

誤差グラフの形状を考慮した点列選択による楕円当てはめ

益崎智成^{1,a)} 菅谷保之^{1,b)}

概要: 本論文では楕円弧以外の点列が含まれる入力への楕円当てはめのために、入力点列の中から楕円弧以外の点列を除去する新たな方法を提案する。これまでに我々は、入力点ごとの楕円の当てはめ誤差の変化角度より選択した点列を用いた楕円当てはめ法を提案したが、誤差の変化が緩やかになる楕円弧以外の点列を除去できない場合がある。このような場合に、提案手法は、当てはめ誤差のグラフの形状が実際の入力点列に類似すると仮定し、誤差グラフの形状よりアウトライアを除去する。シミュレーションおよび実画像実験により、問題が解決されたことを示す。

TOMONARI MASUZAKI^{1,a)} YASUYUKI SUGAYA^{1,b)}

Abstract: For fitting an ellipse to a point sequence which contains non-elliptic arcs, we propose a new method for removing non-elliptic arcs from input points. In the past, we proposed an ellipse fitting method that selects inlier points by considering a curvature of a fitting residual graph. However, this method may not be able to remove non-elliptic arcs if curvatures which are obtained from their fitting residual graph are smaller than inlier points. For this problem, we assume that a shape of an fitting residual graph and input points becomes similar. So that the proposed method removes outliers by considering shapes of the fitting residual graph. By using simulated data and real images, we confirmed that the problem was resolved.

1. まえがき

シーン中の円形物体を撮影すると画像中では楕円となり、その投影像からその物体の3次元位置が解析できる [4]。そのため、画像から楕円を抽出することは視覚ロボットを含むさまざまな応用の基本的な処理の一つであり、画像中より楕円弧を抽出し楕円を当てはめるさまざまな研究が行われている [11], [12], [13]。画像から抽出した点列に楕円を当てはめる手法も最小二乗法を代表とし、さまざまな研究が行われている [1], [3], [6], [7], [8], [10]。

しかし、これまでの楕円当てはめ手法は、基本的には入力点列に楕円弧以外の点（これ以降アウトライアと呼ぶ）が含まれることを考慮しておらず、入力点列にアウトライアが含まれている場合には得られる解の精度が低下する。実画像から楕円を検出するには、画像からエッジを抽出してそのエッジ点列を入力として楕円当てはめ、もしくは楕円検出を行なう。このとき、楕円弧上の点列とそれ以外の点列が連結して抽出されることがある。点列の曲率をもとにした方法や直線検出などにより楕円弧上の点とそれ以外の点を分離することで、事前にアウトライアを除去する試みもあるが、必ずしも完全にアウトライアが除去できるわけ

ではない。

アウトライアを含むデータに対する幾何学的当てはめで最もよく用いられるのは RANSAC [2] である。RANSAC は、入力データからランダムに選び出したデータよりパラメータの推定を繰り返し、当てはまり具合のよいデータ数が最大になるようなパラメータを求めるため、十分に解が収束するまでに多くの反復が必要であったり、アウトライアの割合が大きいと正しい解に収束しない問題がある。Yu ら [13] は、連結した点列に対して楕円の当てはめ誤差をもとにアウトライアらしい点列を反復して除去することで正しい楕円を当てはめる方法を提案している。Yu らの方法の特徴は一度にアウトライアをすべて除去するのではなく、誤差の大きさをもとにアウトライアと判定された点のうち、最大誤差の点を含む連結点列のみをアウトライアとして除去することを繰り返すことで最終的に正しい楕円を当てはめようとする。しかし、反復の途中でアウトライアと判定された点列は、それ以降の処理で楕円当てはめには使用しないので、除去された点列に楕円弧上の点が含まれていた場合には、得られる楕円の精度が低下する可能性がある。

これらに対し、我々は入力点列が連結した点列であることを仮定して、入力点列を楕円の当てはめ誤差をもとに点列を分割し、分割した点列ごとにインライアとアウトライアを判別する方法を提案した [9]。この方法では、分割した点列の中で当てはめ誤差の変化が緩やかな点列をインライアとして選択し、Fitzgibbon らの手法 [3] を用いて楕円当

¹ 豊橋技術科学大学情報・知能工学系
Department of Computer Science and Engineering, Toyohashi University of Technology
a) masuzaki@iim.cs.tut.ac.jp
b) sugaya@iim.cs.tut.ac.jp

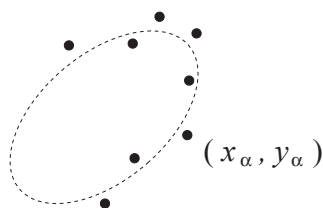


図 1 点列に楕円を当てはめる.

てはめを繰り返す. この方法は, 入力点列の曲率で当てはめに用いる点列を選別することと同じ発想であるが, すべての点を調べるのではなく, 分割した点列ごとの誤差のピーク付近のグラフの曲率を用いてインライアを判定するので, 効率的である. しかし, 誤差グラフのピーク値付近で横這いになるようなグラフの曲率が小さいアウトライア点列が入力に含まれる場合, アウトライア点列をインライアと推定してしまい正しい楕円に解が収束しない問題があった.

提案手法では, 当てはめた楕円と入力点列の誤差のグラフは入力点列の形状を擬似的に表したものが得られるとし, 当てはめた楕円をもとに分割した点列ごとの誤差グラフに放物線を当てはめることで, 上記のようなアウトライアを含む点列を除去する. この手法を誤差グラフの曲率より点列を選択する手法 [9] に加えることで問題を解決し, 正しい楕円を当てはめる.

2. 楕円当てはめ

x, y の 2 次式

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2f_0(Dx + Ey) + f_0^2 F = 0 \quad (1)$$

は円錐曲線と総称され, 楕円, 放物線, 双曲線, およびその退化 (2 直線など) を表す [5]. これが楕円を表すのは

$$AC - B^2 > 0 \quad (2)$$

の場合である [5]. 式 (1) 中の f_0 はスケールを調節する固定した定数である*1. ノイズ (以下, データの誤差をノイズと呼ぶ) のある点列 $(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)$ に楕円を当てはめることは $\alpha = 1, \dots, N$ に対して

$$Ax_\alpha^2 + 2Bx_\alpha y_\alpha + Cy_\alpha^2 + 2f_0(Dx_\alpha + Ey_\alpha) + f_0^2 F \approx 0 \quad (3)$$

となる A, B, C, D, E, F を計算することである (図 1). 6 次元ベクトル

$$\begin{aligned} \xi_\alpha &= (x_\alpha^2, 2x_\alpha y_\alpha, y_\alpha^2, 2f_0 x_\alpha, 2f_0 y_\alpha, f_0^2)^\top, \\ \theta &= (A, B, C, D, E, F)^\top \end{aligned} \quad (4)$$

を定義し, ベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} の内積を (\mathbf{a}, \mathbf{b}) と書けば式 (3) は式 (5) のように書ける.

$$(\xi_\alpha, \theta) \approx 0, \quad \alpha = 1, \dots, N \quad (5)$$

θ には定数倍の不定性があるので, $\|\theta\| = 1$ と正規化する.

*1 実験では $f_0 = 600$ とした.

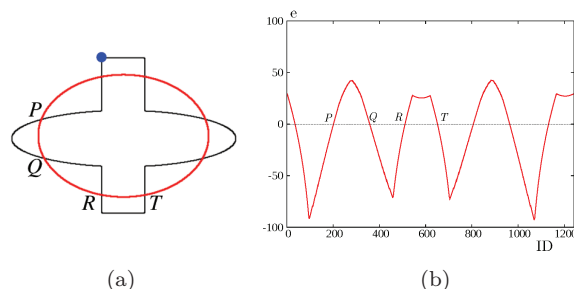


図 2 アウトライアを含む点列への楕円当てはめと誤差のグラフ. (a) 入力点列 (黒点) と当てはめた楕円 (赤). 入力点列は青丸を始点とし, 半時計回りに連結性を保って並んでいる. (b) 当てはめた楕円に対する入力点列との誤差. 横軸は (a) の青丸を始点とする点の番号. 縦軸は式 (1) の左辺の値によって符号づけした楕円の当てはめ誤差.

3. 誤差グラフの曲率によるインライア選択

まず提案手法の基礎となる既存手法 [9] について説明する. この手法では, 入力点列は連結しており, 楕円弧上の点列とそれ以外の点列が結合しているものとし, このような入力点列に楕円を当てはめると, 入力点列と交差するような楕円が得られると仮定する. また, 当てはめた楕円と交差する点で入力点列を分割した点列を部分弧と呼ぶ. 手法の流れを以下に示す.

- (1) 点列に Fitzgibbon らの方法で楕円を当てはめる.
- (2) 当てはめた楕円のパラメータを用いて各点ごとに式 (1) の左辺の値を計算し, その符号が変化する点で点列を部分弧に分割する.
- (3) 分割した部分弧ごとに, その中で最大誤差をもつ点とその周辺の点とのなす角 ϕ を計算する.
- (4) 1 回目の楕円当てはめであればステップ (a), そうでなければステップ (b) を行なう.
 - (a) 部分弧の長さがしきい値よりも長い部分弧の中で計算した角度が最大の部分弧とそれに隣接する部分弧の誤差のピークまでの弧をインライアとして楕円を当てはめる.
 - (b) 計算した角度がしきい値以上の部分弧をインライアとして楕円を当てはめる.
- (5) 得られるインライア点数が変化しなくなるまでステップ 2 からステップ 4 の処理を繰り返す.

この手法では, アウトライアを含む部分弧の形状によって誤差グラフのピーク値付近の曲率が小さくなる場合に, 誤差グラフの曲率のみではインライアとアウトライアの判定ができない場合がある.

4. 提案手法

本研究では, 前述した既存手法 [9] では除去できないアウトライアを除去する新たな手法を既存手法のアルゴリズムに加える.

図 2 の例では, 当てはめた楕円により入力点列が 8 つの

部分弧に分割される。そして、インライアのみを含む部分弧 PQ のグラフでは、誤差の変化が滑らかで凸形状になるのに対して、アウトライアを含む部分弧 QR のグラフでは、誤差がピークの周辺で急激に変化しているため既存手法によってアウトライアと判定できる。しかし、アウトライアを含む部分弧 RT の誤差グラフでは誤差グラフのピーク値付近が凹形状になっており、誤差グラフの曲率が小さいため、既存手法ではアウトライアとして除去できない。

そこで提案手法では、誤差グラフの曲率によって点列を選択する前に、部分弧ごとの誤差グラフに放物線を当てはめ、当てはめた放物線のピーク値が誤差グラフを上回る部分弧は誤差の曲率で判定できないアウトライアを含む部分弧として除去する。

提案手法の流れを以下にまとめる。

- (1) 分割した部分弧ごとに、放物線を当てはめる。
- (2) 放物線のピーク値とその点での当てはめ誤差を比較する。
- (3) 当てはめ誤差より放物線のピーク値の方が大きい部分弧を選択する。
- (4) 選択した部分弧の放物線のピーク値付近の放物線と誤差グラフの当てはまり具合を判定し、当てはまり具合が悪いものを除去する。

1つの楕円弧からなる部分弧の誤差グラフは入力に類似した凸形状であれば、当てはめた放物線のピーク値は、図3(a), (c)のようにその点での誤差グラフの値と同じ値または誤差グラフよりも小さな値となると予想できる。これに対し、図3(b)のように放物線のピーク値付近のみ誤差の変化が緩やかになり凹形状になる部分弧は、当てはめた放物線のピーク値がその点での誤差グラフよりも大きい値を示すため、誤差グラフの曲率では除去できないアウトライアとして除去する。この手法で除去できないアウトライアを含んだ凸形状の誤差グラフを持つ部分弧もあるが、凸形状のグラフであれば誤差の曲率により判定できるため問題ない。

図3(c)のように放物線が当てはまる場合は、放物線が誤差グラフに沿うように当てはまっており、誤差グラフの形状が2次曲線であるならば、実際の入力点列も曲線と予想でき、インライアである可能性が高い。しかし、このような当てはめ結果では放物線のピーク値と誤差グラフの差の符号が入力に含まれるノイズの影響を受けてしまうため、インライアと正しく判定できない場合がある。この問題に対して、ピーク値の差よりアウトライアと判定された部分弧は、放物線のピーク値付近の点を取得し、それらの点の中で楕円の当てはめ誤差と当てはめた放物線の差が小さい点数を求め、取得した点数で割った値より放物線の当てはまり具合を調査し、当てはまり具合が良い部分弧は楕円弧だと推定し、インライアの可能性が高いので除去せず、誤差グラフの曲率による判定を行なう。

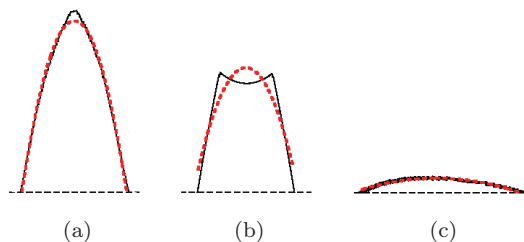


図3 部分弧の誤差グラフと放物線の当てはめ結果。黒線で誤差グラフ、赤の破線で当てはめた放物線を示す。(a) 楕円弧点列からなる誤差グラフ。(b) 矩形のアウトライア点列からなる誤差グラフ。(c) 放物線がうまく当てはまる誤差グラフ。

5. 放物線当てはめによるアウトライア除去

提案手法では、分割した部分弧ごとの誤差グラフに放物線を最小二乗法を用いて当てはめ、アウトライア除去を行った後に、部分弧ごとの最大誤差を持つ点とその周辺の2点のなす角 ϕ によって、楕円を当てはめに使用する点列を選択する。この角度 ϕ は誤差のグラフの横軸のスケールに依存する。そこで、グラフの横軸値を

$$i_\alpha = \frac{\lambda e_{max} \alpha}{N} \quad (6)$$

のようにすべての入力点中の最大誤差 e_{max} を基準に正規化した値を表す。ここで、 λ は正規化のための定数*2、 e_α は式(7)で計算される点 α の当てはめた楕円に対する誤差である。

$$e_\alpha = \sqrt{\frac{(\xi_\alpha, \theta)}{(\theta, V_0[\xi_\alpha] \theta)}} \quad (7)$$

ここで、 $V_0[\xi_\alpha]$ を次のように置き、正規化共分散行列と呼ぶ。

$$V_0[\xi_\alpha] = 4 \begin{pmatrix} x_\alpha^2 & x_\alpha y_\alpha & 0 & f_0 x_\alpha & 0 & 0 \\ x_\alpha y_\alpha & x_\alpha^2 + y_\alpha^2 & x_\alpha y_\alpha & f_0 y_\alpha & f_0 x_\alpha & 0 \\ 0 & x_\alpha y_\alpha & y_\alpha^2 & 0 & f_0 y_\alpha & 0 \\ f_0 x_\alpha & f_0 y_\alpha & 0 & f_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & f_0 x_\alpha & f_0 y_\alpha & 0 & f_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

正規化した部分弧に当てはめる放物線を $e_\alpha = ai_\alpha^2 + bi_\alpha + c$ とすると、最小二乗法で式(9)の E を最小にする各係数 a, b, c を求める。

$$E = \sum_{\alpha=1}^N (e_\alpha - ai_\alpha^2 - bi_\alpha - c)^2 \quad (9)$$

求めた係数より放物線のピーク値

$$(i_{max}, h_{max}) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right) \quad (10)$$

を求め、 $i_{\hat{\alpha}} \leq i_{max} < i_{\hat{\alpha}+1}$ となる $\hat{\alpha}$ 番目の点の誤差 $e_{\hat{\alpha}}$ を

*2 実験では $\lambda = 2.0$ とした。

求める。当てはめた放物線のピーク値 h_{\max} と誤差グラフの値 $e_{\hat{\alpha}}$ の差

$$S = e_{\hat{\alpha}} - h_{\max} \quad (11)$$

を求め、 S が負の値を示し、当てはめた放物線のピーク値がその点の誤差グラフよりも大きい場合、その部分弧を除去する。

しかし、図 3 (c) のように誤差グラフに放物線が沿うように当てはまる場合、入力に含まれるノイズによって S が負を示しインライアとならない場合がある。このような場合に図 3 (b) は除去され、図 3 (c) の当てはめ結果は、点列の選択候補に残るように新たな指標を評価する。本研究では、放物線と誤差グラフの差がしきい値以下の点数の部分弧中の割合を評価する。しかし、図 3 (b) と図 3 (c) を評価する場合、部分弧の両端は図 3 (b) の部分弧でも放物線がよく当てはまっているため、この区間を含めると部分弧中で放物線とよく当てはまる点数が多くなってしまい、図 3 (c) との差が小さく、安定した動作が見込めない。放物線当てはめで図 3 (b) と図 3 (c) で差が現れるのは、放物線のピーク値付近である。放物線のピーク値付近では、誤差グラフがアウトライアを含む図 3 (b) のような場合、誤差グラフと放物線の差が大きくなり、図 3 (c) のような誤差グラフの変化が緩やかな形状の場合は、放物線との差は小さくなる。本手法では、放物線の当てはまる点数の差が大きく得られるピーク値付近のみに注目する。

本手法は、当てはめた放物線のピーク値から左右に (部分弧点数/4) 点で、各点 i_{α} ごとの放物線の値 h_{α} と楕円の当てはめ誤差 e_{α} の差の絶対値がしきい値 S_{\min} ^{*3} よりも小さい点数を求め、(部分弧点数/4) で割ることで放物線のピーク値付近で差の平均を求める。当てはめた放物線と誤差グラフがピーク値付近の範囲で接する差の平均がしきい値 R ^{*4} 以上であれば除去せず、誤差グラフの曲率を計算し当てはめに使用する点列を選択する。

6. 実験

6.1 提案手法を用いた楕円当てはめの確認

楕円弧に矩形の点列が含まれる入力点列に対する既存手法 [9] と提案手法を適用した場合の点列の選択結果を確認し、提案手法の有効性を確認する。

図 4 に既存手法、図 5 に提案手法を適用した場合の点列の選択結果を示す。図 4 (a)、図 5 (a) に入力点列を黒点で示し、入力点列を全て使用して Fitzgibbon らの手法で楕円を当てはめた結果を示す。図 4 (b)、図 5 (b) に当てはめた楕円に対する各点の誤差をプロットしたグラフを示す。このグラフでは式 (7) で計算される当てはめた楕円との誤差の値を式 (1) の左辺に当てはめた楕円のパラメータと各点の座標を代入して得られる符号で符号づけしたグラフをプ

ロットしている。また、グラフ中の青線は次の楕円当てはめのために選択された部分弧を示し、赤の破線で部分弧ごとに当てはめた放物線を示す。図 4 (c)、図 5 (c) に選択した点列を青点で示す。

図 4 (a) の当てはめ結果より、図 4 (b) の誤差グラフでは、楕円弧点列の区間よりも矩形上の点列の誤差グラフのピーク値付近のグラフが横這いになっているため、誤差グラフのピーク値付近の曲率が小さく、図 4 (c) に示す矩形上の点列が選択される。既存手法では図 4 (c) の点列が選択されることにより楕円弧点列に当てはまるような正しい楕円の解が得られない。

提案手法を適用した図 5 の場合、図 4 (b) で選択されていた区間は、図 5 (b) で示すように当てはめた放物線のピーク値がその点の誤差グラフを上回るため、この部分弧を除去して図 5 (c) に示す楕円弧点列を選択できることを確認した。

6.2 比較実験

提案手法を用いた楕円当てはめの有効性を確認するために、RANSAC による楕円当てはめと Yu らの方法との比較実験を行った。図 6 に実験結果を示す。図 6 (a)、(b) は提案手法で当てはまった楕円と、その楕円を当てはめるために使用した点列 (青点) である。図 6 (c)、(d) は RANSAC で当てはまった楕円と、その楕円に対してインライア^{*5}と判定された点列である。また、図 6 (e)、(f) は Yu らの手法で当てはまった楕円と、その楕円を当てはめるために使用した点列である。

この結果より、RANSAC と提案手法ではほとんどのデータに対して正しい楕円が得られていることがわかる。Yu らの方法もほぼ正しい楕円が得られているが、楕円当てはめに使用する点が少ないために、正しい楕円とはずれた楕円が得られているものもある。

図 6 (1)、(2) のデータは同形状で点数が異なる入力だが提案手法では、入力の大さに関わらず同様な楕円を当てはめている。図 6 (3)、(4)、(5) のデータは、誤差グラフがピーク値付近で曲率が小さくなるようなアウトライアを含んだ部分弧が得られる入力であるが、提案手法では点列中の楕円弧を正しく選択できていることを確認した。また、インライアとアウトライアが滑らかに接続している図 6 (7) のデータに対しても提案手法で正しい楕円が得られ、インライアとアウトライアを選別できていることを確認した。

しかし図 6 (8) のデータでは、入力データに対するアウトライアの割合が多いため、RANSAC では正しい楕円が得られていない。それに対して提案手法ではアウトライアの割合が多い場合でも正しい楕円が得られている。また、図 6 (9) のデータは提案手法と RANSAC で正しい楕円が得られているが、Yu らの方法では正しい楕円が得られなかった

*3 実験では $S_{\min} = 2.0$ とした。

*4 実験では $R = 0.5$ とした。

*5 式 (7) の値が 1.5 以下の点をインライアとした。

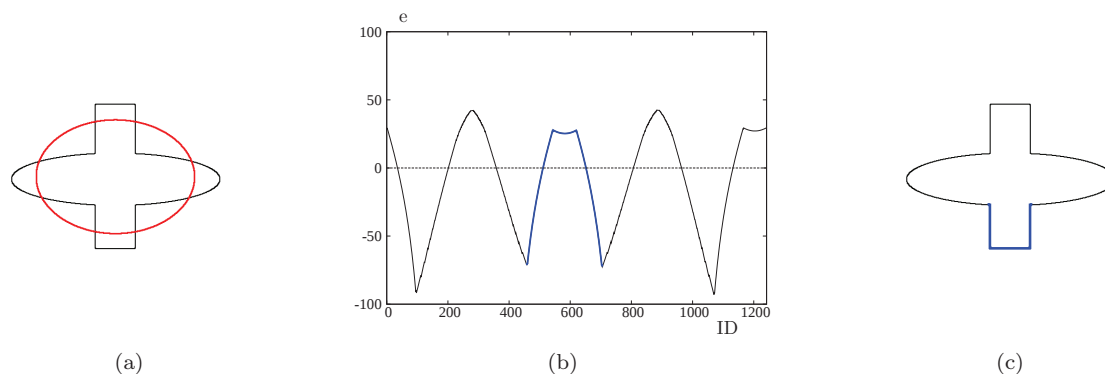


図 4 既存手法による点列選択結果. (a) 1 回目の楕円の当てはめ結果. (b) (a) に対応した誤差グラフ. (黒線:当てはめ誤差, 青線:選択した部分弧, 赤破線:当てはめた放物線) (c) 誤差グラフより選択した点列. (青点: 選択した点列)

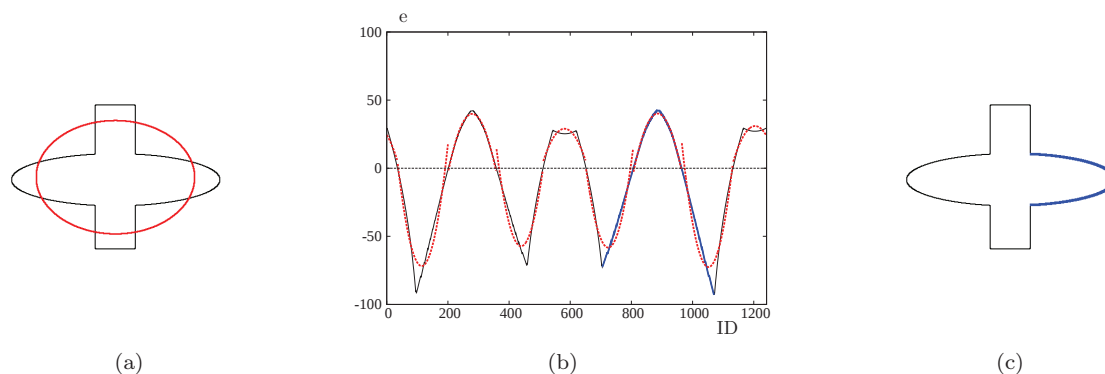


図 5 提案手法を用いた点列選択. (a) 1 回目の楕円の当てはめ結果. (b) (a) に対応した誤差グラフ. (黒線:当てはめ誤差, 青線:選択した部分弧, 赤破線:当てはめた放物線) (c) 誤差グラフより選択した点列. (青点: 選択した点列)

例である.

表 1 はそれぞれの手法の反復回数と計算時間をまとめたものである. 実験環境は, CPU は Intel Core 2Duo 3.00GHz×2, 主メモリ 4GB, OS Ubuntu 12.04 を用いた. RANSAC については, 50 回続けて解が変化しなかったときに収束したと判定して, 収束までの総反復回数を求めた. 乱数により試行のたびに反復回数が変わるため, 同じデータに対して 10 回の試行を行った平均を計算した. この結果より, 提案手法は数回の反復で収束し, 計算時間も高速であることがわかる. それに対して RANSAC では解が収束するまでに多くの反復が必要なことから提案手法と比べて多くの計算時間がかかっている. また Yu らの方法は多くの反復と計算時間がかかることがわかる.

6.3 実画像実験

実画像から抽出したエッジ点列に対して提案手法と誤差の変化角度のみを用いた既存手法の当てはめ過程を比較した. 図 7 (a) は入力画像, 図 7 (b) は canny オペレータによって抽出したエッジ点列のうち連結した点列の長さが 50 点以上の点列を示す. 本実験では, 図 7 (b) で青色で示す連結した点列を入力点列とした. 図 7 (b) で選択した点列を入力として Fitzgibbon らの手法によって当てはめた楕円

表 1 計算時間と反復回数の比較. 計算時間 [msec](反復回数)

	提案手法	RANSAC	Yu らの手法
データ (1)	3 (5)	41 (111)	48 (20)
データ (2)	6 (5)	61 (113)	144 (48)
データ (3)	5 (5)	108 (151)	128 (13)
データ (4)	3 (3)	72 (253)	772 (261)
データ (5)	6 (4)	80 (232)	260 (47)
データ (6)	3 (4)	59 (218)	208 (72)
データ (7)	8 (9)	42 (148)	52 (8)
データ (8)	2 (3)	56 (341)	352 (157)
データ (9)	6 (8)	68 (134)	256 (71)

を 図 7 (c) に示す. 図 8, 図 9 は 図 7 (c) の楕円当てはめの結果を用いて既存手法と提案手法を適用して選択した点列と楕円の当てはめ結果を示す. 図 8 (a), 図 9 (a) は 図 7 (c) より得られる誤差グラフを示す. グラフでは, 誤差グラフを黒線, 選択された部分弧を青線, 当てはめた放物線を赤の破線で示す. 図 8 (b), 図 9 (b) は誤差グラフより選択した点列を示し, 図 8 (c), 図 9 (c) に選択した点列を用いた楕円の当てはめ結果を示す.

既存手法では, 図 8 (a) より, 誤差のピーク値付近の変化が最も緩やかな部分弧を選択するため, アウトライアを含む誤差グラフのピーク値が横這いの部分弧を選択してしまい, 図 8 (b) に示す凸形状に並んだのアウトライア点列を

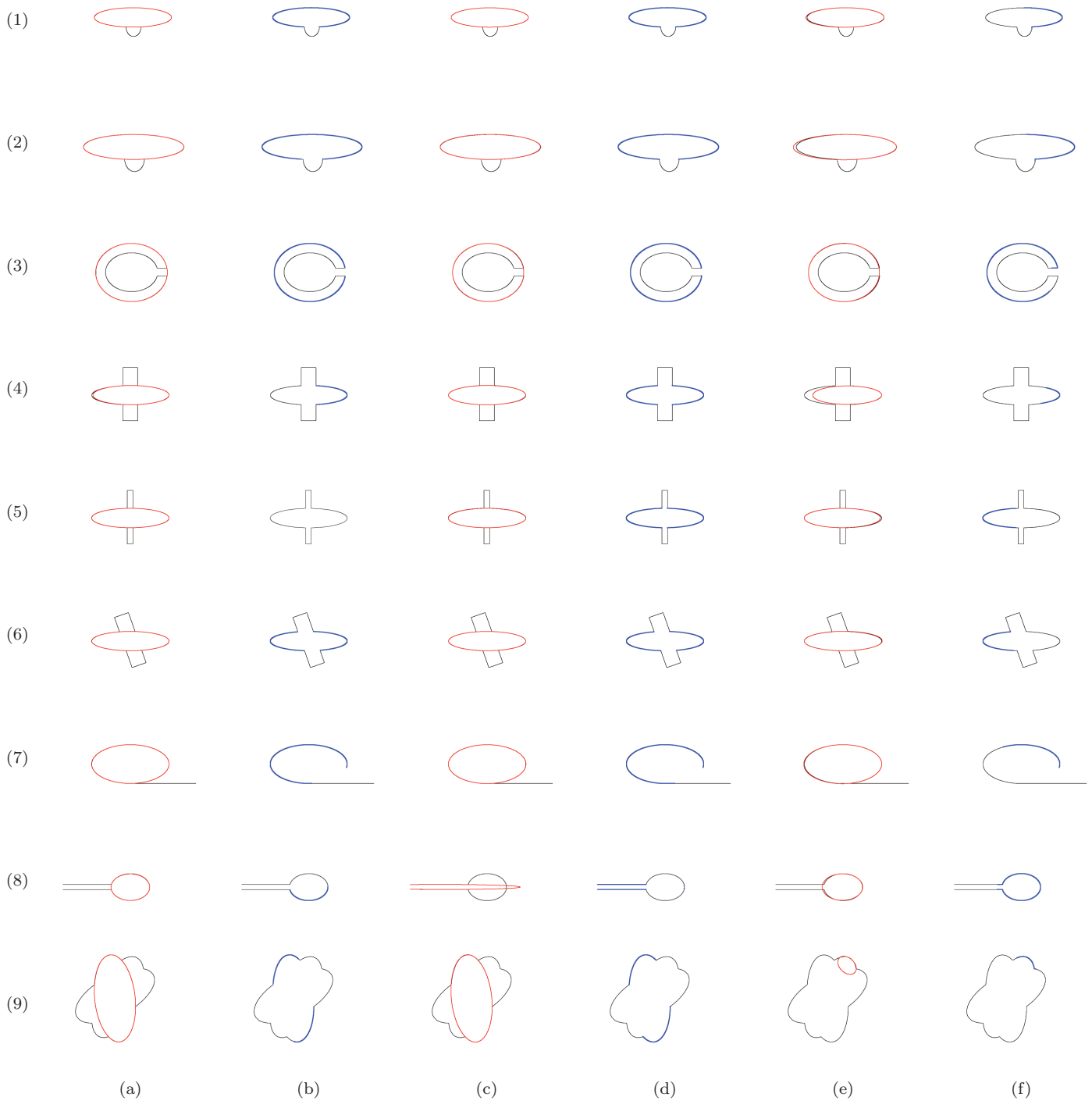


図 6 さまざまなデータへの楕円当てはめの結果の比較. (a) 提案手法で得られた楕円. (b) (a)の楕円当てはめに使用した点列. (c) RANSAC で得られた楕円. (d) RANSAC でインライアと判定された点列. (e) Yu らの方法で得られた楕円. (f) (e) の楕円当てはめに使用した点列.

選択してしまう。

提案手法を適用し楕円当てはめに用いる点列を選択した場合、図9(a)で示す誤差グラフへの放物線の当てはめ結果より、凸形状のアウトライア点列を示す部分弧を除去し、図9(b)で示す楕円弧点列を選択する。図9(c)より、アウトライアを除去した正しい楕円を当てはめられることを確認した。

7. まとめ

本論文では楕円弧以外の点列が含まれる入力への楕円当てはめのために、入力点列の中から楕円弧以外の点列を除去する新たな方法を提案した。

提案手法は、楕円の当てはめ誤差のグラフへ放物線を当てはめた結果を用いてアウトライアを除去することで、既存手法では除去できない点列を除去し、正しい楕円を当てはめることができる。提案手法は、既存の我々の手法に新たにアウトライア除去の処理を追加する手法であるが、RANSACやYuらの手法と比べて収束までの反復回数と計算時間が少く、RANSACでは正しい楕円が当てはめられない、入力に含まれるアウトライアの割合が大きい場合でもアウトライアを除去し、正しい楕円を当てはめることができる。これらのことをシミュレーション実験と実画像実験を用いて確認した。

謝辞: 本研究の一部は日本学術振興会科学研究費(基盤研究(C) No. 26330192)の助成によった。

参考文献

- [1] W. Chojnacki, M. J. Brooks, A. van den Hengel and D. Gawley, On the fitting of surfaces to data with covariances, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, **22**-11, pp. 1294–1303, 2000.
- [2] M. A. Fischler and R. C. Bolles, Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography, *Comm. ACM*, **24**-6, pp. 381–395, 1981.
- [3] A. Fitzgibbon, M. Pilu, and R. B. Fisher, Direct least squares fitting of ellipses, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, **21**-5 pp. 476–480, 1999.
- [4] K. Kanatani, *Geometric Computation for Machine Vision*, Oxford University Press, Oxford, U.K., 1993.
- [5] 金谷健一, 形状CADと図形の数学, 共立出版, 1998.
- [6] K. Kanatani and Y. Sugaya, Unified computation of strict maximum likelihood for geometric fitting, *J. Math. Imaging Vis.*, **38**-1, pp. 1–13, 2010.
- [7] K. Kanatani, A. Al-Sharadqah, N. Chernov, and Y. Sugaya, Renormalization Returns: Hyper-renormalization and Its Applications, *Proc. 12th Euro. Conf. Comput. Vis.*, **3**, pp. 385–398, 2012.
- [8] Y. Leedan and P. Meer, Heteroscedastic regression in computer vision: Problems with bilinear constraint, *Int. J. Comput. Vision*, **37**-2, p. 127–150, 2000.
- [9] 益崎智成, 菅谷保之, 点列の連結性を考慮したアウトライアを含むデータへの楕円当てはめ, *情報処理学会研究報告*, 2014-CG-157-6, pp. 1–8, 2014.

- [10] J. Matei and P. Meer, Estimation of nonlinear errors-in-variables models for computer vision applications, *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, **28**-10, pp. 1537–1552, 2006.
- [11] 岡部光生, 金谷健一, 太田直哉, 楕円成長法による円形物体の自動検出, *電子情報通信学会論文誌 D-II*, J85-D-II-12, pp. 1823–1831, 2002.
- [12] Y. Sugaya, Ellipse dDetection by combining division and model selection based integration of edge points, *4th Pacific-Rim Symposium on Image and Video Technology(PSIVT)*, pp. 64–69, 2010.
- [13] Yu Qiao, and S. H. Ong, Arc-based evaluation and detection of ellipses, *Journal of Pattern recognition*, **40**-7, pp. 1990–2003, 2007.

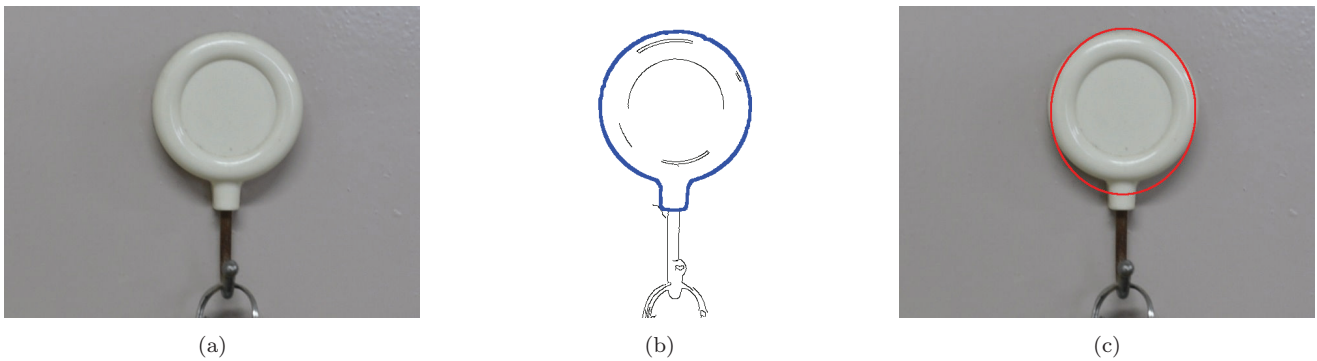


図 7 入力データ. (a) 入力画像. (b) エッジ画像. (青点:当てはめに使用した点列) (c) (b) の点列を用いた楕円の当てはめ結果

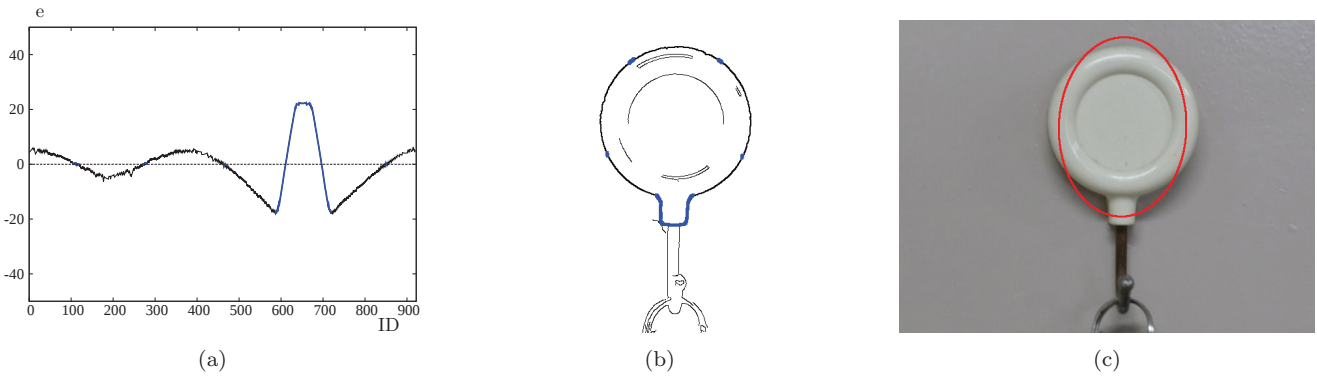


図 8 既存手法の点列選択結果. (a) 図 7 (c) より得られる誤差グラフ. (黒線:当てはめ誤差, 青線:選択した部分弧) (b) 選択した点列. (青点:選択した点列) (c) 楕円当てはめ結果.

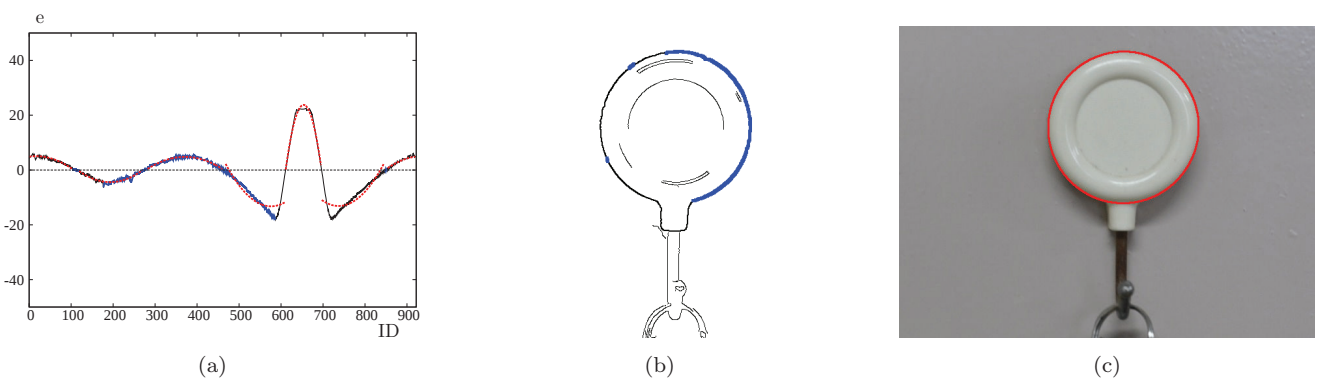


図 9 提案手法の点列選択結果. (a) 図 7 (c) より得られる誤差グラフと放物線. (黒線:当てはめ誤差, 青線:選択した部分弧, 赤破線:当てはめた放物線) (b) 選択した点列. (青点:選択した点) (c) 楕円当てはめ結果.