類推要素間の関連性に関する論理的分析†

有 馬 淳††

2つの事柄がある共通の性質（S：類似性）を有している時，一方（B：ベース）の持つ性質（P：投射性）を他方（T：ターゲット）も持つと推定する類推について考察する．本研究では類推の論理的な分析が行われ，その結果に基づき，与えられた公理 $\mathcal{A}$ のもとで類推要素 T, B, S, P が満たすべき例証的基準と呼ぶ論理的関係が示される．ここで例証的基準は以下の2つの前提から得られる："類推はベースが満たす何らかの性質をターゲットに対し投射することによってその推論が行われる一般的に非演繹的な推論である"，"ターゲットは特殊な個体ではない"．類推研究では，1）"あるターゲットに対し何をベースとするか" 2）"どの性質をもって類似性というか" 3）"ある類似性に対してどのような性質が投射されうるか" が長い間，本質的な問いであり続けている．例証的基準は，これら 1），2），3）の問題に対する1つの解答になっており，類推研究の1つの一般的な足掛りとなることが期待される．また，この基準に関して，これまでの研究のいくつかが実際にこの基準を満たしていることが示されるとともに，従来類推と独立に研究されてきた仮説推論，アブダクション，EBG とも密接な関連があることが記される．

1. は じ め に

2つの事柄がある共通の性質（S：類似性）を有している時，一方（B：ベース）の持つ性質（P：投射性）を他方（T：ターゲット）も持つと推定する類推について考察する．このような推論は次のスキーマを使って表せると考えられるかもしれない．

$$\frac{\begin{array}{l}S(B)\wedge P(B)\\ S(T)\end{array}}{P(T)} \qquad (1)$$

しかしながら，上記のスキーマは類推の表現としては不十分である．T, B に対して任意の個体，S, P に対して任意の性質（述語）が許されているわけではなく，これら類推の要素 T, B, S, P はある類推特有の関連性を満たすものに限られている[3]．例えば，"Brutus は傷ついたり火傷したりすると痛みを感じる．Tacitus は傷つくと痛みを感じる．" としよう*．Brutus（$=B$）と Tacitus（$=T$）は傷つくと痛みを感じるという点で似ている（$S(B)\wedge S(T)$）．しかし，だからといってわれわれは，例えば Brutus が力持ちである（$P_1(B)$）としても Tacitus も力持ちであろうとは推測しないだろう．しかしながら，Brutus が火傷すると痛みを感じる（$P_2(B)$）という事実からは Tacitus もそうであろうと推測するのはありそうなことである．この要点は，上記スキーマの適用に関して前者の性質（力持ちである性質：P_1）と後者の性質（傷つくと痛みを感じる性質：P_2）の間にどんな差異もないのにかかわらず，われわれは前者の結論より後者の結論を好むし，後者の結論のほうがもっともらしく思うという事実である．この事実は明らかに上記のスキーマだけでは類推を表すのに不十分であり，何らかの条件がスキーマの前提部に欠落していることを示している．類推研究では，

1）"あるターゲットに対し何をベースとするか"

2）"共通した性質のうちどの性質が類推に関与する性質（類似性）か"

3）"ある類似性に対してどのような性質が投射されうるか"

が長い間本質的な問いである続けている．これらの問いはすべて上記スキーマの不十分さを示唆しており，この関連性を明らかにすることはこれらの問いに答えることにほかならない．

しかし残念なことに，これまでのほとんどすべての研究は，関連性という相対的な制限を与えるよりはむしろ，各要素に個別の制限を与えて独立にこれらの問題に答えていこうとしたように見える．あるターゲットに対しベースが与えられると仮定したり，投射される性質と類似性の関係を明らかにしないまま適用領域を限定し類推に関与する性質を制限することで問題を回避しようとしたり，投射される性質と無関係に類似性を定義している[4),5),12)]．例えば，Gentner は高階の構造のみが類推に関与するとした．また，Winston のプログラムではフレーム内の対応する属性値が等しい属性の個数に依存した類似度を採用している．これらは投射性とは独立に先見的に類似性が決められることを意味する．

† A Logical Analysis of Relevance of Analogical Factors by Jun Arima (Institute for New Generation Computer Technology).

†† (財)新世代コンピュータ技術開発機構

* この例はある SF 小説をもとに作っている[7)]．

このような個別的な議論で，一般的な類推の本質を解明できるとは思えない．何が問題となっているか，すなわち，何を投射しようとするかで，何が類似するかが変わることは直感的にも明らかであるし，これを支持する心理学的実験が報告されている[10]．例えば，高所のものを取ろうとしたり，押し花を作ろうとする際には，本と石は類似するし，暇を潰したい時には類似するものにはならないだろう．2つのものを与えた時点で，個別的な手法では類似度，類似性が決まってしまい，文脈，解く問題に応じて類似性が変化することを説明することができない[3]．さまざまな問題，投射したい性質は内因性のものというよりは外因性のものであるから，先見的に決まった類似性を決めることは，システムに与えられる問題があらかじめ規定されない限り不可能である．

本研究では以下の“適切な”2つの前提のもとで，類推の論理的な分析を行い，与えられた公理 $\mathcal{A}$ のもとで T, B, S, P が満たすべき**類推の関連性**を明らかにする．

［前提 1.］“類推はベースが満たす何らかの性質をターゲットに対し投射することによってその推論が行われる”

［前提 2.］“ターゲットは特殊な個体ではない”すなわち，ある類推によって，類似性 S をもとにターゲットが P を満たすと推測する場合，同じ類似性 S を持つどんな個体であっても同じ類推により（矛盾がない限り）P を満たすと推測できる．

類推は“B と T は似ている”といった説明がなされるため，とかく非形式的な情報，論理で表現しにくいなんらかの情報に基づいていると一般には考えられがちである．形式的議論によりここで得られた条件は，形式的議論だけでどこまで類推が捕らえうるかを示す一例となるだろう．

構成について述べる．形式的な分析と結果，すなわち，**例証的基準**と呼ぶ類推要素が満たすべき関連性については2章で述べる．3章では例証的基準を満たす類推の直観的説明が行われ，4章ではそういった類推がいかに一般性があるかを例示し，従来研究との比較を行う．5章ではまとめといくつかの考察結果を示す．

2. 類推の論理的分析と例証的基準

類推をできる限り形式的な議論だけで分析し，類似性と投射性，ターゲットとベース，および，公理が満たすべき正当で形式的な関連性を得ることが本章の目的である．まず，本論文で使用する用語を定義する．

ここでは通常の一階言語，およびそれに対する2引数メタ述語，$\vdash$（証明可能性を表す）を使う．n-引数述語 U は一般に $\lambda x.Q$ で表される．ここで，x は n 組の個体変数であり，Q は，x に含まれない変数は自由に現れない論理式である．特に，U が n-引数未満のある述語と恒等的に等価になる場合，述語 U は**引数において冗長である**と言うことにする*．また，t が n 組の項である時，$U(t)$ は Q における x の要素のそれぞれの出現に同時に対応する t の要素を代入した結果を表すものとする．また，閉じた全称論理式（冠頭標準形ですべての変数が全称束縛されている論理式）をここでは“**知識**”と呼び，文脈に応じて節の論理積または節集合で表すものとする．例えば，Γ を知識とする時，Γ が $\vdash$ の左辺に現れた場合は節集合，右辺に現れた場合は節の論理積で表される．

知識 $\mathcal{A}$ を公理とする．T, B はそれぞれ個本定数もしくは個体定数の組)，S, P は B が現れない述語であり，S は引数において冗長ではないとする**．すると一般的に先に見た類推は以下のように表すことができる．

$$\mathcal{A} \vdash S(B) \wedge P(B) \wedge S(T) \qquad (2)$$

上記のメタな文は証明可能な関係を表しており，公理（知識）$\mathcal{A}$ のもとで，ベースがある性質（類似性）S ともう1つの性質（投射性）P を持ち，ターゲットが前者の性質を共有している（類似性 S を持つ）ことが導ける（論理的帰結となる）ことを表している．

ターゲットが投射性を満足する（$P(T)$）ことが類推によって推測できるのは，ベースの性質をターゲットに投射することによる（前提1）から，ある節集合 f_B（ベース B に関する知識）に対して：

$$\mathcal{A} \vdash f_B,\ かつ,\ \mathcal{A}, f_B(T) \vdash P(T) \qquad (3)$$

となる．ここで，$f_B(T)$ は f_B におけるすべての B の出現を T に置き換えたものである（B, T が組の場合，“すべての B の要素の出現を対応する T の要素に置き換えたもの”になる．以下，同様の表現を使う）．したがって，類推の本質は必ずしも明示的な投射性 P の投射でなく（3）式のベースに関する知識 f_B の投射と

---

* ［例］ $\lambda x, y. P(x), \lambda x, y. (P(x) \vee Q(x, y) \wedge \neg Q(x, y))$ はいずれも引数において冗長である．それぞれ，等価な一引数述語，$\lambda x. P(x)$ があるからである．

** 簡単に言うと，前者の制限は後の議論が必要以上に複雑になるのを防ぐためであり，後者の制限はベースとターゲットの各々のすべての要素が本質的になんらかの制約を満たしていることを要求するためである．より詳しい議論は別の機会としたい．

いうことになる．また，類推が意味あるためには無矛盾でなくてはならないから，

$$\mathcal{A} \cup f_B(T) \text{ は無矛盾} \qquad (4)$$

である．さて，T は特殊ではないから（前提 2），今，新しい個体 x が性質 S を満足することがわかると，ベースを B とした類推によって $P(x)$ が得られることになる．$\mathcal{A}$ に $S(x)$ を加えると，T の場合と同じ議論によって，（3）式と同様に，

$$\mathcal{A} \vdash f_B, \text{ かつ, } \mathcal{A}, S(x), f_B(x) \vdash P(x) \qquad (5)$$

となる．$\mathcal{A}$ は閉じているから，述語計算により，

$$\mathcal{A} \vdash f_B, \text{ かつ, } \mathcal{A} \vdash \forall x. (f_B(x) \wedge S(x) \supset P(x)) \qquad (6)$$

を得る．

さて，前提 2 から，さらに重要な制約を引きだすことができる．$\mathcal{A} \vdash S(B)$ の時，類似性 S を持つ任意の個体に対してある種の B の性質 f_B の投射が行われるということは，類推（すなわち，なんらかの非演繹的投射）の根拠（正当性）が類似性によってのみ与えられているということである．これは，類推が類似性に基づく推論―ターゲットがベースとある共通の性質を有しているという“理由”で類推が行われる―というわれわれの直感的認識に等しい．以上のことから，$\mathcal{A} \vdash S(B)$ の時，$\mathcal{A} \vdash S(t)$ なる任意の個体 t に対して，その投射がある意味で正当であるような非演繹的投射とはどんな性質の投射であるべきかの検討が以下議論の主要目的となる．この準備として，$\mathcal{A} \vdash S(B)$ が意味することの“本質”を捕らえるため，以下の変形を行う．

$\mathcal{A} \vdash S(B)$ は $\mathcal{A}$ から $S(B)$ への証明があることを表すメタな表記であるが，知識 $\mathcal{A}$ の中には $S(B)$ の証明に影響しない知識が一般に存在している．この冗長性を取り除くために，以下のメタな関係を定義する．

［定義 1. 説明する］：α は節集合．この時，論理式 β が α から証明でき $(\alpha \vdash \beta)$，かつ，α がその条件を満足できる極小の集合である時 α は β を**説明する**（explains）と言い，それを $\alpha \vdash_{exp} \beta$ で表す． □

［定義 2. 説明］：$\mathcal{A}, F$ は節集合．β は論理式である．この時，F が β の $\mathcal{A}$ における**説明**（explanation）であるとは，F が $\mathcal{A}$ の部分集合 $(F \subseteq \mathcal{A})$ であり，かつ，β を説明する $(F \vdash_{exp} \beta)$ ことをいい，$F \vdash^{\mathcal{A}}_{exp} \beta$ と書く． □

このメタな関係を使うと，$\mathcal{A} \vdash S(B)$ は次の式と等価になる．

以下を満たす，ある F^S_B が存在する：

$$F^S_B \vdash^{\mathcal{A}}_{exp} S(B) \qquad (7)$$

この式は，$\mathcal{A}$ の部分集合 F^S_B が $S(B)$ を導くのに十分な極小の知識（公理）であることを示している．さて，（後の議論の先取りになるが）ターゲットに投射される知識は必ずしも $\mathcal{A}$ の（ベースに関わる）部分集合である必要はなく，（3）式に示されているとおり，$\mathcal{A}$ からの論理的帰結，すなわち，F^S_B からの論理的帰結であればよい．この観点からさらに以下のメタな関係を定義しておく．

［定義 3. 抽象説明］：$\mathcal{A}$，α は節集合．β は論理式である．この時，α が β の $\mathcal{A}$ における**抽象説明**（abstract explanation）であるとは，β の $\mathcal{A}$ におけるある説明 $F (F \vdash^{\mathcal{A}}_{exp} \beta)$ が存在して：

$$F \vdash \alpha \quad \text{かつ,} \quad \alpha \vdash^{\mathcal{A}}_{exp} \beta$$

が成り立つことである．また，このとき，$\alpha \vdash^{\mathcal{A}}_{abst} \beta$ と書く． □

抽象説明 α は，β を（過不足なく）説明するなんらかの説明 (F) の定理であって，しかもそれ自体が β を（過不足なく）説明しているものである．直感的には，$\mathcal{A}$ の文を使った β の説明 F から β への証明木の親子関係にないノードの集合でかつそれから β への証明木があるものに対応する*．また，定義より明らかに β の $\mathcal{A}$ における説明は抽象説明の 1 つである．

この関係を使うと $\mathcal{A} \vdash S(B)$ はさらに以下の等価な式に変形できる．

以下を満たす，ある f^S_B が存在する：

$$f^S_B \vdash^{\mathcal{A}}_{abst} S(B) \qquad (8)$$

すなわち，$A \vdash S(B)$ に関する議論は，情報を落すことなく（8）式で議論できる．さて，いよいよ S を満たすものの間に正当化されるような非演繹的投射を考えよう．実はここでわれわれが扱っている弱い前提のもとでは，そのような投射の候補を選べる余地はほとんどない**．今，ターゲットが S という性質を満たすことしかわかっていない状況で考えよう（こう考えても前提 2 により一般性は失わない）．投射の正当性（ターゲットがある性質を持つと推定する根拠）はターゲットが S を満たしている事実からのみ生じている．ター

---

* ［例］ $\mathcal{A} = \{P(C), \forall x. (P(x) \supset Q(x)), \forall x. (Q(x) \supset R(x)), S(C)\}$，$\beta = R(C)$ とする．すると，$\mathcal{A}$ における β の抽象説明は，$\{P(C), \forall x. (P(x) \supset Q(x)), \mathrm{A} x. (Q(x) \supset R(x))\}$（説明：$F$ に対応），$\{P(C), \forall x. (P(x) \supset R(x))\}$，$\{R(C)\}$ があるほかに $\{Q(C), Q(C) \supset P(C), P(C) \supset R(C)\}$ などの F の定理で β を説明するものが含まれる．

** 他の“正当である投射”の存在の可能性が厳密には否定できないため，この箇所の議論のみが正確には必然性を失うが，われわれの前提条件のみからある意味で“正当である”ことを主張できるのは，唯一これ以下の議論中の投射であると思われる．この意味で弱い必然性を保っている．

ゲットがSという性質を満たすことは，ターゲットが(8)式を満たすある f^S_B という性質（厳密には $\lambda x.f^S_B(x)$）を持っていると仮定すれば十分である*．この意味で f^S_B のターゲットへの投射（$f^S_B(T)$ が成り立つと仮定すること：$f^S_B(T)$ は f^S_B の B の出現を T に置き換えたもの）はそれが矛盾しない場合に限り（$\mathcal{A}\cup f^S_B(T)$ は無矛盾）正当なものである．これ以外の非演繹的投射は新しい前提の導入なしには正当化するのはどんな意味でも困難である．というのは，これ以外の知識のうち T への投射が，ある $f^S_B(T)$ と公理 $\mathcal{A}$ の論理的帰結でないものは，ターゲットがSを満足するという事実に論理的に不要の知識であり，ターゲットがその知識を満たすどんな保証もないからである（ターゲットがSを満足することしかわかっていない場合を考えよ）．また，ある知識の T への投射がある $f^S_B(T)$ と公理 $\mathcal{A}$ の論理的帰結になっている場合は，もとより投射する必要はない．その f^S_B の投射で十分だからである．

上記の議論から類推プロセスでの投射がある意味で正当化させるのは f^S_B のみであることがわかった．さて，B から T への置換で実際に知識が変換されるのはBが現れる知識のみであるから，それから知識のみを表す表記法を導入する．Fを節集合，Oを個体定数（または個体定数の組）としたとき，F 中の O が現れるすべての字の集合を $F|_O$ で表すことにする．すると上記の議論から，

$$f_B=f^S_B|_B. \quad (9)$$

(6)式に(9)式を代入し((8)式より，$\mathcal{A}\vdash f^S_B|_B$)，

$$\mathcal{A}\vdash\forall x.(f^S_B|_B(x)\wedge S(x)\supset P(x)) \quad (10)$$

を得る．また，R を $f^S_B|_B$ の f^S_B における補集合とする（よって，$f^S_B=f^S_B|_B\cup R$）と，f^S_B は $S(B)$ の抽象説明だから，$f^S_B|_B$，$R\vdash S(B)$ より，$R\vdash\forall x.(f^S_B|_B(x)\supset S(x))$ であり**，$\mathcal{A}\vdash R$ であるから，(10)式からさらに

$$\mathcal{A}\vdash\forall x.(f^S_B|_B(x)\supset P(x)) \quad (11)$$

と簡単化される．

以上，(2)，(4)，(9)，(11)式から得られる類推要素が満たす条件をまとめると以下のようになる．

［定義 4：例証的基準］ T, B は個体定数（の組）．P は述語，S は B のどの個体も現れない，引数において冗長ではない述語とする．また，$\mathcal{A}$ は閉じた節集合（知識）である．この時，5項組 $\langle T, B, S, P, \mathcal{A}\rangle$ が**例証的基準** (the illustrative criterion) を満たすとは以下のすべての条件を満たすことである．

i）外存的類似性 (outward similarity)：
$\mathcal{A}\vdash S(T)\wedge S(B)$，

ii）因果的関連性 (causal relevance)：
$f^S_B\vdash^{\mathcal{A}}_{abst}S(B)$，

なる以下の条件を満たすある f^S_B が存在する：

ii-a）因果的含意性 (causal implicability)：
$\mathcal{A}\vdash\forall x.(f^S_B|_B(x)\supset P(x))$

ii-b）無矛盾性 (consistency)：
$\mathcal{A}\cup f^S_B|_B(T)$ は無矛盾．

ここで $f^S_B|_B(x)$，$f^S_B|_B(T)$ はそれぞれ，$f^S_B|_B$ における B の出現をすべて x，T に置き換えたものである □

直感的に言えば，i）の外存的類似性を示すことは，ターゲット T もベース B も共に性質 S を満足していることが$\mathcal{A}$から明らかである（導ける）．また，ii）の因果的関連性は，ベース B が S を満足するという現象を起こしたある原因は，また，P を満足する現象を引き起こすということを表し，その原因をTが持つとしても矛盾しないことを表す***．

最初の Brutus(B) と Tacitus(T) の例では，傷つくと痛みを感じるという類似性 (S) と力持ちであるという性質 (P_1) には共通の原因がないために投射されず，火傷すると痛みを感じるという性質 (P_2) は類似性 (S) と共通の原因，例えば，神経組織を持つという性質 ($f^S_B|_B$) があるために投射されるということをこの結果は示している．

ii-a)，b) を満足する $\lambda x.f^S_B|_B(x)$ を（$f^S_B|_B(T)$ が $\mathcal{A}$ からは必ずしも明らかでない（導けない）という理由で，外存的類似性に対して）**内存的類似性** (inward similarity) と呼ぶ．また，これらの条件を例証的基準と呼ぶ理由は，ある原因となる性質 ($f^S_B|_B$) を満足しているために，S, P の性質が発現していると証明（説明）できる少なくとも1つの個体（ベース）が存在していることによる．すなわち，Sを満たすことは$f^S_B|_B$ が満足されていることの傍証であり，$f^S_B|_B$ から P を満足することが証明でき，しかも，このプロセスが正当化される少なくとも1つの個体が存在している（例証されている）ためである．

5項組 $\langle T, B, S, P, \mathcal{A}\rangle$ が例証的基準を満たし，

---

* 後の命題1が保証している．

** 付録：補題1を参照のこと．

*** 類推が非演繹的である条件，$\mathcal{A}\nvdash P(T)$ は特にこの例証的基準に明示しないことにした．類推が最も正当化された場合（内存的類似性が実は外存的でもある時，すなわち，$\mathcal{A}\vdash f^S_B(T)$ の時）が演繹であるとの見方がとれるからである．

$P(T)$ がある類推の結果得られる時，その類推は**例証的である** (illustrative) と言い，BとTの対応する各々の個体は（**例証的に**）**似ている**と言うことにする．

例証的基準が満たされると明らかに次の命題が成立する．

[命題 1] 5項組 $\langle T, B, S, P, \mathcal{A}\rangle$ が例証的基準を満たす時，内存的類似性を $\lambda x.\ f^S_B|_B(x)$ で表す．すると，

$$\mathcal{A}, f^S_B|_B(T) \vdash P(T). \qquad \square$$

すなわち，$\mathcal{A} \nvdash P(T)$ であっても，$f^S_B|_B$ の T への投射により $P(T)$ を導けることを表している．

こうした形式的議論だけで得られた基準がいったいどんな意味を持つのか？ この基準を満たす類推とはどんなものか？ またそれはどれくらい有用で普遍的なものか？ といった問いが次の関心になる．これらの問いには以降の章で答えたい．

3. 例証的類推の直感的意味

他人の心の存在に関する古い哲学的問題をとりあげよう．私は自分の経験から心を持っていると知っている．しかし，私はどうして他人も心を持っていると推察するのだろう？ 明らかにその推論のよりどころは他人に関する観測から得る間接的な情報だけであるのに，われわれは適当な結論にたどり着いているかのように見える．われわれが他人に関して何か推論する時には，自分の身を相手の身に置き換え考えることによって，相手の持つ未知の性質，現在の状態，心の動き，過去や将来の行動などさまざまなことを推察できることがある．このような推論は相手に関する乏しい知識からも実に豊かな結論が得られる点で非常に強力である．こうした推論は次の4つのステップでとらえることができる．1) 未知の領域 (T) での現象 ($S(T)$) を既知領域 (B) での現象としてとらえ ($S(B)$)，2) その現象を説明したり理解したりする ($f^S_B \vdash_{exp} S(B)$) ことで必要な隠れた性質，原因，意図等をとりだし ($f^S_B|_B$)，3) その隠れた性質などをもとの未知領域に投射し ($f^S_B|_B(T)$)，4) 投射された性質と一般的知識をもとにさまざまなもっともらしい結論を導き出す ($f^S_B|_B(T), \mathcal{A} \vdash P(T)$)．したがって，こういった推論は例証的類推の1つの型と考えられる．すなわち，ターゲットは他人であり，ベースは自分自身，類似性は同じ現象を起こしうるという性質（現象を説明できるだけの性質を持つ）である．投射性は（本質的には）その現象を説明する際に前提として必要となる陽には現れなかった性質であるか，または，（副次的には）その性質と既知の事実から得られる性質である．

4. 例題と従来研究との関係

例証的類推としてうまく説明できる推論は数多く見受けられる．意図認識，類推による発見，解決する問題に応じて類似性が変化する現象の説明等，広範囲の例題をあげることができ，広用範囲は非常に広いと考えられる．ここでは，誌面の都合により若干の例題をあげることにとどめる．

4.1 発見的類推

あるターゲットに関する情報 ($S(T)$) を下に，ターゲットが満足すると思われる性質 ($P(T)$) を推定する．すなわち，P, Bが何であるかがわかっていない ($S, T, \mathcal{A}$ が与えられた時に，例証的基準を満たす P, B の組を求める問題に帰着される)．

[例 1：太陽系に関する発見的類推] 太陽系に関する知識 “惑星が太陽の周りを回っている ($Revolves\ (Planet, Sun)$)” ことをもとに太陽系に関する予測を例証的な類推を使って行う．すなわち，$S = Revolves$, $T = Planet, Sun$ で例証的基準を満たす P, B を求めることになる．$\mathcal{A}$は以下のさまざまな知識を含むとしよう．最初のクラスは惑星と太陽に関する知識である．この知識には，“惑星が太陽の周りを回っている” のほかに，“太陽と惑星は離れている”，“太陽は何ものともつながっていない”，“惑星は何ものともつながっていない” がある．

$$Revolves\ (Planet, Sun), \qquad \text{(E 1.1)}$$

$$ApartFrom\ (Sun, Planet), \qquad \text{(E 1.2)}$$

$$\forall x.\ \neg Connects\ (Sun, x), \qquad \text{(E 1.3)}$$

$$\forall x.\ \neg Connects\ (Planet, x), \qquad \text{(E 1.4)}$$

まず，同じ類似点を持つベースを探す．すなわち，$Revolves\ (x, y)$ を満たす $\langle x, y\rangle$ の組を求める（この種のことは通常の演繹的質問応答システムで可能である）．ここでは，$\mathcal{A}$ にＮ氏（N で表す）に関するさまざまな知識が含まれており，その中に，紐を付けた石を回したＮ氏の経験に基づく知識があったとしよう：“石がＮ氏の周りを離れて回っている”，“Ｎ氏は伸びない紐に，伸びない紐は石につながっている”，“Ｎ氏は紐を引いている”，“Ｎ氏はあるものを引っ張っており，（それでも）それがＮ氏に離れたままであるとすると，それはＮ氏の周りを回る”．

$$Revolves\ (Stone, N), \qquad \text{(E 1.5)}$$

$$ApartFrom\ (N, Stone), \qquad \text{(E 1.6)}$$

$Connects\ (N,\ String)$, (E 1.7)

$Connects\ (Stone,\ String)$, (E 1.8)

$Inextensive\ (String)$, (E 1.9)

$Draws\ (N,\ String)$, (E 1.10)

$\forall x.(ApartFrom(N, x) \wedge Attracts(N, x)$
$\supset Revolves\ (x,\ N))$, (E 1.11)

このほかに $\mathcal{A}$ には一般的な物理的法則がある："x がある伸びないもの z とつながっており，それが y とつながっており，x が z を引くと x は y を引っ張る"．

$\forall x, y, z.(Inextensible(z) \wedge Connects(x, z)$
$\wedge Connects(y, z) \wedge Draws(x, z)$
$\supset Attracts(x, y))$, (E 1.12)

さて，先の質問 "$Revolves\ (x,\ y)$ なる $\langle x,\ y\rangle$ の組は？" に対し，N氏の経験から $\langle Stone,\ N\rangle$ が引き出されたとしよう．すなわち，$B=Stone,\ N$ である．これにより，各個体間の対応関係も決まる．すなわち，この類推では $Planet$ は $Stone$ に，Sun は N に対応する．

まず，なぜ石が自分の周りを回ったかを説明し，内存的類似性の候補を取り出す．内存的類似性の候補はこの説明（証明）中に存在するが，以下のベースに関する抽象的性質*が内存的類似性（$f_B^S|_B$）として例証的基準を満足する．

$\forall x.(ApartFrom(N, x) \wedge Attracts(N, x) \supset$
$Revolves(x, N))$,
$ApartFrom(N, Stone)$,
$Attracts(N, Stone)$,

これをターゲットに投射することにより，非演繹的結論 ($P=\lambda x.(f_B^S|_B(x))$) を得る．すなわち，$f_B^S|_B(T)$ から，

$\forall x.(ApartFrom(Sun, x) \wedge Attracts(Sun, x)$
$\supset Revolves(x, Sun))$,
$Attracts(Sun,\ Planet)$,

を得る（"太陽があるものを引っ張っており，(それでも) それが太陽に離れたままであるとすると，それは太陽の周りを回っている"，および，"太陽は惑星を引っ張っている"）．これは接触なしでも力を加えられるということを意味しており，万有引力の発見につながるものかもしれない．

4.2 問題依存の類似性

上方のものを取ろうとする場合には，岩と本が類似し，暇を潰そうとする場合には，岩と本が類似してるとは言えないといった，問題（状況）に応じて類似性が変化する現象を例証的基準はうまく説明できる．このような特殊な場合に，例証的基準を特化してみよう．この場合，あるターゲットに関する質問 ($P(T)$?) から，それが（例証的に）正当であるための根拠となる性質（類似性）をターゲットが満足しているかが問題になる．すなわち，S，および一般的には B が何であるかがわかっていない（P, T, $\mathcal{A}$ が与えられた時に，例証的基準を満たす S, B の組の存在問題に帰着される）．次の命題が成立する．

[命題 2] ある f_B^P に対し，$f_B^P \vdash_{abst}^{\mathcal{A}} P(B)$ かつ $\mathcal{A} \vdash f_B^P|_B(T)$ が成り立つ時，$\langle T, B, \lambda x.\ f_B^P|_B(x), P, \mathcal{A}\rangle$ は例証的基準を満たす． □

命題2は，命題2が示す条件のもとでは，例証的基準を満たす（外存的）類似性 S を $T, B, P, \mathcal{A}$ に依存して求められることを示している ($S=\lambda x.f_B^P|_B(x)$)．ベース B の選択は $\mathcal{A}$ のもとで P を満足する個体を選べば良いから，結局 S は $T, P, \mathcal{A}$ から求められることになる．このことはまた類似性 S が問題 P に応じて変化する現象をよく表している．

次の例題を使って，岩と本の類似性が問題（状況）に応じて変化する現象を表してみよう．

[例 2：本と石の類似性] 状況 S_0 で，本を重ねたもの (Books) を足場にし，その上方にある人形 (Doll) を取ったことがあるとしよう．形式的には以下の知識を含む $\mathcal{A}$ のもとで質問 Q_1：$\exists s.Reachable(Doll, s)$（ある状況 s で $Doll$ に手が届く）を証明したことに対応させる．

$Above\ (Doll,\ Books)$, (E 2.1)

$BookPile\ (Books)$, (E 2.2)

$Height\ (Books)=3*H$, (E 2.3)

$\forall x.(BookPile(x) \supset Stable(x))$, (E 2.4)

$\forall x.(BookPile(x) \supset Book(x))$, (E 2.5)

$\forall x.(Book(x) \supset Readable(x))$, (E 2.6)

$\forall x.(AdeqHeight(x) \wedge Stable(x)$
$\supset Foothold(x))$, (E 2.7)

$\forall x.(3*H \leq Height(x) \leq 5*H$
$\equiv AdeqHeight(x))$, (E 2.8)

$\forall x, y.(Foothold(x) \wedge Above(y, x)$
$\supset Reachable(y, Climb(x, s)))$, (E 2.9)

$\forall x, y.(Readable(x)$
$\supset CanSpendTime(Read(x, s)))$, (E 2.10)

質問 Q_1 は式 (E 2.1)〜(E 2.4)，(E 2.7)〜(E 2.9)，

* これよりも詳細な候補，{(E 1.6)〜(E 1.11)} は無矛盾性条件を満たさない．

から証明される（その副産物として $s=Climb(Books, S_0)$ が得られ，本の山の上に登る行動計画が得られる）．さて，今の状況 S_1 で岩（*Rock*）の上にあるリンゴ（*Apple*）をとることを考える（すなわち，質問 Q_1'：$\exists s.\ Reachable(Apple, s)$ を証明する）．$\mathcal{A}$ には以下の知識も含んでいるとする．

$$Above\ (Apple,\ Rock), \qquad (E\ 2.11)$$

$$Stable\ (Rock), \qquad (E\ 2.12)$$

$$Height\ (Rock)=4*H, \qquad (E\ 2.13)$$

$$\neg Book\ (Rock) \qquad (E\ 2.14)$$

質問 Q_1' から，投射性 $P_1=\lambda x, y.\ \exists s.\ Reachable\ (y, s)$，$T=Rock, Apple$，$B=Books, Doll$ とする．ここで，$P_1(B)$ を説明する知識 $f_B^P=\{(E\ 2.9),\ Above\ (Doll,\ Books),\ Foothold\ (Books)\}$ は，命題２の前提条件を満足することがわかる*．よって，本と石は高いもの（人形とリンゴ）を取る際には，（例証的に）類似すると言うことができ，また，その場合の類似性として，ともに取ろうとするものの下にあること，足場になることがその候補となる．

この場合，投射される結果 $P_1(T)$ は，ベース情報なしに演繹的に導きうるものである．しかし，過去のベースでの証明（行動計画）を利用していることに注意されたい．これは，われわれがある状況で問題解決する場合，新たに解決方法を考えるのではなく，過去の成功した（説明木を伴う）事例を想起してその行動計画を利用する場合に対応していると考えられる．利用可能な行動の選択子が多く，行動計画が長くなれば，新たに行動計画を作る（演繹的に証明する）コストに比べ，利用可能な過去の証明の検索コストのほうが安くなる場合があることが予想できる．このような場合，命題２の型の類推は有用になる．

さて，これに対し，暇を潰す方法を考える時（$\exists s.\ CanSpendTime(s)$ を質問，すなわち，$P_2=\lambda x.\ \exists s.\ CanSpendTime(s)$，$B=Books$)，本を読む（$CanSpendTime\ (Read\ (Books,\ s))$）という解を導く証明の中に内存的類似性が存在しないため，例証的に *Books* と *Rock* が似ているとは言えない．このように，何が類似するかは投射性 P（$P(T)$ が推測できるかどうかの質問）に依存する．

興味深いことに，いくつかの優れた類推研究で扱われていた類推が，命題２の条件を満足する例証的類推である．例えば，文献 8）で扱われた類推は"目的（purpose）述語"が P である場合のこの型に属する．また，文献 6）では，$P(B)$ をベース領域で成り立つルール R およびその前提 $S(B)$ で説明でき，かつ，$S(T)$ が成立している場合に $P(T)$ を得るような類推を提案している（この S が類似性になる）．このベース領域で成り立つルール中に B が現れない場合にこの型に属する（それ以外の場合，例証的基準を満たしていない）．例証的基準はそれらの研究が質問（目的）（P）に応じて類似性が変化する型の類推であることを明らかにしている．

命題２で示された条件は例証的基準を満たす十分条件であることに注意されたい．例証的基準を満たす組を求める手続きに関しては本論文では扱わないが，$P, T, \mathcal{A}$ が決められた時に，例証的基準を満たす S, B を求める一般的で効率的な手続きの存在に関しては悲観的である．直観的に言うと，P の抽象説明を使って $\mathcal{A}$ から導かれる性質がすべて（つまり無限の性質が）外存的類似性の候補になるためである．この型に属する問題を効率的に解くには言語を制限したり，命題２の条件のように例証的基準以外のなんらかの制限を加える必要がある．

4.3 演繹的基準の一般化

演繹的な類推はすべて例証的基準の特殊な場合とみなすことができる．以下の命題３でそれを示す．

［定義 5：演繹的基準］ 以下のすべての条件を満たす時，５項組 $\langle T, B, S, P, \mathcal{A}\rangle$（ただし，$\mathcal{A}$ は無矛盾）は演繹的基準を満たすと言う．

i）外存的類似性．

ii）$\mathcal{A} \vdash \forall x.\ (S(x) \supset P(x))$． □

演繹的基準を満たす類推を**演繹的類推**（deductive analogy）と呼ぶことにする．

［命題３］ どんな演繹的類推も，例証的基準を満たす． □

T. R. Davies らは[3]，類推の結果が正当化され，しかもその推論の過程でベースに関する情報を使うものが満たす基準として，以下の**決定規則**（determination rule）を提案した．

$$\forall y, z.\ (\exists x.\ (\Sigma(x, y) \wedge \Phi(x, z)) \supset \forall x.\ (\Sigma(x, y) \supset \Phi(x, z)))$$

すなわち，ある個体（前件部の x：ベースに相当）があり，それが $\lambda x.\ \Sigma(x, y)$，$\lambda x.\ \Phi(x, z)$ を満足するならば，$\lambda x.\ \Sigma(x, y)$ を満足する任意の個体が $\lambda x.\ \Phi(x, z)$ を満足するという規則であり，直感的には，属性 Σ の

---

* この問題では，この他に命題２の前提条件を満足する以下の f_B^P がある．

f_B^P：$\{(E\ 2.7), (E\ 2.9),\ Above(Doll,\ Books),\ Stable(Books),\ AdeqHeight(Books)\}$

値が y であり，Φ の値が z である一例によって，Σ の値が先の値 (y) と等しいすべての個体は，Φ の値も先の値 (z) に等しくなる（と決定できる）というルールになっている．このルールと $\Sigma(B, Y) \wedge \Phi(B, Z) \wedge \Sigma(T, Y)$ (T, B, Y, Z：定数項) が公理として与えられていると，$\Phi(T, Z)$ が導かれることになる．この型の類推を**決定規則に基づく類推**と呼ぶことにすると以下の命題が成り立つ．

[命題 4] 与えられる公理が無矛盾であるとすると，

a）決定規則に基づく類推は演繹的である．

b）決定規則に基づく類推は例証的基準を満たす．

□

このように例証的基準は従来研究で暗黙裏に使われてきた類推であるための条件を一般的に示していると見ることができる．

5. 考察とまとめ

5.1 本研究により何が言えるか

例証的基準が，本研究で使った2つの前提を満たしているのは明らかであろう（十分性）．逆に，本研究で使った2つの前提を認めるならば，$S(T)$, $S(B)$, $P(B)$ から $P(T)$ を導くような類推が**例証的基準を満たすのは避けられない結論**であるように思える（弱い必要性：2つの前提の形式的表現への翻訳になんらかの“ずれ”が入り込んでいる可能性，特に，これらの前提だけでも他に正当であることが主張できる非演繹的投射が存在している可能性が残されているため）．そうすると，ある定式化もしくは計算方法による類推結果が例証的基準を満たしているかどうかを調べることは興味深い．なぜなら，その類推が例証的基準を満たさなければ，何らかの点でこの2つの前提を無視しているか，これらの前提以上のなんらかの強い前提を持っていることを示唆されていることになるからである．後者の場合は特にそれがどんな前提なのかを明らかにしてゆくことで，その類推が持つ意味や性質が明らかになり，利点や問題点などが理解されやすくなるだろう．実際にはいくつかの類推研究が例証的基準を満たしており，例証的基準は従来研究で暗黙裏に使われてきた類推であるための一般的条件を示していると考えられる．

5.2 本研究が新しい類推を可能にするか

$T, B, S, P, \mathcal{A}$ 間の関連性の存在を多くの研究者が認識していたにもかかわらず，これまでのほとんどすべての類推研究で一般的なそれは明らかにされなかった．その例外として T. R. Davies らの優れた研究[3]が挙げられるが，残念なことに非演繹的な類推が無視されていた．

本研究により，“重要な”類似性をあらかじめ決める必要がなく，問題に適応的に類似性，ベースを自動的に決めうるまったく新しい型の類推システムや，ある性質をもとにターゲットが満足する重要な性質を発見する類推システムが示唆される．

5.3 他推論との比較

例証的類推，EBG[9]，アブダクション[13]，仮説推論[11]とも説明（現象の証明）の概念が重要な役割を占めている点で強い関係がある．類推とそれらの最も大きな相違点は，類推ではターゲットに関する知識と一般的な領域知識だけではなくベースに関する知識を使う点である．類推以外の推論はベース情報を使わず，領域知識とターゲット（および，与えられた仮説の集合）のみから現象を説明することにより，アブダクション，仮説推論は内存的類似性に対応する原因を，EBG は（領域知識を特化した）有用な抽象知識を得る．一方，（例証的）類推では，類似した（例証的基準を満たす）既知のベースから説明が“仮説生成”されることになり，ターゲットに関する知識が十分でない場合も説明を成功させることができる（4章の例1はターゲットのみでは説明できない例である）．

例証的類推を仮説推論や EBG に比べた場合の利点は，仮説推論においては仮説集合を与える必要がないこと，EBG に対しては非演繹的であること，また，操作性規範を与える必要がないことがあげられるであろう．例証的類推は，例証的基準のうち因果的含意性条件が過度に一般的な仮説を，無矛盾性条件が過度に特殊な仮説の生成を押さえる働きを持つため，適度な抽象度の仮説を生成しうると考えられる．

例証的基準はこれら従来の技術と相反するものではないので，両者の方法論の融合は興味深い拡張かもしれない．

5.4 残された問題

a）説明が複数個ある場合，どれを内存的類似性に選ぶかの問題は本研究の対象外ではあるが，応用によっては必要になるであろう．特に，その選択（本質的にはベースの選択）によっては相矛盾する結論が共に例証的に正当化されるであろう．この事実はわれわれが行う類推でも多々見られることで少しも奇妙ではないが，それでもある説明は選ばれやすく，ある説明は選ばれにくいという事実が存在するというのは直感的

に正しいことのように思える．人間がどの説明を好むかはまた非常に困難な問題であり，現段階では答えることができない．

b）ここでは論理的類推システムが恐らく守らねばならない，例証的基準という“仕様”を示した段階にほかならない．例えば，全体の知識 $\mathcal{A}$ のもとで $P(T)$ が類推できるか否かを考える場合，どんな個体がベースになるか，どんな性質が類似性となりうるかを例証的基準は示している（すなわち，例証的基準を満たすようなベース，類似性であればよい）が，実際にそのようなベース B，類似性 S をどう見つけるかには十分答えていない．B と S の組を数え挙げてゆくことにより例証的基準を満たす組を発見するという手続き方法があり，この意味で類推研究で課題とされてきた 1）から 3）の問題の解決に少なくとも部分的に成功していると言うことができるかもしれない．しかし，現実的な計算のためにはこれからもいくらかの研究が必要である．このためには，適用領域の限定によるさまざまなヒューリスティクスの導入や，言語の制限などがもちろん考えられる．この方向の現実的な計算方法の1つは次の機会に提示したい．また，類推として適当な別の前提を見出し，新たな基準を得る研究も忘れてはならない．探索域を大幅に減ずる基準が存在することは恐らく間違いないようである．というのはわれわれ人間がこうも高速に類推できていることが示唆しているように思えるからである．

謝辞 本論文は文献 1)，2) を修正，拡張した論文であり，修正に関しては匿名の査読者からの意見が参考になりました．また，特に有益なコメントをいただいた岡夏樹氏，井上克已氏，原口誠氏，佐藤理史氏，古川康一氏に感謝いたします．また，本研究の機会を与えてくださった淵一博所長に感謝いたします．

参考文献

1) Arima, J.: Analogy by Simulation—A Weak Justification Method, *Proc. of the First International Workshop on Algorithmic Learning Theory* (*ALT '90*), JSAI, pp. 164-173 (1990).
2) Arima, J.: A Logical Analysis of Relevance in Analogy, *Proc. of Workshop on Algorithmic Learning Theory* (*ALT '91*), JSAI, pp. 255-265 (1991).
3) Davies, T. R. and Russell, S. J.: A Logical Approach to Reasoning by Analogy, *IJCAI-87*, pp. 264-270 (1987).
4) Gentner, D.: Structure-mapping: Theoretical Framework for Analogy, *Cognitive Science*, Vol. 7, No. 2, pp. 155-170 (1983).
5) Greiner, R.: Learning by Understanding Analogy, *Artif. Intell.*, Vol. 35, pp. 81-125 (1988).
6) 原口 誠，有川節夫：類推の定式化とその実現，人工知能学会誌，Vol. 1, No. 1, pp. 132-139 (1986).
7) Horgan, J. P.: 未来の二つの顔，山高 昭（訳），創元推理文庫 663，東京創元社 (1983).
8) Kedar-Cabelli, S.: Purpose-directed Analogy, *The 7th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, pp. 150-159, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, N. J. (1985).
9) Mitchell, T., Keller, R. and Kedar-Cabelli, S.: Explanation-Based Generalization: A Unifying View, *Machine Learning*, pp. 47-80, Kluwer Academic Publishers, Boston (1986).
10) Murphy, G. L. and Medin, D. L.: The Role of Theories in Conceptual Coherence, *Psychological Review*, Vol. 92, pp. 289-316 (1985).
11) Poole, D.: A Logical Framework for Defalut Reasoning, *Artif. Intell.*, Vol. 36, pp. 27-47 (1988).
12) Winston, P. H.: Learning Principles from Precedents and Exercises, *Artif. Intell.*, Vol. 19, No. 3, pp. 321-350 (1982).
13) 米盛裕二：パースの記号学，頸草書房 (1981).

付　録

[補題1] A, F を任意の一階述語論理式，T を任意の n-個体定数組，x を n-変数組とする．また，A, F におけるすべての T の要素の出現を対応する x の要素に置き換えた結果をそれぞれ $A(x), F(x)$ で表す．この時，

$A \vdash F$ ならば，$A(x) \vdash F(x)$.

ただし，この置換によって x の任意の要素が束縛されることはないとする（注意：A, F に現れない変数からなる組を x とすれば，この条件は満たされる）．

[補題1の証明] A から F を導く推論上の任意のステップは，T を自由変数 x に変えても成り立つ．

[命題1の証明] 因果的含意性より明らか．

[命題2の証明]

i）外存的類似性：

$\mathcal{A} \vdash f_B^P|_B(T) \wedge f_B^P|_B(B)$ $(S(B)=f_B^P|_B)$

ii）因果的関連性：$f_B^S=f_B^P|_B(=S(B))$ とおく．$\mathcal{A} \vdash f_B^P|_B$ だから，$\mathcal{A}$ における $f_B^P|_B$ の説明が存在する．それを F_B^S とおく．すると，$F_B^S \vdash_{exp} f_B^P|_B$ $(=S(B))$（定義より）かつ $F_B^S \vdash f_B^P|_B(=f_B^S)$ かつ $f_B^P|_B(=f_B^S) \vdash_{exp} f_B^P|_B(B)(=S(B))$（$f_B^P$ は抽象説明

より)．よって，f^S_B は $S(B)$ の抽象説明である．また，

ii-a) 因果的含意性：$\mathcal{A} \vdash \forall x.(f^S_B|_B(x) \supset P(x))(f^S_B|_B \vdash P(B)$ より)．

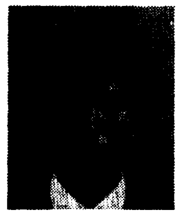
ii-b) 無矛盾性：$\mathcal{A} \cup f^S_B|_B(T)$ は無矛盾．($\mathcal{A} \vdash f^P_B|_B(T)$ より)．

[命題3の証明] $\mathcal{A} \vdash S(B)$，かつ，$\mathcal{A} \vdash \forall x.(S(x) \supset P(x))$ である場合に，因果的関連性を満足することを示せばよい．$f^S_B(x)$ を $S(x)$ の極小な節集合表現とする(すなわち，$f^S_B(x)$ のどの部分集合を除いても $S(x)$ と恒等的等価とはならない)．この時，F^S_B を $S(B)$ の $\mathcal{A}$ の1つの説明とすると，$F^S_B \vdash_{exp} f^S_B(B)(f^S_B(B) \equiv S(B)$ より)，かつ，$f^S_B(B) \vdash_{exp} S(B)$ を満たす．よって，$f(^S_B B)$ は $S(B)$ の抽象説明．また，$\mathcal{A} \vdash \forall x.(S(x) \supset P(x))$ だから，$f^S_B(x) \equiv S(x)$，$\mathcal{A} \vdash f^S_B(B)$ より，$\mathcal{A} \vdash \forall x.(f^S_B(B)|_B(x) \supset P(x))$．よって，因果的含意性が満たされる．無矛盾性は $\mathcal{A}$ は無矛盾かつ $f^S_B(T) \equiv S(T)$ だから明らか．

[命題4の証明] a)を証明すれば，命題3より b)は明らか．$\mathcal{A}$ には上記の決定規則，および $\Sigma(B, Y) \wedge \Phi(B, Z) \wedge \Sigma(T, Y)$ が含まれる．すると

$\mathcal{A} \vdash \forall x.(\Sigma(x, Y) \supset \Phi(x. Z))$．ここで，述語 $\lambda x. \Sigma(x, Y)$，$\lambda x. \Phi(x, Z)$ をそれぞれ，S，P とおいてやると，$\mathcal{A} \vdash S(B) \wedge S(T)$ (外存的類似性)，$\mathcal{A} \vdash \forall x.(S(x) \supset P(x))$ が成立する．すなわち，演繹的である．

(平成3年9月 5日受付)
(平成4年5月14日採録)



有馬　淳(正会員)

1959年生．1984年京都大学工学部情報工学科卒業．1986年同大学院修士課程修了．同年(株)富士通入社．同年より(財)新世代コンピュータ技術開発機構に出向．現在同研究所第五研究室研究員．人工知能全般に興味を持つが，現在は類推，常識推論，帰納等の研究に従事．1991年人工知能学会全国大会優秀論文賞．人工知能学会，ソフトウェア科学会各会員．