優位性を持つことが示されている．しかしながら，この並列山登り法に基づくアプローチは，その処理の高速

化のアプローチが単一ユニット組合せオークションに強く依存した方法となっているので，そのままでは複数ユニット組合せオークションには適用できない．そこで，文献 [9] では，複数ユニット組合せオークションへの適用が可能となるような，このアルゴリズムへの拡張が述べられており，複数ユニット問題のみでなく単一ユニット問題でも良好な結果が得られることが，示されている [10]．一方で，これらの近似的手法による価格付けを行った場合に，真実申告最良性をどのような制約下でどこまで実現可能であるかは，議論の対象となりうる．

VCG(Vickrey-Clarke-Groves) メカニズムでは，勝者となった入札に対して，次のように価格が決定される [1]．勝者となった入札者 n に対する支払い価格 p_n は，

$$p_n = \alpha_n - \sum_{i \neq n, S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

によって計算される．ここで，右辺の右側の項は，勝者となった入札者 n を除いた他の勝者の入札価格の合計である．また，右辺の α_n は，妥当な割り当て条件を満たすような別の割り当て

$$X' = \{x'_j(S) | \forall j \in M : j \neq i, \sum_{i \in N} \sum_{S \ni j} x'_i(S) \leq 1\}$$

を用いて

$$\alpha_n = max \sum_{i \neq n, S \subseteq M} v_i(S) x'_i(S)$$

と定義される．すなわち，これは勝者となった入札者 n が参加しなかったものとして改めて勝者決定を行った場合の勝者の入札価格の総和である．

文献 [15] では，VCG の価格付けを用いた場合，必ず最適勝者を求める必要があると指摘している．Lehmann らは，VCG メカニズムでの価格付けを彼らの近似勝者決定方法に用いた場合，単一バンドル選好の入札者を仮定しても真実申告最良とはならないことを示している [11]．

ここで起きる主な問題は，勝者が支払うべき価格が，勝者が入札した価格よりも高くなってしまうという現象から生じる．勝者決定方法が近似である場合，勝者となった入札者を除いて改めて勝者決定を行った場合の勝者の総入札価格が，むしろ高くなってしまう場合がある．つまり，$\alpha_n > \sum_{i \in N} v_i(S) x_i(S)$ となる場合である．その場合，VCG による価格付けは，その勝者の入札価格よりも高いものになってしまうため，勝者は落札したことによって効用が負となってしまい（つまり個人合理性を明らかに満たさず），勝者に対して真実の評価値より低い価格を申告することで落札されないようにしたいと思う誘因を与えてしまう．

Lehmann らの手法では，greedy な割り当てに特化した勝者価格決定方法を導入することで，この問題を回避している [11]．しかしながら，Lehmann らの勝者決定方法は，逐次更新に基づくアプローチなどの，他の勝者近似手法にはそのままでは適用できない．また，このオークションが真実申告最良性を満たすのは，入札者に対して単一バンドル選好を仮定したときのみである [11] のに対し，ダミー財を用いた XOR 入札を用いてしまうと，１つの入札者が複数の財バンドルに対する入札を持つことになるため，この単一バンドル選好の条件が満たされなくなる．この点についての議論は，文献 [11] では述べられていない．

より厳密に議論を行うことを考えると，真実申告最良性を満たすためには，最適勝者を求め，VCG による価格付けが行われるだけでは十分ではない．たとえば，扱う問題が「オンラインオークション問題」である場合，すなわち，オークションへの参加や離脱が自由であり，そのオークションがその場面ごとに勝者を決定していかなければならない場合には，これらの条件が満たされた場合であっても真実申告最良性が満たされないことが，示されている [16]．

2.4 留保価格と勝者決定近似による価格決定

真実申告最良性は満たさないがこれに近い性質を満たすことを目的として，これまでに文献 [10] で，複数ユニット組合せオークションを高速に近似する方法について述べている．文献 [10] では，価格付けアルゴリズム transformToSWPM を示した．

文献 [10] で提案された価格付けアルゴリズム transformToSWPM は以下の通りである．アルゴリズム transformToSWPM は，入力として $Alloc$, L, および $Stocks$ をとり，それぞれ，そのオークションにおける初期近似割当勝者の集合[*1]，そのオークションに対する全入札の集合，およびそのオークションにおける各財の在庫数である．

```
1:  function transformToSWPM(Alloc, L, Stocks)
2:    RemainBids:= L - Alloc;
3:    sortByLehmannC(RemainBids);
4:    clear(payment);
5:    for each b ∈ Alloc
6:      RestStocks:=getRestStocks(Alloc − {b}, Stocks);
7:      AllocForB:=greedyAlloc(RestStocks, RemainBids);
8:      NewAlloc:=Alloc-{b} + AllocForB;
9:      if price(Alloc) < price(NewAlloc) then
10:       return transformToSWPM(NewAlloc,L,Stocks);
11:     else payment_b = price(NewAlloc) − price(Alloc − {b})
12:   end for each
13:   return (Alloc,payment)
```

関数 $sortByLehmannC(RemainBids)$ は，引数 $RemainBids$ として与えられた順序付き入札集合を，Lehmann の近似割当手法で用いられる基準に基づいて並べ

*1 この初期近似割当勝者の集合を求める方法としては，財の妥当な割当を行うような任意の勝者決定手法を用いることが可能である．文献 [10] では，この勝者決定手法の選択が価格付けアルゴリズム transformToSWPM の計算速度および割当の効率性に与える影響を考察している．

替える．関数 $clear(payment)$ では，各エージェントごとの支払い価格を格納する $payment$ を空に初期化する．関数 $getRestStocks(A, S)$ は，オークションされている財全体の集合が引数 S で与えられるとき，引数 A で与えられた勝者入札集合に財を割り当てた際に未割当となって残る財の集合を返す．関数 $greedyAlloc(RestStocks, RemainBids)$ は，引数 $RestStocks$ で与えられる未割当な財の集合に対して，引数 $RemainBids$ で与えられる入札集合によって財の割当が可能となる近似勝者割当集合を返す．関数 $price(Alloc)$ は，引数 $Alloc$ で与えられる勝者入札集合の入札価格の合計を返す．

アルゴリズム transformToSWPM で得られた割当および価格付けでは，文献 [9] で示された強勝者価格単調性という性質を満たす [10]．すなわち，この方法で求められた勝者については，その勝者となった入札１つ１つに対して，その入札を勝者とせずに他の入札で greedy に残りの財に対する財の割当を決めたときに，その割当の効率性はもとの勝者に対するものを上回ることがないことが保証される．

なお，ここでは記述の簡略化のために，単一バンドル選好入札者を仮定している．この仮定を外す場合には，$\{b\}$ の部分をその同じ入札者からの入札集合すべてと置き換えたものを用いる [10]．

例として，オークションされる財の集合が $\{s_1, s_2\}$ で，それに対して２つの入札 $<\{s_1, s_2\}, 8>$ および $<\{s_2\}, 7>$ がされている場合を考える．初期近似割当勝者の集合を求めるためのアルゴリズムとして Lehmann の近似割当手法をパラメータ $c = 1$ として用いたとき，初期勝者割当集合 $\{<\{s_2\}, 7>\}$ が得られる．このオークションおよび初期近似割当勝者の集合に対してアルゴリズム transformToSWPM が適用されると，2 行目で $RemainBids$ に $\{<\{s_1, s_2\}, 8>\}$ が得られ，6 行目が最初に実行されるときに $RestStocks$ には $\{s_1, s_2\}$ が得られる．その次の 7 行目では $AllocForB$ として $\{<\{s_1, s_2\}, 8>\}$ が得られる．ここで，$price(\{<\{s_2\}, 7>\}) = 7, price(\{<\{s_1, s_2\}, 8>\}) = 8$ であることから，10 行目に分岐し，この初期近似割当勝者集合による割当はキャンセルされ，改めて勝者集合を $\{<\{s_1, s_2\}, 8>\}$ として transformToSWPM が実行される．この再帰呼び出しでは，9 行目の条件が満たされないことから，このときの勝者入札 $<\{s_1, s_2\}, 8>$ に対して価格 $7 - 0 = 7$ が与えられ，transformToSWPM は終了する．

2.5 留保価格の導入

単方向オークションにおいて，ある財に対する最低落札価格に相当する金額を売り手自身が入札してしまうことは可能であり，この最低落札価格を「留保価格 (reserve price)」と呼ぶことがある．

留保価格入札を含む組合せオークションは，一見するとダブル (双方向) オークションのようにも見えるが，たとえば，財を売る場合の組合せを規定したり，落札された財に対する支払価格を売り手へ分配したりする仕組みが必ずしも用意されない点で異なる．

文献 [11] や [5] などの，勝者決定を近似的に行ういくつかのアルゴリズムでは，単純に留保価格入札を導入しただけでは，その財の組合せに対する留保価格の合計よりも低い価格を提示した入札が勝者となってしまう場合があった．

すなわち，文献 [10] で提案された transformToSWPM では，その勝者近似アルゴリズムの特性が Lehmann らの近似割当 [11] に基づくため，次に示す留保価格条件 *(reserve price conditions)* を満たさない [13]．

定義 (留保価格条件):
あるオークションの勝者を $w_i =< S_i, a_i >\in W$ とし，$S_j \subseteq S_i$ を満たすような留保価格入札 $rp_j =< S_j, a_j >\in RP$ を，その勝者に対する留保価格入札とする．ある価格付けメカニズムが留保価格条件 *(reserve price condition)* を満たすとは，任意の勝者 $w_i \in W$ について，その入札の価格 a_i は，勝者でない留保価格入札，すなわち $rp_j \notin W$ であるような $rp_j \in RP$ を用いて最適な妥当な組合せを入札バンドル S_i に対して求めた場合の財の割当 $X'' = x''_j(S) | rp_j \notin W, S \subseteq S_i \subseteq M$ における価格の合計

$$pr_{max} = max \sum_{rp_j \in RP, rp_j \notin W, S \subseteq M} rp_j(S) x''_j(S)$$

に対して $pr_{max} \leq a_i$ を満たす．

文献 [13] では，留保価格を財１つごとに定めた場合に，ある勝者の入札額および支払額が，その入札対象の財バンドルに対する有効な留保価格の合計を下回らないようにするための価格付け・割当調整アルゴリズムとして，transformToSWPMRP を示した．

```
function transformToSWPMRP(Alloc, L, Stocks)
  RemainedBids:= L - Alloc;
  sortByLehmannC(RemainedBids);
  clear(payment);
  for each b ∈ Alloc
    RestStocks:=getRestStocks(Alloc − {b}, Stocks);
    AllocForB:=greedyAlloc(RestStocks, RemainedBids);
    NewAlloc:=Alloc-{b} + AllocForB;
    if price(Alloc) < price(NewAlloc) then
      return transformToSWPMRP(NewAlloc,L,Stocks);
   else
     RemainedReserveBids:=getReservedBids(RemainedBids)
     AllocForR:=greedyAlloc(RestStocks, RemainedReserveBids);
     NewAllocR:=Alloc-{b} + AllocForR;
     if price(Alloc) < price(NewAllocR) then
      return transformToSWPMRP(NewAllocR,L,Stocks);
     else payment_b = price(NewAlloc) − price(Alloc − {b})
  end for each
  return (Alloc,payment)
```

ここで，関数 $getReservedBids(RemainedBids)$ は，あ

る集合のなかから留保価格入札としてマークされたものだけを取り出す．

アルゴリズム transformToSWPMRP は，それぞれの勝者入札に対して，その財バンドルに対する (勝者でない) 留保価格入札の合計の最大値よりも入札価格がかならず高くなっていることを保証するための比較を追加で行う．

3. 入札取消時の安定性を考慮した価格付け・割当調整アルゴリズムの検討

強勝者価格単調性よりも弱い条件のみを満たすようにすることで，勝者となった入札を割当決定後に取り消した場合の勝者決定および価格付けの安定性を向上させる，すなわち，それらの入札取消前後での変化をできるだけ緩和する方法を考える．

そこで，アルゴリズム transformToSWPMRP を改変し，以下の transformToLWPMRP とする．[*2]．

```
1:  function transformToLWPMRP(Alloc, L, Stocks)
2:    RemainedBids:= L - Alloc;
3:    sortByLehmannC(RemainedBids);
4:    clear(payment);
5:    for each b ∈ Alloc
6:      RestStocks:=getPlacedStocksInBid(b);
7:      AllocForB:=greedyAlloc(RestStocks, RemainedBids);
8:      NewAlloc:=Alloc-{b} + AllocForB;
9:      if price(Alloc) < price(NewAlloc) then
10:       return transformToLWPMRP(NewAlloc,L,Stocks);
11:     else
12:       RemainedReserveBids:=getReservedBids(RemainedBids)
13:       AllocForR:=greedyAlloc(RestStocks, RemainedReserveBids);
14:       NewAllocR:=Alloc-{b} + AllocForR;
15:       if price(Alloc) < price(NewAllocR) then
16:        return transformToLWPMRP(NewAllocR,L,Stocks);
17:       else payment_b = price(NewAlloc) − price(Alloc − {b})
18:   end for each
19:   return (Alloc,payment)
```

アルゴリズム transformToLWPMRP は，それぞれの勝者入札に対して transformToSWPMRP と同様にその価格付けと勝者割当の調整を行うが，比較対象となる割当の探索の際に，その勝者集合を求めた時点でだれにも割当がされていない財を再割当可能な財に含めない点が主な違いである．具体的には，上記アルゴリズムの 6 行目のみが異なる．ここで，関数 $getPlacedStocksInBid(b)$ は，入札 b が入札対象としている財バンドルの集合を財の種類と個数の形式で取得する関数である．ここで，このときに満たされる勝者入札に対する他の入札との関係性を，局所的強勝者価格単調性 *(Locally strong Winner Price Monotonicity)* と呼ぶことにする．

なお，文献 [10] および文献 [13] と同様に，本アルゴリズムでも，割当調整の場面で勝者数が減少することがないことが保証できることと，最適な割当が上界となり，かつ 0 でない入札価格の差の最小値 $\epsilon(B)$ は無限小でない有限の値であるため，本アルゴリズムの停止性は保証される．

表 1 単一勝者取消時の勝者の安定性 [18]
シナリオ 1 (入札数 515,024, 留保価格入札 67,392)

	局所的強勝者価格単調性 transformToLWPMRP	強勝者価格単調性 transformToSWPMRP
winners	898	898
changed(total)	750	857
changed(avg.)	0.835	0.954

4. 勝者価格単調性と安定性

アルゴリズム transformToLWPMRP および transformToSWPMRP を用いた場合に，オークションの任意の勝者を 1 つのみ取り消した場合に生じる価格付けの安定性を，その勝者集合にアルゴリズムを適用した場合の割当調整の結果として当初勝者であったものが敗者となった数 (延べ数) として比較したものを，図 1 に示す [18]．本比較に用いたオークション問題 (シナリオ 1) は，文献 [13] で用いたものの 1 つで，参加者数 1000 で入札数 515024 および留保価格入札 67392 のオークション問題について，財の在庫数を示す電力供給率は 100 パーセントとして，留保価格入札価格をベースラインの 2 倍の価格としたときのものである[*3]．

2 つのアルゴリズムを適用した際の勝者数は同一であるが，その勝者数に対して任意の 1 つの勝者入札を取消して代わりにその勝者の価格付けの根拠となった入札を新たな勝者に繰り上げた場合に，その勝者集合に対しての価格付けおよび割当調整を再度実行した場合について考える．この価格付けおよび割当調整により (その取消を行った勝者 1 つ以外の) 勝者がより多く割当調整の結果勝者でなくなったのは transformToSWPMRP のほうであり，transformToLWPMRP ではこの条件で勝者でなくなった入札数は同アルゴリズムでの数のおよそ 87.5 パーセント程度に抑えられている．

ただし，いずれの場合でも 1 勝者取消あたりの勝者の変化数は 1 入札を下回っているため，勝者入札の取消による勝者の変化の割合は，全体の 0.1 パーセント程度に留まる．この数値が個別のオークション応用事例に対して現実的にどの程度許容可能であるかどうかについての検討は今後の課題である．

なお，上記と同条件で財の在庫数を示す電力供給率のみを 95 パーセントおよび 90 パーセントとした場合には，入札および留保価格入札のいずれからも落札されない財がほ

[*2] 本アルゴリズムの初期のアイデアは文献 [17] に，初期の解析結果については，文献 [18] で示している．なお，以降の節における解析方法の都合により，ここでは留保価格条件も満たすように拡張した transformToSWPMRP を改変しているが，同様の改変は transformToSWPM に対してももちろん可能である．

[*3] 詳しい問題設定等については文献 [13] を参照されたい．

表 2 より大規模な問題での単一勝者取消時の勝者の安定性
シナリオ 2 (入札数 1,684,703, 留保価格なし)

	局所的強勝者価格単調性 transformToLWPMRP	強勝者価格単調性 transformToSWPMRP
winners	3564	3564
changed(total)	3192	3192
changed(avg.)	0.896	0.896

ばなくなるため，２つのアルゴリズムの間で差異は見られなかった．これは，留保価格が 0 となるような特殊な財がない場合には，この 2 つのアルゴリズムの動作は同一となるからである．すなわち，留保価格が定められない財がなければ，2 つのアルゴリズムのいずれも強勝者価格単調性を満たすことになる点に注意されたい．

ここで，より多くの勝者の追加取消が生じると考えられるシナリオとして，シナリオ 1 を参加入札者数 3,566 に拡張し，さらに留保価格の設定を行わない状態にしたオークション問題 [13](入札数 1,684,703, 留保価格なし, これをシナリオ 2 と呼ぶ) の事例での比較結果を，図 2 に示す．

シナリオ 2 でも，シナリオ 1 とほぼ同程度の割合の勝者入札が，勝者価格単調性を満たさず勝者として選ばれなくなった．ただし，勝者入札数自体はシナリオ 2 の方が多いことから，ある入札が一度勝者となった場合に，その後の他の 1 勝者の取消により勝者価格単調性の条件から勝者として選ばれなくなる確率は，シナリオ 1 の場合よりも小さくなる (勝者全体の約 0.025 パーセント)．ここでは，一度に取消する勝者を 1 つとしているため，勝者数が多い方が勝者のうちで取消される割合も少ないので，問題の規模が大きくなれば問題が軽減されるというわけではないが，少なくとも取消した勝者数に対して，勝者価格単調性により取消となる勝者の割合は，オークション問題の規模が大きくなっても大きくは増えない可能性がある．これらのより詳細な解析については，今後の課題である．

謝辞 本研究の一部は，科学研究費補助金 挑戦的萌芽研究 No.26540162，および基盤研究 (B)No.15H02972 からの支援による．

参考文献

[1] Cramton, P., Shoham, Y. and Steinberg, R.: *Combinatorial Auctions*, The MIT Press (2006).

[2] Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A. and Levine, D.: CABOB: A Fast Optimal Algorithm for Winner Determination in Combinatorial Auctions, *Management Science*, Vol. 51, No. 3, pp. 374–390 (2005).

[3] McMillan, J.: Selling Spectrum Rights, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 8, pp. 145–162 (1994).

[4] Zurel, E. and Nisan, N.: An efficient approximate allocation algorithm for combinatorial auctions, *Proc. of the Third ACM Conference on Electronic Commerce (EC2001)*, pp. 125–136 (2001).

[5] Fukuta, N. and Ito, T.: Towards Better Approximation of Winner Determination for Combinatorial Auctions with Large Number of Bids, *Proc. of The 2006 WIC/IEEE/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2006)*, pp. 618–621 (2006).

[6] Fukuta, N. and Ito, T.: Fine-grained Efficient Resource Allocation Using Approximated Combinatorial Auctions–A Parallel Greedy Winner Approximation for Large-scale Problems, *Web Intelligence and Agent Systems: An International Journal*, Vol. 7, No. 1, pp. 43–63 (2009).

[7] Fukuta, N. and Ito, T.: Periodical Resource Allocation Using Approximated Combinatorial Auctions, *Proc. of The 2007 WIC/IEEE/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2007)*, pp. 434–441 (2007).

[8] Fukuta, N. and Ito, T.: An Experimental Analysis of Biased Parallel Greedy Approximation for Combinatorial Auctions, *International Journal of Intelligent Information and Database Systems*, Vol. 4, No. 5, pp. 487–508 (online), DOI: 10.1504/IJIIDS.2010.035773 (2010).

[9] Fukuta, N.: Toward a VCG-like Approximate Mechanism for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions, *Proc. IEEE/ACM/WIC International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2011)*, pp. 317–322 (2011).

[10] Fukuta, N.: An Approach to VCG-like Approximate Allocation and Pricing for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions, *Journal of Information Processing*, Vol. 21, No. 1, pp. 9–15 (online), DOI: 10.2197/ipsjjip.21.9 (2013).

[11] Lehmann, D., O'Callaghan, L. I. and Shoham, Y.: Truth revelation in rapid, approximately efficient combinatorial auctions, *Journal of the ACM*, Vol. 49, pp. 577–602 (2002).

[12] Constantin, F., Feldman, J., Muthukrishnan, S. and Pal, M.: An Online Mechanism for Ad Slot Reservations with Cancellations, *Proc. of ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA2009)*, pp. 1265–1274 (2009).

[13] 福田直樹：留保価格を導入した大規模複数ユニット組合せオークションの近似価格決定に関する一考察，電子情報通信学会論文誌， Vol. J98-D, No. 6, pp. 948–961 (2015).

[14] Hoos, H. H. and Boutilier, C.: Solving Combinatorial Auctions using Stochastic Local Search, *Proc. of the Proc. of 17th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI2000)*, pp. 22–29 (2000).

[15] Nisan, N. and Ronen, A.: Computationally feasible VCG mechanisms, *Proc. of ACM Conference on Electronic Commerce*, pp. 242–252 (online), available from ⟨citeseer.ist.psu.edu/nisan00computationally.html⟩ (2000).

[16] Hajiaghayi, M. T., Kleinberg, R. and Parkes, D. C.: Adaptive limited-supply online auctions, *Proc. 5th ACM Conference on Electronic Commerce (EC'04)*, pp. 71–80 (2004).

[17] 福田直樹：大規模複数ユニット組合せオークションの近似における入札取消に対する割当および価格決定の安定性に関する一考察，2015 合同エージェントワークショップ＆シンポジウム (JAWS2015) (2015). (Late Breaking Poster Presentation, 2 pages).

[18] Fukuta, N.: A Preliminary Analysis of Allocation Stability on Approximation-based Pricing for Multi-unit Combinatorial Auctions – A Single-winner Cancellation Scenario, *Proc. KICSS2015 International Workshop on Collective Intelligence and Crowd / Social Computing*, pp. 236–246 (2015).