

## 制約伝播を利用したファジィ論理回路の故障診断

中川 嘉宏<sup>†</sup> 扇 一 弘<sup>††</sup>  
 栗原 正 仁<sup>††</sup> 大 内 東<sup>††</sup>

1987年に, Reiter は経験的知識や判断に全く基づかない故障診断理論を提案した. Reiter の理論では汎用性の高い効率のよい診断アルゴリズムが示されており, 診断対象システムが内包する論理のみに着目して故障原因を推論する. 本研究は Reiter の方法によるものをファジィ論理回路の診断に応用するものである. 本論文では, まずファジィ論理回路をどのように診断対象システムとして形式化を行うかを示す. 具体的には, ファジィ論理回路の構造および観測される入出力値を方程式, 不等式の集合で表現する. この集合の上で診断の計算を定義し, 診断に必要な定理証明器が用いる推論規則を示す. 今回の診断方法では, 推論の制御機構に局所制約伝播を用いて効率を向上させている. しかし, これらの推論規則のみでは故障の検出に不完全な場合があることを指摘し, 端点値探索法と呼ぶ方法と組み合わせて診断を行う方法について述べる. 最後に, いくつかの実験結果を示す. 本論文で述べた診断手法は特定の故障モデルや故障モードに依存せず様々な故障状況に対応できる. このためファジィ論理回路の診断だけでなく, 例えばアナログ回路の故障診断を行う場合にも容易に対応できる汎用性の高い有効なものである.

## Diagnosis of Fuzzy Logic Circuits Based on Constraint Propagation

YOSHIHIRO NAKAGAWA,<sup>†</sup> KAZUHIRO OHGI,<sup>††</sup> MASAHITO KURIHARA<sup>††</sup> and AZUMA OHUCHI<sup>††</sup>

A diagnostic reasoning system is given symptoms of malfunctions of a system and determines which components could possibly be responsible. In this paper, a diagnostic reasoning method for fuzzy logic circuits is proposed. We show that structures, behaviors and observations of the circuits can be represented as a set of equalities and inequalities. In addition, we show how diagnoses can be computed based on a set of inference rules. In order to improve efficiency, the method uses a local constraint propagation as inference engine. Unfortunately, it can miss some diagnoses for certain fuzzy circuits. To overcome this problem, an algorithm called extreme-values search is used. Our method is implemented in the diagnostic reasoning system DiaLog-III.

### 1. はじめに

ファジィ機能をもつ商品が, 家電製品やエキスパートシステムを中心に最近急速に開発されている. システムにファジィ機能を取り入れる方法としては, (1) ファジィ専用 LSI による方法, (2) 実行時にテーブルを参照する方法, (3) ソフトウェアによる方法などがある. 現在は主に開発費の低減, 開発期間の短縮およびソフトウェア資源の活用の見地から, (2), (3) の方法が主流になっている. しかし, 高速性が要求される場合は, 実用上からファジィ専用 LSI による方法が今後, 主流になると考えられる. このとき重要になる

と思われるのがファジィ論理回路の効率的な故障診断技術の開発であるが, これに関する研究はこれまで発表されていない. ファジィ論理は無限多値論理体系の一つであり, 当然 2 値論理の取り扱いとは異なる診断技術が要求される. 特に, 故障原因を経験的知識に基づいて推論する方法では, 最適な診断ルールの構築は容易ではないことが予想される.

1987年に, Reiter は経験的知識や判断に全く基づかない故障診断理論を提案した<sup>1)</sup>. この方式は特定の問題領域に依存しない汎用性の高いもので, 診断対象システムが内包する論理のみに着目して故障原因を推論する. すなわち, 診断対象システムの構造や挙動を適当な論理式の集合で表現できればよい. この集合がもつ論理的矛盾を定理証明器により検出する. 矛盾が検出されればその証明から診断の候補を得ることができる. この方式による 2 値論理回路の故障診断の例はすでに報告がある<sup>2), 3)</sup>. そこでは, 診断対象を等号の

<sup>†</sup> 北海道工業大学電気工学科  
 Department of Electrical Engineering, Hokkaido  
 Institute of Technology

<sup>††</sup> 北海道大学工学部情報工学科  
 Department of Information Engineering, Faculty  
 of Engineering, Hokkaido University

組み込まれた一階述語論理の節集合で表現し、導出原理と等式論理に基づく定理証明器で矛盾の検出を行っている。

本研究では Reiter の方法によるものをファジィ論理回路の診断に応用するものである。ここでいうファジィ論理回路とは、ファジィ論理関数である論理和 ( $\vee$ )、論理積 ( $\wedge$ ) および否定 ( $\neg$ ) を機能するゲート、MAX, MIN, CMP で構成した回路である。本論文では、まずファジィ論理回路をどのように診断対象システムとして形式化を行うかを示す。具体的には、ファジィ論理回路の構造および観測される入出力値を方程式、不等式の集合で表現する。この集合の上で診断の計算を定義し、診断に必要な定理証明器が用いる推論規則を示す。今回の診断方法では、推論の制御機構に局所制約伝播を用いて効率を向上させている。しかし、これらの推論規則のみでは故障の検出に不完全な場合があることを指摘し、端点値探索法と呼ぶ充足性判定法を提案し、これと組み合わせて診断を行う方法について述べる。最後に、いくつかの実験結果を示す。

## 2. 診断システムの形式化

故障診断アルゴリズムは、基本的には、Reiter の理論で用いられたものを利用する<sup>1)</sup>。Reiter の理論では、診断対象システムの構造や挙動を、第一階の述語論理式の集合で表した。その中の互いに矛盾した論理式を定理証明器により検出することによって診断を行う。

今回扱う診断問題では、診断対象システムを方程式-不等式の集合で表現する。定理証明器はこの系に解が存在するか否かの判定に利用する。以下、Reiter の診断理論をなるべく自然に適用できるように、診断対象システムの形式化を行う。

### 2.1 システム記述

ファジィ論理回路は、MAX ( $\vee$ )、MIN ( $\wedge$ )、CMP ( $\neg$ ) のゲートが結線されたものである。これは、以下のように表現できる。

[定義1] ファジィ論理回路のシステム記述  $\mathbf{SD}$  は (ラベル付き) 方程式の有限集合で、以下の条件を満たすクラス  $\mathbf{S}$  に属するものである。

- a)  $\{ \} \in \mathbf{S}$
- b)  $\mathbf{SD} \in \mathbf{S}$  ならば、
  - b-1)  $\mathbf{SD} \cup \{C: x \vee y = z\} \in \mathbf{S}$
  - b-2)  $\mathbf{SD} \cup \{C: x \wedge y = z\} \in \mathbf{S}$

$$\text{b-3) } \mathbf{SD} \cup \{C: \neg x = z\} \in \mathbf{S}$$

$$\text{b-4) } \mathbf{SD} \cup \{C: x = z\} \in \mathbf{S}$$

ただし、 $C$  はラベル (素子名) で、 $\mathbf{SD}$  で用いられていないものである。 $x, y$  は変数である。 $z$  は変数で、 $\mathbf{SD}$  に用いられていないものである。すなわち、ループのあるファジィ論理回路は診断対象としない。b-4) は回路中の2点  $x, z$  の値が常に等しいことを宣言するもので、この場合  $C$  は  $x-z$  間の結線をも素子とみなしている。結線を素子とみなさないときには必要ない。

以後、 $\mathbf{SD}$  の全ラベルの集合を **COMPONENTS** とし、 $\mathbf{SD}$  中のすべての変数の集合を  $\mathbf{V}$  とする。

[例] 図1の回路に対するシステム記述  $\mathbf{SD}$  は次のようになる。

$$\mathbf{SD} = \{A: x \vee y = z, B: z = v, C: \neg v = w\}$$

$$\mathbf{COMPONENTS} = \{A, B, C\}, \mathbf{V} = \{v, w, x, y, z\}$$

### 2.2 観測

観測は、変数の集合  $\mathbf{V}$  の部分集合で与えられる変数のいくつかに、それぞれ区間  $[0, 1]$  内の実数値を割り当てたものである。変数  $x_i$  に観測値  $v_i$  を与えたとき  $v_i \leq x_i \leq v_i$ 、変数  $x_i$  を観測しないとき  $0 \leq x_i \leq 1$  と表現することにすれば、観測はすべての変数  $x_i$  に対する不等式  $l_i \leq x_i \leq u_i$  の集合として形式的に表現できる。これはまた、観測値に  $\pm e_i$  の誤差を含むとき  $v_i - e_i \leq x_i \leq v_i + e_i$  と表現することも可能にしている。表記の便宜上、このような不等式を  $x_i \in [l_i, u_i]$  の形で表す。 $[l_i, u_i]$  は  $l_i$  以上  $u_i$  以下の実数値の集合を表す。特に、 $x \in [l, l]$  のとき、 $x = l$  と書く。

[定義2] システム  $\mathbf{SD}$  に対する観測 **OBS** は、すべての変数  $x_i \in \mathbf{V}$  に対する (上下限) 不等式の集合、

$$\mathbf{OBS} = \{x_i \in [l_i, u_i] \mid x_i \in \mathbf{V}\}$$

である。ただし、 $0 \leq l_i \leq u_i \leq 1$  である。

観測されたシステムを ( $\mathbf{SD}, \mathbf{OBS}$ ) で表す。

[例] 図1の回路の観測は次のようになる。

$$\mathbf{OBS} = \{x \in [0, 1], y = 0.5, z \in [0, 1]$$

$$v \in [0, 1], w = 0.5\}$$

ここで、 $x, z, v$  は値が未知 (観測されていない状況) であることを示している。

システム記述は方程式系  $\mathbf{SD}$  で表され、観測は不等式系 **OBS** により表されている。方程式-不等式系  $\mathbf{SD}$

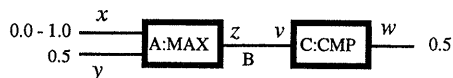


図1 ファジィ論理回路

Fig. 1 An example of a fuzzy logic circuit.

U OBS に解が存在しなければ, SD で表現されたファジィ論理回路は故障していると言える。

### 2.3 意味論

SD U OBS 中の各方程式, 不等式の意味は直観的に明らかと思われるが, 以下で形式的に定義しておく。

$x \in V$  に対して  $[0, 1]$  の実数を対応づける関数  $\sigma$  を解釈と呼ぶ。  $\sigma$  を用いて個々の方程式, 不等式の真 (T), 偽 (F) を次の規則で定める。

- $x \vee y = z$  が T となる。  $\Leftrightarrow \max(\sigma(x), \sigma(y)) = \sigma(z)$
- $x \wedge y = z$  が T となる。  $\Leftrightarrow \min(\sigma(x), \sigma(y)) = \sigma(z)$
- $\neg x = z$  が T となる。  $\Leftrightarrow \text{cmp}(\sigma(x)) = \sigma(z)$
- $x = z$  が T となる。  $\Leftrightarrow \sigma(x) = \sigma(z)$
- $x \in [a, b]$  が T となる。  $\Leftrightarrow a \leq \sigma(x) \leq b$

ただし, max は最大値, min は最小値, cmp は補数 ( $\text{cmp}(a) = 1 - a$ ) をとる演算である。  $A \subseteq \text{SD U OBS}$  のすべての要素を T とする解釈を A の解と呼ぶ。 A の解が存在するとき A は充足可能, さもなくば A は充足不能であるという。 なお, 構文的な要素 ( $\vee, \wedge, \neg$ ) と意味的な要素 (max, min, cmp) を区分していることに注意。

### 2.4 (SD, OBS) に対する診断

準備として, SD 中のラベル C を持つ方程式を返す関数  $E_{\text{SD}}(C)$  を定義する。 図 1 の回路では,  $E_{\text{SD}}(A) = \langle A : x \vee y = z \rangle$  である。 さらに, これをラベルの集合を扱えるように次のように拡張する。

$$E_{\text{SD}}(X) = \{E_{\text{SD}}(C) \mid C \in X\}$$

[定義 3] (SD, OBS) に対する診断とは,  $[\text{SD} - E_{\text{SD}}(\Delta)] \cup \text{OBS}$  が充足可能であるような極小集合  $\Delta \subseteq \text{COMPONENTS}$  である。

直観的には,  $\Delta$  に含まれるすべての素子の異常を仮定すると観測の異常を説明できるが,  $\Delta$  より小さな集合に対して同様の仮定をしても観測の異常を説明できないことを表している。 この場合注意すべき点は, ある素子の異常を仮定するとは, その素子に対応するラベルを持つ方程式を, 単に, もとのシステム SD から取り除く操作を行えばよく, 特別に異常動作の記述が必要とされるわけではない。 もとの回路に異常がないときは  $\Delta = \{ \}$  である。

次に, Reiter の診断のアルゴリズムで用いられたコンフリクト集合, ヒット集合と診断の関係について述べる。

### 2.5 コンフリクト集合

[定義 4]  $\Gamma \subseteq \text{COMPONENTS}$  で,  $E_{\text{SD}}(\Gamma) \cup \text{OBS}$  が解を持たないとき,  $\Gamma$  を (SD, OBS) に対するコンフ

リクト集合という。

コンフリクト集合を用いると, 診断を次のように形式化できる:

[命題 1]  $\Delta \subseteq \text{COMPONENTS}$  が (SD, OBS) に対する診断であることは,  $\Delta$  が次の条件を満たす極小集合であることと同値である。

- $\text{COMPONENTS} - \Delta$  が (SD, OBS) に対するコンフリクト集合ではない。

### 2.6 ヒット集合

[定義 5]  $F$  を集合族とする。 任意の  $S \in F$  について  $H \cap S \neq \{ \}$  であるような集合  $H \subseteq \cup_{S \in F} S$  を F のヒット集合と言う。

次の Reiter による定理は診断を効率よく計算するための基礎を提供する。

[定理 1]  $\Delta \subseteq \text{COMPONENTS}$  が (SD, OBS) の診断であることと,  $\Delta$  が (SD, OBS) のすべてのコンフリクト集合の族についての極小ヒット集合であることは同値である。

Reiter は, 定義 3 の  $\Delta$  を直接求める代りに, 定理 1 の極小ヒット集合を効率的に計算するアルゴリズムを示した。 これは, (SD, OBS) のすべてのコンフリクト集合を求めずに, HS-木と呼ばれる探索木を成長させる。 HS-木は終端ノードのラベルが  $\vee$ , 非終端ノードのラベルがコンフリクト集合であり, 枝のラベルが COMPONENTS の要素であるような木である。 HS-木のルート・ノードから終端ノードまでのパスがもつラベルの集合が常に極小ヒット集合, すなわち診断となっている。

HS-木を成長させる過程では定理証明器 (TP) が使用される。 本研究で用いる TP は,  $\text{SD}' \subseteq \text{SD}$  と OBS を受け取り  $\text{SD}' \cup \text{OBS}$  が充足可能であるか否かを判定し, 充足可能であればそれを示す記号  $\vee$ , 充足不能であれば (SD', OBS) に対するコンフリクト集合を返す。

Reiter のアルゴリズムに対して, 1989年に Greiner によって HS-木の刈り込み時に問題があることが指摘された<sup>4)</sup>。 本研究においてもこの改訂されたアルゴリズムを用いている。

## 3. 推論規則 (制約式)

本章では,  $\text{SD}' \cup \text{OBS}$  の充足性を調べる定理証明器の構成について述べる。 充足性の判定には推論規則が必要となる。 以下, ファジィ論理の基本的な演算である,  $\vee, \wedge, \neg$ , および同値関係を条件とし, 変数

表 1 推論規則  
Table 1 Inference rules.

<p>(1) <math>\vee</math>-順方向  <math>x \vee y = z</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <math>y \in [l', u']</math>  <hr/> <math>z \in [l'', u'']</math>, where  <math>l'' = \max(l, l')</math>, <math>u'' = \max(u, u')</math></p>	<p>(2) <math>\vee</math>-逆方向  <math>x \vee y = z</math>  <math>z \in [l, u]</math>  <hr/> <math>y \in [0, u]</math></p>	<p>(3) <math>\vee</math>-順方向選択  <math>x \vee y = z</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <math>y \in [l', u']</math>  <math>u \leq l'</math>  <hr/> <math>z = y</math></p>
<p>(4) <math>\vee</math>-べき等  <math>x \vee y = z</math>  <math>x = y</math>  <hr/> <math>z = x</math></p>	<p>(5) <math>\vee</math>-逆方向選択  <math>x \vee y = z</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <math>z \in [l', u']</math>  <math>u &lt; l'</math>  <hr/> <math>y = z</math></p>	<p>(6) <math>\wedge</math>-順方向  <math>x \wedge y = z</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <math>y \in [l', u']</math>  <hr/> <math>z \in [l'', u'']</math>, where  <math>l'' = \min(l, l')</math>, <math>u'' = \min(u, u')</math></p>
<p>(7) <math>\wedge</math>-逆方向  <math>x \wedge y = z</math>  <math>z \in [l, u]</math>  <hr/> <math>y \in [l, 1]</math></p>	<p>(8) <math>\wedge</math>-順方向選択  <math>x \wedge y = z</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <math>y \in [l', u']</math>  <math>u' \leq l</math>  <hr/> <math>z = y</math></p>	<p>(9) <math>\wedge</math>-べき等  <math>x \wedge y = z</math>  <math>x = y</math>  <hr/> <math>z = x</math></p>
<p>(10) <math>\wedge</math>-逆方向選択  <math>x \wedge y = z</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <math>z \in [l', u']</math>  <math>u' &lt; l</math>  <hr/> <math>z = y</math></p>	<p>(11) 同値関係推移  <math>x = y</math>  <math>y = z</math>  <hr/> <math>x = z</math></p>	<p>(12) 同値関係  <math>x = y</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <hr/> <math>y \in [l, u]</math></p>
<p>(13) 補関係  <math>\neg x = y</math>  <math>x \in [l, u]</math>  <hr/> <math>y \in [1-u, 1-l]</math></p>	<p>(14) 二重否定  <math>\neg \neg x = y</math>  <math>\neg y = z</math>  <hr/> <math>x = z</math></p>	<p>(15) 補関係推移  <math>\neg \neg x = z</math>  <math>x = y</math>  <hr/> <math>\neg y = z</math></p>
<p>(16) 区間縮小  <math>x \in [l, u]</math>  <math>x \in [l', u']</math>  <hr/> <math>x \in [l'', u'']</math>, where  <math>l'' = \max(l, l')</math>, <math>u'' = \min(u, u')</math></p>		

の区間を導出する推論システム **I** を考える。なお、**SD'U OBS** は以後 **A** と表現する。

3.1 関係および区間制約

推論システムの全体 **I** を表 1 に示す。ただし、 $x \vee y$ ,  $x \wedge y$ ,  $x = y$ ,  $\neg x = y$  は、それぞれ  $x$  と  $y$  を入れ替えた式と同一視している。変数の関係が、 $x = y$  のとき、 $x$ ,  $y$  は同値関係にあるという。また、 $\neg x = y$  のとき、変数  $x$ ,  $y$  は補関係にあるという。

$\vee$  に関する推論規則は、表 1 (1)~(5) で示される。ここで、 $x \vee y = z$  で **OBS** =  $\{x \in [0.1, 0.5], y = 0.4\}$  のように観測が区間をもつ場合は、推論規則 (1) より  $z \in [0.4, 0.5]$  となり、推論結果にも区間が得られる。また、 $x \vee y = z$  で  $z = 0.7$  の場合は、推論規則 (2) より、 $y \in [0, 0.7]$  となり変数に区間が推論され

る。このように、一般的には区間が推論される。

変数が持つ区間は、(16) の規則によって更新される。(16) は、変数に二つの異なる制約が課せられた状態のときの推論規則である。この場合、区間を実数値の集合と見て、二つの集合の交わりを得ることによって区間が更新される。このとき、 $l'' > u''$  となったとき、これを空区間と呼び、 $[\ ]$  と表現する。 $[\ ]$  は実数の空集合を表し、任意の解釈  $\sigma$  のもとで  $x \in [\ ]$  は常に偽 (**F**) である。

3.2 健全性

$p$  を方程式または不等式とする。方程式-不等式系 **A** のすべての式を真とする解釈  $\sigma$  に対して、いつでも  $p$  が **T** となるとき、**A**  $\models p$  で表す。また、推論システム **I** により、**A** から  $p$  が導き出されるとき、**A**  $\vdash p$  と

表現する。このとき、健全性と完全性を次のように定義する。

[定義6]  $A \vdash p$  ならば  $A \models p$  であるとき、推論システム  $I$  は健全であるという。

[定義7]  $A$  が充足不能ならば、ある  $x \in V$  に対して  $A \vdash x \in [ ]$  であるとき、 $I$  は (反駁に関して) 完全であるという。

表1の推論システム  $I$  に関して、次の命題を得る。

[命題2] 推論システム  $I$  は健全である。

〈証明〉 表1の各規則の健全性のみをチェックすればよい。 $I$  の推論規則のうち(1)の健全性を証明する。

$\max(\sigma(x), \sigma(y)) = \sigma(z)$ ,  $l \leq \sigma(x) \leq u$ ,  $l' \leq \sigma(y) \leq u'$  より、 $\sigma(x) \geq \sigma(x) \geq l$ ,  $\sigma(x) \geq \sigma(y) \geq l'$  であるから、 $\sigma(x) \geq \max(l, l') \cdots (i)$  を得る。また、 $\sigma(x) = \sigma(x)$  ならば、 $\sigma(x) \leq u$ ,  $\sigma(x) = \sigma(y)$  ならば、 $\sigma(x) \leq u'$  であるから  $\sigma(x) \leq \max(u, u') \cdots (ii)$ 。(i), (ii) より、 $\max(l, l') \leq \sigma(x) \leq \max(u, u')$  が成立。 $I$  のその他の推論規則の健全性も容易に証明できる。□

推論システム  $I$  の健全性により  $x \in [ ]$  の形の式が推論されたとき、系は充足不能と判定でき、以後の推論を停止させる。

[命題3] ある変数  $x \in V$  に対し、 $A \vdash x \in [ ]$  ならば  $A$  は充足不能である。

〈証明〉 推論システム  $I$  の健全性から明らか。□

### 3.3 停止性

推論システム  $I$  の停止性、すなわち無限に新しい等式または不等式を推論し続けられないことを示す。 $I$  は次の何れかで停止する。

(a) 新たな等式または不等式を推論しえなくなったとき。

(b) 空区間が推論されたとき。

(a) の状況の系を定常状態と呼ぶ。(b) のとき方程式-不等式系  $A$  を満足する解はない。

はじめに、 $OBS = \{x_i \in [l_i, u_i] \mid 1 \leq i \leq m\}$  とし、次の有限集合 (端点値集合と呼ぶ)  $B$  を定義する。

[定義8] 端点値集合  $B$  は以下の有限集合である。

$$B = \{0, 1\} \cup L \cup U \cup L^c \cup U^c$$

ただし、 $L = \{l_i \mid 1 \leq i \leq m\}$ ,  $U = \{u_i \mid 1 \leq i \leq m\}$ ,

$$L^c = \{1 - l_i \mid 1 \leq i \leq m\}, U^c = \{1 - u_i \mid 1 \leq i \leq m\}$$

である。

端点値集合  $B$  の各要素を昇順 ( $0 = b_1 < b_2 < \dots < b_n = 1$ ) にしたときに、隣合う要素  $b_i, b_{i+1}$  から作られる区間  $[b_i, b_{i+1}]$  を端点区間と呼ぶ。また、 $B$  の要素を

端点値と呼ぶ。

$B$  の性質に関する次の命題は明らかに成立する。

[命題4] (1) 任意の  $x$  に対し、 $x \in B$  ならば、 $1 - x \in B$  である。(2)  $[l, u]$  が端点区間ならば、 $[1 - u, 1 - l]$  も端点区間である。

[命題5] 任意の  $A$  に対して  $I$  は停止する。

〈証明〉 まず、変数の上下限值  $u, l$  の値は任意の時点で端点値集合  $B$  の要素である。これは  $B$  の定義と推論規則  $I$  により数学的帰納法で容易に証明できる。 $B$  は有限集合であるから、それから作られる区間の数は有限個である。変数の数も有限個なので、推論される不等式は有限個しかない。同様に同値関係および補関係を表す等式は有限個しかない。ゆえに  $I$  は無限に新しい等式および不等式を推論し続けることはない。□

次に、解の存在と定常状態に関してつぎの命題を得る。

[命題6]  $A$  が充足可能ならば、 $I$  は定常状態になる。

〈証明〉 命題5により  $I$  は停止する。このとき前述の(a)定常状態、または(b)ある変数が空区間となるの何れかが成立する。命題3により  $A$  が充足可能ならば(b)ではない。よって、 $I$  は定常状態になる。□

以上、推論システム  $I$  は健全であり停止性を満足することを示した。この  $I$  は次章で述べる局所制約伝播によるインプリメンテーションに適した規則の集合となっている。

## 4. 制約伝播と端点値探索法

前章の表1に示した推論システム  $I$  を用いて解の存在の有無を推論するわけであるが、規則適用の制御を制約伝播を用いて行う。本章では制約伝播のインプリメンテーションについて述べる。また、端点値探索法と呼ぶ充足性判定アルゴリズムについても述べる。これと制約伝播を組み合わせると全体として完全な故障診断のための推論システムを構築する。最後にいくつかの実験結果を示す。

### 4.1 局所制約伝播

今回用いた制約伝播の方法は Abelson らが用いた局所制約伝播 (local constraint propagation) の方式を用いる<sup>5)</sup>。局所制約伝播では、回路網を、その構造を反映した制約網 (constraint network) と呼ばれるネットワークで表現する。制約網は基本制約 (primitive

constraint) と結合子 (connector) で構成される。

ここで、図2の回路を例として、具体的に制約網の上で局所制約伝播が行われる様子を図3で説明する。図3(a)は、結合子gの観測0.8がメッセージ(制約)としてgにつながっているすべての基本制約(この場合cmp1のみ)に伝達されたところである。このメッセージを受けた基本制約cmp1は推論規則により結合子fとgの値を計算するが、区間が縮小するよう

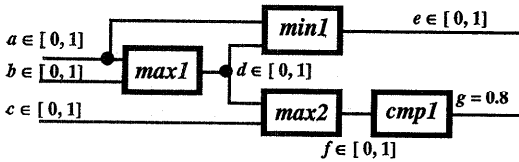


図2 回路例  
Fig. 2 An example circuit.

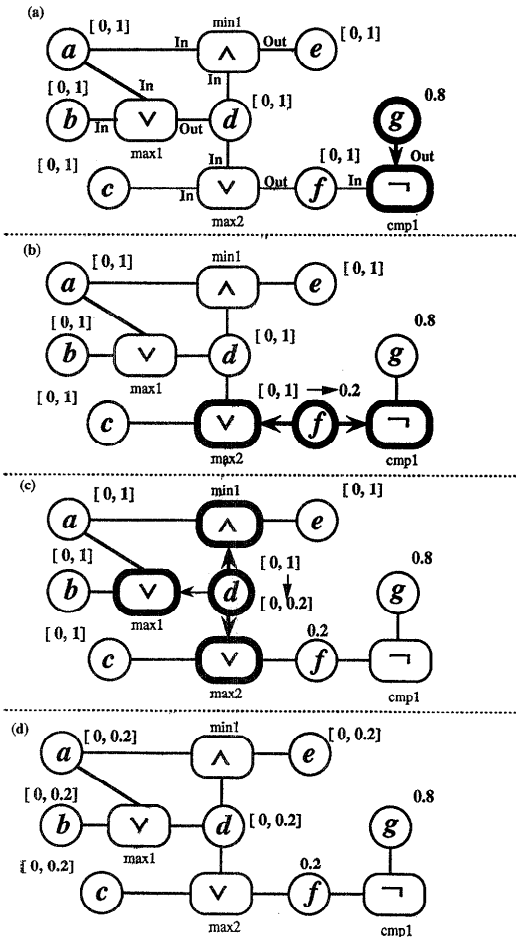


図3 局所制約伝播の動作例

Fig. 3 The process of local constraint propagation.

に更新するのは、fである。したがって、今度はfにメッセージ(区間の値)が伝えられ、これにつながる基本制約cmp1, max2が起動される。この様子を図3(b)に示した。次に、max2, cmp1が起動された結果、結合子の区間の変更はdとcに起こる。このうちdからのメッセージは図3(c)に示したようにmin1, max1, max2を起動し、それらにつながる結合子a, b, c, d, e, fの区間を更新しようとする。以上の動作を繰り返し、最終的には、結合子gから送られたメッセージ(観測0.8)の影響は図3(d)に示すようになりg以外の結合子の区間の更新は止まる。

以上述べた制約伝播において、ある結合子の値を更新したとき、それまでに関わった基本制約をトレースできるようにしておく。図3(c)でdの区間更新に関わった基本制約はcmp1, max2である。このとき、もし、dの区間更新の結果、その区間が空ならば、{cmp1, max2}は、コンフリクト集合である。

#### 4.2 局所制約伝播の不完全性

推論システムIによる局所制約伝播は健全であるが定義7で示した完全性を満足していない。

例えば図4に示した回路は充足不能にもかかわらずIのどのような規則を適用しても新たな情報は生成されない。図4が充足不能である理由は次のように説明できる。出力の観測に0.2が現れている。また、回路には否定(CMP)が含まれていない。よって、入力に観測0.2がなければならぬ。第2入力が0.2であると、第1, 3出力の観測が0.2でなければならない。これは観測0.1に矛盾する。

以上、局所制約伝播は完全性を満足していない。このため診断回路の構成によっては誤った診断を導く可能性がある。よって、定理証明器は制約伝播のほかに、系の大域的な一貫性(解)を判定するような推論制御機能を持つ必要がある。そこで、大域的な充足性判定アルゴリズムである端点値探索法と呼ぶ方法を以下に提案する。この方法は局所制約伝播と共に定理証明器に組み込まれる。

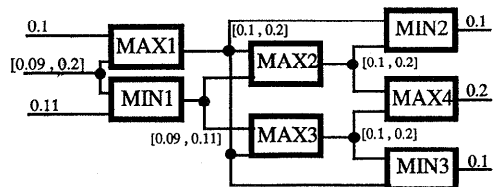


図4 局所制約伝播で定常状態になる回路

Fig. 4 A circuit which becomes in an equilibrium state by local constraint propagation.

### 4.3 端点値探索法

[定義9] すべての変数  $x \in \mathbf{V}$  に対して  $\sigma(x) \in \mathbf{B}$  であるような解釈  $\sigma$  を端点解釈という。また、方程式-不等式系  $\mathbf{A}$  を満たす端点解釈を端点解と呼ぶ。

[定理2] 方程式-不等式系  $\mathbf{A}$  に解が存在するならば、その系には端点解が存在する。

〈証明〉  $\mathbf{A}$  の解を  $\sigma$  とする。各変数  $x \in \mathbf{V}$  に対して、 $\sigma(x)$  の含まれる端点区間を  $[l_x, u_x]$  とする ( $l_x \leq \sigma(x) \leq u_x$ )。このとき、 $\sigma'(x) = l_x$  または  $\sigma'(x) = u_x$  となるような端点解  $\sigma'$  が存在することを、 $\mathbf{A}$  の全方程式の数  $m$  についての帰納法で証明する。

- (1)  $m=0$  の場合: この場合は系は不等式のみである。  $\mathbf{B}$  の定義より明らかに端点解が存在する。
- (2)  $m=k$  の場合:  $m=k-1$  で端点解が存在すると仮定する。このとき、ある方程式  $e_k$  を  $\mathbf{A} - \{e_k\} = \mathbf{A}'$  かつ  $e_k$  の右辺の変数が  $\mathbf{A}'$  に出現しないように指定できる。  $\mathbf{A}'$  の端点解を  $\sigma'$  とし、 $e_k$  について次のように場合分けを行う。

〈i〉 MAX の場合: この式を  $a \vee b = c$  とする。

このとき、右辺の変数  $c$  は  $\mathbf{A}'$  に出現しない。  $\sigma(a)$ ,  $\sigma(b)$  の値が含まれている端点区間を  $[l_a, u_a]$ ,  $[l_b, u_b]$  とする。なお、 $\sigma(c) = \sigma(a) \geq \sigma(b)$  を仮定しても一般性は失われない。このとき、端点区間  $[l_a, u_a]$  は  $\sigma(c)$  を必ず含む。はじめに、(1) 端点区間  $[l_a, u_a]$ ,  $[l_b, u_b]$  が異なる場合を考える。この場合の端点値の関係は、 $l_b \leq u_b \leq l_a = l_c \leq u_a = u_c$  となる。よって、端点値  $\sigma'(a)$ ,  $\sigma'(b)$  が、それぞれ、 $\sigma'(a) = (l_a$  または  $u_a)$ ,  $\sigma'(b) = (l_b$  または  $u_b)$  のどの組み合わせにおいても、 $\max(\sigma'(a), \sigma'(b)) = \sigma'(a)$  となる。ゆえに、 $\sigma'(c) = \sigma'(a)$  となるように  $\sigma'$  を拡張すれば、 $\mathbf{A}$  の端点解となる。次に、(2) 端点区間  $[l_a, u_a]$ ,  $[l_b, u_b]$  が一致している場合を考える。このとき、 $l_a = l_b = l_c \leq u_a = u_b = u_c$  であり、 $\max(\sigma'(a), \sigma'(b)) = \sigma'(c)$  となるように  $\sigma'$  を拡張する。以上、(1), (2) より、端点解が存在する。

〈ii〉 MIN の場合: 〈i〉と同様に端点解の存在が示される。

〈iii〉 CMP の場合: この式を  $\neg a = b$  とする。このとき、右辺の変数  $b$  は  $\mathbf{A}'$  に出現しない。  $\sigma(a)$  の値が含まれている端点区間を、 $[l_a, u_a]$  とする。このとき、 $l_a \leq \sigma(a) \leq u_a$  なので、 $1 - u_a \leq 1 - \sigma(a) \leq 1 - l_a$  が成立。また、命題4により、 $[1 - u_a, 1 - l_a]$  は端点区間であり、 $\sigma(b) = 1 - \sigma(a)$  であるか

ら、この端点区間は  $\sigma(b)$  を必ず含む。よって、 $\sigma'(a)$  が、 $l_a$ ,  $u_a$  の何れであっても、 $\sigma'(b) = 1 - \sigma'(a)$  となるように  $\sigma'$  を拡張すれば、 $\mathbf{A}$  の端点解となる。

〈iv〉 結線の場合: この式を  $a = b$  とする。

$\sigma'(b) = \sigma'(a)$  とすればよいのは明らか。  $\square$

定理2は、 $\mathbf{A}$  の解の存在を有限回の探索により判定できることを示している。なぜならば、変数の数および  $\mathbf{B}$  共に有限なので、端点解釈の数も有限となるからである。具体的には、定理証明器として用いる端点値探索法のアルゴリズムは次のようになる。

- (1)  $\mathbf{A}$  の中のどの等式の右辺にも現れない変数 (独立変数) に対してのみ  $\mathbf{B}$  の要素を割り当てる。
- (2) 順方向の制約伝播 (端点値伝播) を行い、すべての変数の値を求める (この値は一意に定まる)。
- (3) 観測と矛盾がなければ、それが端点解である。記号  $\vee$  を返す ( $\mathbf{A}$  に大域的な解が存在)。
- (4) もし矛盾があれば、独立変数の割り当てを他の端点値の組み合わせにして、(2) 以下を繰り返す。
- (5)  $\mathbf{B}$  の要素のすべての組み合わせに対して矛盾があれば端点解は存在しない。コンフリクト集合を生成する (端点値伝播にかかわった素子名の集合)。

このアルゴリズムは端点値探索法のみでも  $\mathbf{A}$  の充足性の判定が可能であることを示している。しかし、この方法は、 $\mathbf{B}$  が大きくなると、一般に効率は悪い。一方、局所制約伝播による方法は不完全であるが効率は良い。さらに、実際の制約網では多くの場合、 $\mathbf{A}$  が充足不能ならば局所制約伝播により変数の空区間を推論できる。そこで、本論文では、この二つの方法を組み合わせて使用することを提案する。つまり、はじめに局所制約伝播による解の探索を行い、それが定常状態になった場合のみ端点値探索法を用いる。この結果、端点値探索法を用いるときには、すでに局所制約伝播によって各変数の区間が一般に縮小しているので、探索空間が縮小し、全体として完全に効率的な解の探索が期待できる。

### 4.4 データ構造

図5は、制約網の例を表している。具体的な基本制約と結合子のデータ構造の例として、それぞれ  $\max 1$  と  $d$  を示した。これらのデータは実際のプログラミン

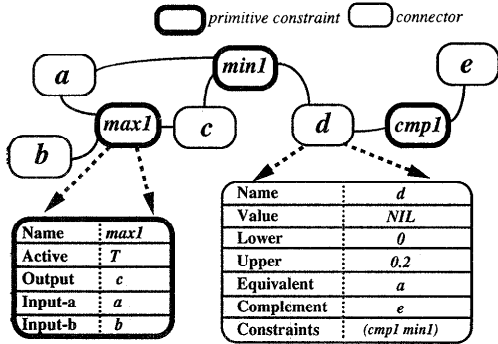


図 5 制約網による回路表現とデータ構造  
Fig. 5 A fuzzy logic circuit expressed as a constraint network.

gではオブジェクト指向で表現し max1 は制約クラス (MAX-CONSTRAINT), d は結合子クラス (CONNECTOR) のそれぞれインスタンスである。

1) 基本制約データ構造: max1 のデータ構造で, スロット Output, Input-a, Input-b はこの基本制約とつながる結合子へのポインタを意味する。max1 が属するクラスにつながるメソッドは, MAX 制約に関する推論規則(1)~(5)に基づいて得た値をこれらスロットのデータを参照して各結合子にメッセージ伝達する。

他の基本制約のクラスにインプリメンテーションしたメソッドも同様な働きをする。すなわち, MIN-CONSTRAINT のメソッドは(6)~(10), CMP-CONSTRAINT については(13)の推論規則を適用する。

Active は, 素子の異常を仮定するか否かのフラグである。もし, max1 の Active が記号 NIL の場合は, max1 の異常を仮定したことになり, max1 においては結合子にメッセージ伝達を行わない。これは, システムから, ラベル max1 をもつ方程式を取り除く操作に対応する。

2) 結合子データ構造: 結合子 d のデータ構造で, スロット Lower, Upper は d のもつ区間の下限と上限の値を格納する。これらの値は, d につながる基本制約によって新しい区間がメッセージとして伝達されたとしても直ちには書き換わらない。CONNECTOR にインプリメンテーションされているメソッドは, 推論規則(16)を用いて, d が既にもっている上下限値とメッセージ伝達された上下限値をもとに新しく上下限値, すなわち区間を計算する。その区間が d のもとの区間より縮小したときに限りその縮小した区間に書き

換える。すなわち, Lower の値は増加, Upper の値は減少の方向で書き換えられる。このとき, さらに CONNECTOR のメソッドは変更された区間の情報を d に接続するすべての基本制約に伝達する。

結合子につながるすべての基本制約の情報はスロット Constraints で示される。リスト (cmp1, min1) は d につながるすべての基本制約を示す。

Equivalent は, 同値類のためのスロットである。推論の結果, 結合子  $c_1, \dots, c_5$  が,  $c_1=c_2, c_2=c_3, c_4=c_5$  のような等式が推論されたとする。これらを, 同値類  $\{c_1, c_2, c_3\}, \{c_4, c_5\}$  で表現し, それぞれ唯一の代表元, 例えば,  $c_1, c_4$  に辿れるようにする。この同値類をデータ構造上では, 代表元を根にもつ木で表現する(前述の例では,  $c_1$  と  $c_4$  を根にもつ二つの木)。Equivalent にはこの木の枝を表現するためのポインタを格納する。これらの木に対して Union-Find 操作が定義されている<sup>6)</sup>。ここで, Find 操作とは, Equivalent ポインタを辿ることにより結合子の代表元を求める操作を言う。Union 操作とは, 異なる同値類に属する二つの要素(結合子)  $c_2, c_5$  に対して,  $c_2=c_5$  という新たな等式が推論されたときに, この二つの同値類を合併して一つの同値類(木)にする操作である。

結合子に新たな等式が推論されると, Equivalent の値が調べられ, これが記号 NIL であれば代表元とみなし, Lower, Upper が有効となる。そうでなければ, Find 操作が行われ, 唯一の代表元に到達する。その代表元に対し推論規則(12)が適用される。また, 結合子に新たな等式が推論されると, 区間が縮小したときと同様に Constraints に示されるすべてのオブジェクトにその推論結果が伝達される。

結合子  $c_1$  と  $c_2$  が補関係にあるとき,  $c_1$  の属する同値類の代表元  $c_{01}$  と  $c_2$  の属する同値類の代表元  $c_{02}$  が, Complement 中のポインタにより, 互いに他を指すようにしておく。結合子に Equivalent および Complement をもたせることにより, 暗黙に表 1 に示した中の同値, 補関係の推移律(11), (14), (15)が適用可能となる。

Value スロットは, 4.3 節の端点値探索法で述べた端点値を格納する。

以上述べてきた局所制約伝播の機構とデータ構造は LISP によるオブジェクト指向プログラミングの方法 (CLOS) で記述した。MAX, MIN, CMP の基本制約のクラスと, 結合子(変数)のクラスを準備した。な



お、CLOSによる制約伝播のインプリメンテーションについての基本的な考え方は、文献7)に述べられている。

4.5 診断実験

これまで述べた診断アルゴリズム、局所制約伝播および端点値探索法を組み込んだ診断システム(DiaLog-III)の構成図を図6に示す。なお、以下のDiaLog-IIIによる診断実験はMacintosh II上で実行されたものである。はじめに、図7の回路について診断を行った。この回路のSDおよびOBSは次のようになる。

- SD={MIN 1:  $\min(in1, in2)=l_1$ ,  
 MAX 1:  $\max(in2, in3)=l_2$ ,  
 CMP 1:  $cmp1(l_1)=out1$ ,  
 MIN 2:  $\min(l_1, l_2)=out2$ ,  
 MAX 2:  $\max(l_1, in4)=l_3$ ,  
 MAX 3:  $\max(l_3, in5)=out3$ }
- OBS = { $in1=0.9, in2=0.7, in3=0.8$ ,

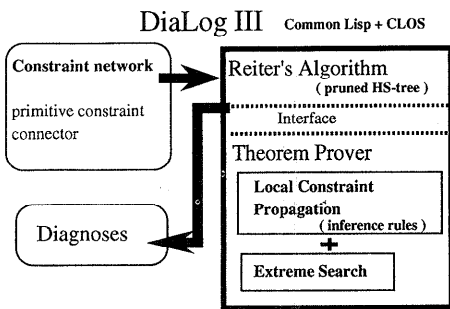
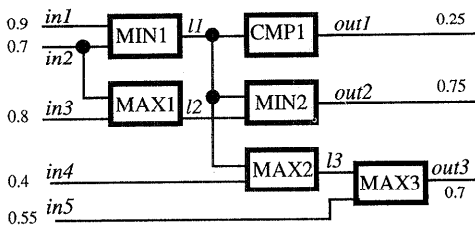
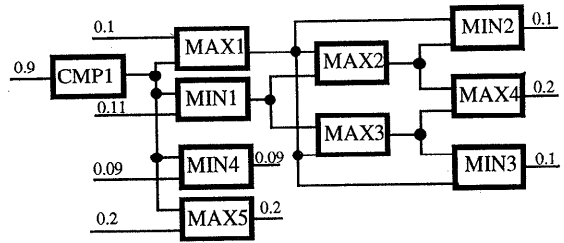


図6 診断システム DiaLog-III  
 Fig. 6 Diagnostic Reasoning System: DiaLog-III.



診断結果	{CMP1, MIN2}, {CMP1, MIN1, MAX2}, {CMP1, MIN1, MAX3}
診断時間	DiaLogIII 4.1秒 端点値探索法 13.8秒

図7 診断実験回路  
 Fig. 7 A circuit diagnosed.



診断結果	{MAX2}, {MAX3}, {MAX4}, {MIN1}, {MAX1, MIN2, MIN3}, {CMP1, MIN2, MIN3}
診断時間	DiaLogIII 17.9秒 端点値探索法 11.7秒

図8 診断回路  
 Fig. 8 A circuit diagnosed.

- $in4=0.4, in5=0.55$ ,
- $out1=0.25, out2=0.75, out3=0.7$ ,
- $l_1 \in [0, 1], l_2 \in [0, 1], l_3 \in [0, 1]$

COMPONENTS={MAX 1, MAX 2, MAX 3,  
 MIN 1, MIN 2, CMP 1}

この回路の故障は単一の要素では回路の異常(単一故障)を説明できず、一つの二重故障と二つの三重故障が候補として生成された。なお、定理証明器に端点値探索法のみを用いたときの診断時間は局所制約伝播を組み合わせた診断時間の約3倍となった。

次に図8の回路について診断した。四つの単一故障と二つの三重故障が得られた。図8では、CMP1を故障と仮定したとき、図4に示した回路と同じ状況になる。したがって、端点値探索法を用いなければ充足不能性を検出できないので、CMP1の単一故障が得られてしまったところである。診断結果から分かるようにDiaLog-IIIでは完全な推論が行われている。なお、この実験では、端点値探索法のみを用いたときのほうが短時間で診断が得られている。これは、図7の回路の端点値集合の要素数が16に対し、図8では10と端点値集合が小さいことが考えられる。一般に、端点値集合が大きい場合、または多重故障が多く現れる診断ではDiaLog-IIIのほうが効率が良い( $n$ 重故障の場合、独立変数の未知数は $n$ 個であり、考慮すべき端点解釈の数は $n$ に関して指数的に増大する)。

DiaLog-IIIは観測が0, 1のみであれば2値論理回路も診断可能である。図9は2値論理回路(全加算器)の診断を示している。汎用定理証明器による診断とは、診断対象を一階述語論理の節集合で表現し、導出原理による定理証明器を使用した診断時間である<sup>2), 3)</sup>。

以上示したように、DiaLog-IIIによる診断では、多

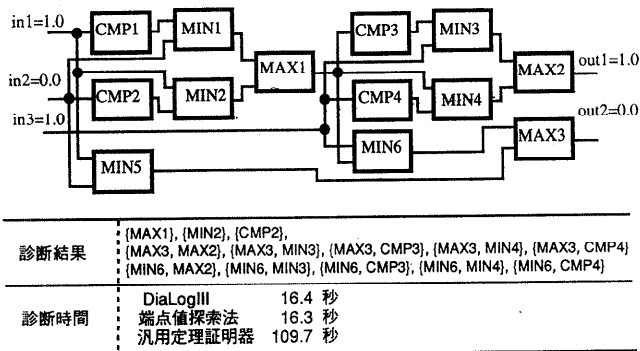


図 9 診断回路  
Fig. 9 A circuit diagnosed.

重故障を含めすべての診断を求めることができ、機能的には十分実用的であると考えられる。また、汎用定理証明器による診断と比較して性能面でも有効性が確認できた。

5. おわりに

本論文では、初めに、ファジィ論理回路を診断対象システムとして方程式-不等式の有限集合で表現した。この集合に対して Reiter の診断理論に現れた故障の定義、コンフリクト集合、診断の計算などを対応付けた。次に、推論規則とそれらの制御に用いた局所制約伝播と端点値探索法について述べ、最後に実験結果を示した。

本論文で述べた診断手法は特定の故障モデルや故障モードに依存せずに様々な故障状況に対応できる。診断システム DiaLog-III はそのまま 2 値論理回路の診断に適用できる。

今後の検討課題としては、診断時の対話環境の向上がある。現在のところ、DiaLog-III は、観測点を増やして診断精度を上げようとしたとき、効果的な観測場所を指示する機構はもっていない。このような観測点の最良選択に関する研究は、de Kleer によって最近発表された<sup>9)</sup>。また、将来の展望としては、ファジィ論理回路が 2 値論理回路またはアナログ電子回路と結合されているときの故障診断、さらにはファジィ・フリップ・フロップなど時間素子を含む回路の診断技術の開発が考えられる。

謝辞 第 3 著者は、本研究の一部に対して (株) 東芝の助成を受けている。

参考文献

- 1) Reiter, R.: A Theory of Diagnosis from First Principles, *Artif. Intell.*, Vol. 32, pp. 57-95 (1987).
- 2) 中川, 北谷, 栗原, 加地: 論理回路の故障診断における自動推論システムの実験とヒューリスティクス, 電気学会論文誌 C, Vol. 109, No. 10, pp. 731-738 (1989).
- 3) 中川, 小田, 栗原, 大内: 自動推論による順序回路のパッケージ・レベル故障診断, 電気学会論文誌 C, Vol. 110, No. 8, pp. 500-507 (1990).
- 4) Greiner, R., Smith, B. A. and Wilkerson, R. W.: A Correction to the Algorithm in Reiter's Theory of Diagnosis, *Artif. Intell.*, Vol. 41, pp. 79-88 (1989).
- 5) Abelson, H., Sussman, G. J. and Sussman, J.: *Structure and Interpretation of Computer Programs*, p. 542, McGraw-Hill, New York (1985); 元吉(訳): プログラムの構造と実行[上], p. 294, マグロウヒル (1989).
- 6) エイホ, A. V. ほか(著), 野崎ほか(訳): アルゴリズムの設計と解析 I, p. 222, サイエンス (1984).
- 7) Winston, P. H. and Horn, B. K. P.: *LISP*, 3rd ed., p. 611, Addison-Wesley (1989).
- 8) de Kleer, J.: Using Crude Probability Estimates to Guide Diagnosis, *Artif. Intell.*, Vol. 45, pp. 381-391 (1990).

(平成 3 年 9 月 2 日受付)  
(平成 4 年 12 月 10 日採録)

中川 嘉宏 (正会員)

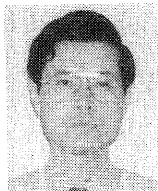


昭和 22 年生。昭和 45 年千葉工業大学電子工学科卒業。同年北海道工業大学電気工学科助手。50 年同講師。知識工学, 計算機工学の研究に従事。電子情報通信学会, ソフトウェア学会, 電気学会各会員。

扇 一弘



昭和 41 年生。平成元年北海道大学工学部電気工学科卒業。平成 3 年同大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。現在, (株) ビー・ユー・ジー勤務。画像処理関連のソフトウェア開発に従事。

**栗原 正仁 (正会員)**

昭和30年生。昭和53年北海道大学工学部電気工学科卒業。昭和55年同大学院情報工学専攻修士課程修了。同年、北海道大学工学部電気工学科助手。平成元年情報工学科講師。平成2年同助教授。工学博士。システム工学、自動推論、項書き換えシステムなどの研究に従事。電子情報通信学会、電気学会、日本ソフトウェア科学会、日本OR学会、IEEE各会員。

**大内 東 (正会員)**

昭和20年生。昭和49年北海道大学工学部大学院工学研究科博士課程修了。工学博士。北海道大学工学部情報工学科教授。システム情報工学、応用人工知能システム、医療システムの研究に従事。人工知能学会、電気学会、電子情報通信学会、計測自動制御学会、日本OR学会、医療情報学会、病院管理学会、IEEE-SMC各会員。