

## 空間パターン解析を取り入れた磁気共鳴診断装置 (MRI) における 高速シミュレーション手法

田口 順一† 佐藤 晋一† 佐野 耕一†

磁気共鳴診断装置 (MRI) は、核磁気共鳴現象を利用して人体の断層画像を得る医療診断装置で、装置の高画質化、高機能化が重要なテーマとなっており、その開発には、内部で起こる物理現象を正確に捉えるシミュレーションが必要である。従来の MRI シミュレーションでは、1次元の簡単な解析や、2次元平面の解析が主で、3次元現象を扱うと、莫大な演算時間を要し、実行不可能であった。そこで、従来とは桁違いの高速演算を行い3次元現象も扱えるシミュレーション手法を開発した。MRI の物理系は、装置が作る磁場と人体中の磁化からなり、磁化はブロッホ方程式と呼ばれる時間について一階の線形な常微分方程式に従う。したがって原理的には時間と空間を離散化し、1点1点の磁化の挙動を追うシミュレーションができる。従来は、このような1点対応型のシミュレーションをしていたため、3次元現象を扱うと、空間のサンプリング点数が多くなり、演算時間が莫大で実行不可能となっていた。本シミュレーションでは、磁化を集団として扱う従来の擬似信号解析手法を一般化して取り入れ、3次元問題を1次元問題に帰着して従来とは桁違いの高速計算を実現した。本手法の開発により MRI の3次元現象解析も実現可能になり、また、擬似信号の発生過程を踏まえた意味のよく理解できる解析を行えるようになった。

### High Speed Simulation Methods Based on Spatial Pattern Analysis in Magnetic Resonance Imaging

JUN'ICHI TAGUCHI,† SHINICHI SATO† and KOICHI SANO†

Magnetic Resonance Imaging (MRI) provides inner human body images by using nuclear magnetic resonance phenomenon. This paper describes a method of high speed simulation which demonstrates the inner phenomenon of MRI. The physical system of MRI consists of the magnetic fields of the apparatus and the magnetization in human body. The dynamics of the system is described by Bloch equation which is a kind of first order ordinary differential equation. We can then simulate the system, in principle, by dividing time and space and calculating point by point. However, above method becomes impossible to apply to huge sampling points of 3-dimensional space of MRI. We have developed a high speed simulation method that can realize the calculation by using the pattern analysis of magnetizations in the direction of 2-dimensional imaging plane. This high speed method derives from the existence of equal strength of magnetic field plane and the property of linearity. This simulation not only realizes the high speed calculation but also improves the calculational errors and provides analysis of distinguishing normal echo signals and pseudo-echo signals.

#### 1. はじめに

MRI (磁気共鳴診断装置) は、核磁気共鳴現象を利用して人体の断層像を撮影する医療診断装置である。人体中の水素原子核に作用し、水分含有量の分布を画像化するほか、緩和時間の違いを利用して組織間コントラストを上げた画像を得たり、血液が動いていることを利用して造影剤なしの血管撮影をすることができると多機能でフレキシビリティに富んだ装置である。

る。

MRI の撮影原理はよく知られているが、数々の新機能開発、その高画質化を行うにあたり、内部で起こる物理現象を正確に捉え、定量的に評価するためのシミュレーションが必要である。MRI の画質劣化要因は数々あるが、ここでは、撮影操作によって付随的に発生する擬似信号について取り上げ、その解析を行うために開発した高速シミュレーション手法について報告する。

本シミュレーションは、MRI 内部で起こる物理現象を高速に模擬計算するものである。従来は、時間と

† (株)日立製作所システム開発研究所  
Systems Development Laboratory, Hitachi, Ltd.

空間を離散化し、磁化の従うブロッホ方程式に基づいて空間上の1点1点にある磁化の動きを追っていた。しかし、十分な計算精度を確保するには、離散化の幅を細かくする必要があるため、現実的な演算時間と使用メモリの範囲内では、厚みを持った撮影スライス全体を対象にした計算はできず、1平面内を対象にしたシミュレーションしかできなかった。

本シミュレーションは、空間上の1点1点にある磁化の動きを追う代わりに、磁化を集団として扱い、全体の作る空間パターン変化を追うものである。磁化を集団として扱う手法は、すでに擬似信号解析手法として従来から知られている<sup>11-3)</sup>。ここでは、この解析法を、シミュレーションに適用できるように、位相項を加え線形代数の形式に一般化した。本手法の適用で、3次元空間全体を対象とした現象解析であっても、撮影平面上にある磁化全体の空間パターン変化を少数のパラメータ値で一度に捉えることができ、残りスライス軸方向の1次元のみサンプリングして面方向のパターン変化を表すパラメータ値を計算するだけとなり、桁違いの3次元高速シミュレーションができるようになった。

以下、本論文では、第2章でMRIの物理系と基礎方程式について述べ、第3章で、従来のシミュレーション手法とその問題点、第4章で、主題である本シミュレーションの解析手法、第5章で、擬似信号解析を行った例について述べる。

## 2. MRI の基礎

### 2.1 MRI の撮影原理

MRI装置は、静磁場、傾斜磁場、高周波磁場の3種の磁場を発生する。静磁場は、強力な均一磁場で、人体中に磁化を発生させる。傾斜磁場は、位置に比例した磁場強度を持ち、場所ごとに磁化の回転振動数を変えて位置を区別する。高周波磁場は、帯域を持たせた振動磁場で、磁化に摂動を与え共鳴させる。静磁場は一定であるが、傾斜磁場と高周波磁場は必要に応じて任意の時刻で印加できる。MRI装置は、傾斜磁場と高周波磁場で特定のスライス内の磁化を共鳴励起し、傾斜磁場で励起した磁化に場所ごとの個性を持たせ、磁化の放射する電磁波を観測し、逆値問題を解いて画像化するものである<sup>4)</sup>。

### 2.2 ブロッホ方程式

磁化の状態は、以下のブロッホ方程式に従い変化する。以下の式は、簡単のため回転座標系を用い、緩和

項を無視した(緩和項の扱いは、文献5)参照)。

$$\begin{aligned} (d/dt)\mathbf{M}(x, y, z, t) \\ = (2\pi \cdot f(x, y, z, t) \cdot \mathbf{A} + \omega(t) \cdot \mathbf{B})\mathbf{M}(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$f(x, y, z, t) = \gamma \cdot (Gx(t) \cdot x + Gy(t) \cdot y + Gz(t) \cdot z) \quad (2)$$

$$\mathbf{M}_0 = (0, 0, 1)$$

$\mathbf{M}(x, y, z, t)$ : 位置  $(x, y, z)$ , 時刻  $t$  における磁化, (大きさと同方向のあるベクトル)。

$\mathbf{M}_0$ : 磁化の初期状態。

$f(x, y, z, t)$ : 傾斜磁場による磁化の回転振動数。

$Gx(t), Gy(t), Gz(t)$ : 時刻  $t$  における  $x, y, z$  方向の傾斜磁場強度。

$\gamma$ : 磁気回転比。

$\omega(t)$ : 高周波磁場の振幅変調波形を表す関数。

### 2.3 ブロッホ方程式の解

磁化  $\mathbf{M}(x, y, z, t)$  は、内部自由度が3の大きさと同方向を持ったベクトルで、3次元空間上に分布し、位置を変えないがベクトルの大きさと向きを変える。緩和を無視した(1)式のブロッホ方程式を解くと、ある撮影操作を開始してから終了するまでの時刻  $T_1$  から  $T_2$  までの間に磁化は、

$$\mathbf{M}(x, y, z, T_2) = \mathbf{R}(x, y, z) \cdot \mathbf{M}(x, y, z, T_1) \quad (3)$$

と、3行3列の回転マトリクス  $\mathbf{R}(x, y, z)$  を作用したように変化する。 $\mathbf{R}(x, y, z)$  は  $T_1, T_2$  にも依存するが以下略記する。 $\mathbf{R}(x, y, z)$  の具体的な形は、撮影操作に依存したパラメータ  $f(x, y, z, t)$  と  $\omega(t)$  の値で決まる。以下、撮影操作ごとに解の形について簡単に述べる。

MRIの撮影操作は、大別すると2つある。1つは、傾斜磁場を単独で印加する操作で、このときのブロッホ方程式は解析的に解ける。解として求まる回転マトリクス  $\mathbf{R}(x, y, z)$  は、磁化を  $z$  軸回りに回転させ、 $x-y$  平面の位相を変化させる。位相変化  $\theta(x, y, z, t)$  は、

$$\theta(x, y, z, t) \equiv 2\pi \int f(x, y, z, t) dt \quad (4)$$

である。

もう1つの撮影操作は、核磁気共鳴を起こす操作で、傾斜磁場と高周波磁場を同時に印加する。このと

きのブロッホ方程式は、解析的に解けず、ルンゲクッタ・ギル法等の数値的な解法を用いる。解となる回転マトリクス  $\mathbf{R}(x, y, z)$  は共鳴の性質を持つ。共鳴する場合は、摂動となる高周波磁場の波形  $\omega(t)$  に、磁化の回転振動数  $f(x, y, z, t)$  と一致する振動数成分がある場合で、このときの回転マトリクス  $\mathbf{R}(x, y, z)$  は磁化の  $z$  軸成分を  $x$ - $y$  成分に変えるような項を持つ。共鳴しない場合は、単に傾斜磁場を印加したときと同じで、回転マトリクス  $\mathbf{R}(x, y, z)$  は磁化の位相を変えるのみである。

#### 2.4 解を求める難しさ

以上で簡単に記したブロッホ方程式の解は、1操作の解を求めるだけならば、その操作の傾斜磁場方向に個性のある解を求めるだけの1次元問題なので演算時間はさほどかからない。しかし、傾斜磁場方向の異なる操作を3回以上重ねると、3次元方向すべてに個性を持った解となり、演算時間が問題となる。単純に空間をサンプリングして計算すると、3章で述べるように演算点数が多く実現不能となる。そこで、4章で述べるように空間全体のパタン変化を追うような工夫が必要となる。

#### 2.5 撮影シーケンスと擬似信号の発生

MRI の撮影の基本は、撮影スライス内の磁化を選択的に共鳴励起し、傾斜磁場によって磁化の振動数と位相に位置に応じた差を持たせ、励起した磁化の放出する電磁波を観測することにある。実際の撮影では、静磁場の不均一をキャンセルするために撮影スライス内の磁化を選択的に 180 度反転させる操作を加えたり、傾斜磁場の印加タイミングや各操作の組合せを工夫して新しい機能を実現したり、MRI の撮影操作を記述するシーケンスはいろいろ考えることができる。ところが、共鳴励起などの撮影操作では物理系で拘束された不完全性があり、人間が考えるほど理想的に磁化を制御できず、撮影シーケンスを自由に組むと、思わぬ擬似信号が発生し、得られた画像に擬似信号の影響によるアーチファクトが出現する可能性がある。このため、実際のシーケンスを作成する場合には、擬似信号の発生を抑える注意が必要である。

擬似信号が問題となる典型的な例として、図 1 に 2 エコー撮影シーケンスを示す。図の横軸は時間を表し、縦軸は各磁場の印加波形と発生するエコー信号を表す。なお、エコー信号とは、励起した磁化の位相がそろって再び励起直後のような大きな信号が得られたもので、MRI では、エコー信号を計測して画像を得

る。図 1 のシーケンスでは励起から計測までの時間が異なる 2 つのエコー信号を計測し、緩和による組織間コントラストの異なった 2 種類の画像を撮影する。図で示した部分の撮影動作は 1 サイクルに対応し、通常の  $256 \times 256$  のマトリクスを持つ撮影では、すべてのデータをとるまでにこのサイクルを 256 回繰り返す。

図 1 の撮影シーケンスの場合、第 2 エコーのそばで擬似エコーが発生する。第 2 エコーの信号を計測すると、近くの擬似エコーまで含めて計測してしまうため、画像にミラーアーチファクトと呼ばれる以下反対の擬像が生じる。ミラーアーチファクトの元である擬似エコーの発生原因は、撮影スライス内の磁化を均一に 180 度回転させる操作が不完全なことによる。4章で見ると、擬似エコーの発生過程を詳しく追うこともできるし、対策として、傾斜磁場の印加量を調整して擬似エコーを計測時間外に追い出すこともできる。しかし、図 1 のような簡単なシーケンスならば擬似エコーを追い出す対策も容易だが、もっと複雑なシーケンスの場合、すべての擬似エコーを追い出すことが難しくなる。そこで、擬似エコー信号の大きさなどを評価するシミュレータが必要となる。

### 3. 従来のシミュレーション方法とその問題点

#### 3.1 時空間を離散化する計算法

MRI のシミュレーション方法で最初に考えられることは、MRI で起こっていることをそのまま離散的に扱って再現する方法である。空間的なサンプリングと時間と分割を行い、空間上の一点一点について、(1)式の微分方程式を十分短い時間の差分方程式に置

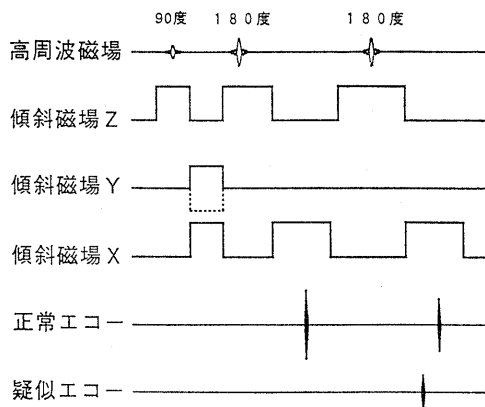


図 1 2 エコー撮影シーケンス  
Fig. 1 2 echoes imaging sequence.

き換えて数値的に追っていく方法である。しかし、このような方法では、現象を正確に捉えるためには十分な空間的サンプリングと時間的な分割を行うことが必要で、使用するメモリと、演算時間が膨大になる。以下に、図1の2エコーシーケンスの場合についてその概算値を示すが、ほとんど実現不可能なオーダーである。

空間的なサンプリング：サンプリング不足による折り返しの生じない程度の細かさが必要。

読みだし方向 (X 方向)：分解能の 1/20 程度、

X 方向全体で  $5 \times 10^3$  点、

エンコード方向 (Y 方向)：分解能の 1/4 程度、

Y 方向全体で  $10^3$  点、

スライス方向 (Z 方向)：スライス厚で 100 点、

Z 方向全体で  $10^3$  点、

3次元空間全体で合計 計  $5 \times 10^9$  点

時間的な分割：プロット方程式をルンゲクッタ等で数値的に解くための分割時間は、 $10 \mu\text{sec}$  程度が必要。図1の場合、全分割数は  $2 \times 10^6$ 。

合計の演算回数： $10^{16}$  回程度の数値積分。1回の数値積分は 10 Flops 程度。

演算時間：1 MFlops のワークステーションで  $10^{11}$  秒 (3,000 年)。

### 3.2 回転マトリクスを求め利用する計算法

MRI の撮影の各操作に対応してプロット方程式を解くと、2章で述べたように磁化に回転マトリクスを作用した解が得られる。回転マトリクスを求める計算は、全体の演算からするとわずかで無視できるため、これを利用すると演算時間が大幅に削減できる。3.1節で述べた細かく時間を区切って計算する方法に比べ、演算を操作単位に行うようになったことから演算回数が1,000分の1になり、演算も数値積分から行列計算に変わったことで数十分の1、合計する数万分の1の時間短縮となる。このように大幅に時間短縮をしても、 $5 \times 10^9$  個の空間的なサンプリング点で  $2 \times 2$  のマトリクス計算を  $2 \times 10^3$  回行う程度の演算が必要である。演算時間は、1 MFlops のワークステーションで  $5 \times 10^7$  秒程度 (3カ月) と膨大である。

### 3.3 従来方式の限界

以上、空間上の1点1点で磁化の状態変化を追うタイプのシミュレータは、3次元的な構造を持つものに対しては、メモリと演算時間が莫大で、実現不可能である。そこで従来は、3次元的な構造を持つものを評価できず、特定のスライス面のみに着目して2次元面

内のみのシミュレーションを行うか、いくつかのスライス面の計算を行ってスライス方向の現象を定性的に理解するか、スライス方向の高周波磁場による回転マトリクスの成分をプロットしておよその見当を付けるかなどを行っていた。

なお、上記方法では、たとえ、演算時間等の現実的な制約がなく計算できたと仮定しても、正常信号と擬似信号を混在させて計算結果を出力するので、擬似信号のみをとりだしてオーダーを評価することなどが簡単にはできない。したがって、単に現実的な時間で演算する目的だけでなく、意味を良く理解して解析することも必要で、擬似信号の発生過程を踏まえた解析手法が求められてきた。

## 4. 空間パターン解析を取り入れた計算法

### 4.1 均一な磁化密度分布の仮定

MRI 内部では、3次元的な空間上の各点に、大きさや方向の内部自由度3を持った磁化ベクトルが密度  $\rho(x, y, z)$  で分布している。シミュレーションでは、一度、空間的に均一な磁化分布を仮定して解析する。具体的な形を持った物体を解析するときは、必要に応じてあとから磁化密度  $\rho(x, y, z)$  をかけることにする。

以下、空間的に均一な磁化の分布を仮定し、磁化ベクトルの初期状態を、 $z$  軸を静磁場の方向にとり、 $\mathbf{M}(x, y, z, 0) = (0, 0, 1)$  とする。

### 4.2 空間パターンを表現する基底

各点に分布する磁化ベクトルを、1点から空間全体に視点を映し、集団として捉えると、各点に位置して大きさや方向の内部自由度3を持つ磁化ベクトルが空間的なパターンを作り、MRI の諸操作によって、空間パターンを変化させることがわかる。磁化ベクトルを以下のような基底で表現すると、4.3節で述べるように、磁化ベクトルの空間パターンが集団として変化する様子を簡単に解析できるようになる。

$$\mathbf{E}(H_1) = \begin{pmatrix} \cos(H_1) \\ \sin(H_1) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}(H_2) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(H_2) \end{pmatrix} \quad (6)$$

磁化ベクトル  $\mathbf{M}(x, y, z, t)$  の  $x$ - $y$  平面上の射影成分は、横磁化といわれ、 $z$  軸成分は縦磁化といわれる。特定の位置に着目すると、 $\mathbf{E}(H_1)$  は、位相  $H_1$  を持った横磁化を表し、 $\mathbf{Z}(H_2)$  は、振幅位相  $H_2$  を持つ

た縦磁化を表す. なお, 振幅位相  $H_2$  は縦磁化の強度を決める位相なので, このように名付けた. ここで, 一点から空間全体に視点を移す. 位相  $H_1$ , 振幅位相  $H_2$  は, ともに位置  $(x, y, z)$  と時間  $t$  の関数で,  $H_1, H_2$  の関数形を決めると  $\mathbf{E}(H_1), \mathbf{Z}(H_2)$  は, 空間上の磁化を一度にパターン表現したものになる.

簡単な例を挙げる.  $H_1(x, y, z, t) = Gx \cdot x$  とすると, (5)式により  $\mathbf{E}(H_1)$  は, 各点に置かれた磁化ベクトルが位置  $x$  に比例して,  $z$  軸を中心とした反時計回りの位相を持つ空間パターンであることがわかる. このように,  $H_1, H_2$  の関数形を決めるだけで, 空間全体にわたる磁化ベクトルの状態を記述できることが, この基底表現の大きな特徴である.

4.3 磁化の空間パターン展開

磁化ベクトル  $\mathbf{M}$  を, (5), (6)式の重ね合わせで表現すると, 空間全体にわたるパターンを (5), (6)式の基本パターンの重ね合わせとして捉えることができる.

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \mathbf{E}(H_{1i}) + \sum_{j=1}^n b_j \cdot \mathbf{Z}(H_{2j}) \tag{7}$$

ここで,  $i, j$  は磁化の状態を解析する際に生じる  $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{Z}$  の項を順序付けた番号である.

位相  $H_1$ , 振幅位相  $H_2$  は, 位置  $(x, y, z)$  と時間  $t$  の関数であるが, 磁化  $\mathbf{M}(x, y, z, t)$  の歩んできた歴史を反映するので, ヒストリーと呼ばれる. (7)式の展開は, 磁化ベクトルの状態を, ヒストリーを陽に含んだ形式で表現するので, ヒストリー展開と名付けることにする. なお, 磁化の初期状態  $\mathbf{M}(x, y, z, 0)$  は, 定義により,  $\mathbf{Z}(\pi/2)$  である. 後に述べるように1つの  $\mathbf{E}$  や  $\mathbf{Z}$  の項は, 高周波磁場の印加の度に3つの項に分離し, (7)式のような重ね合わせの表現になる.

4.4 傾斜磁場の作用

傾斜磁場は(4)式で示したように, 横磁化成分の位相を変え, 縦磁化成分には作用しない. 傾斜磁場の印加で磁化ベクトルが位相回転  $\theta$  を起こすときの回転マトリクスを  $\mathbf{G}_\theta$  と記すと, (5), (6)式で表した各基底は, 以下のように変化する.

$$\mathbf{G}_\theta \cdot \mathbf{E}(H_1) = \mathbf{E}(H_1 + \theta) \tag{8}$$

$$\mathbf{G}_\theta \cdot \mathbf{Z}(H_2) = \mathbf{Z}(H_2) \tag{9}$$

なお, 位相回転  $\theta$  は, 位置  $(x, y, z)$  と傾斜磁場の強度  $(G_x, G_y, G_z)$ , 各傾斜磁場の印加時間  $(T_x, T_y, T_z)$  に依存する. このとき, 位相回転  $\theta$  は, (4)式より,

$$\theta = 2\pi \cdot \gamma \cdot (G_x \cdot x \cdot T_x + G_y \cdot y \cdot T_y + G_z \cdot z \cdot T_z)$$

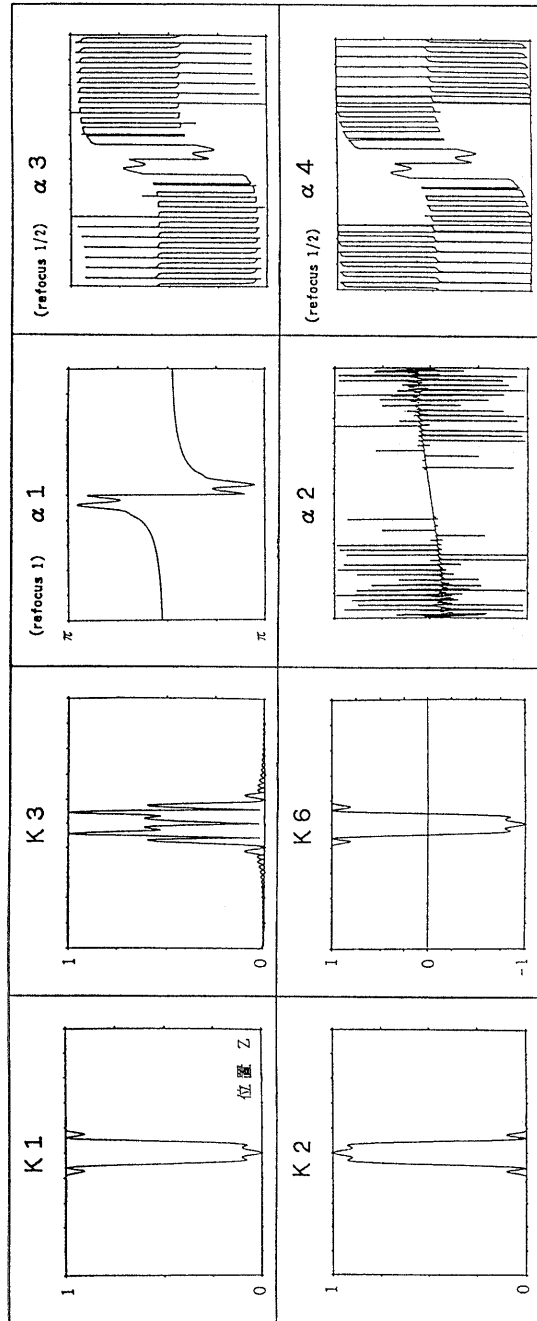


図 2 方程式(11), (12)の各パラメータ値  
Fig. 2 Parameter values of Eqs. (11), (12).

(10)

となる。位相回転  $\theta$  のオーバは、信号計測時に分解能あたり  $2\pi$  の位相差がつくことから、 $Gx=0.3\text{ G/cm}$ ,  $Tx=8\text{ msec}$ ,  $x=1\text{ mm}$  の条件で、 $\theta=2\pi$  となる。

#### 4.5 高周波磁場の作用

高周波磁場は、2.3 節で述べたように磁化回転マトリクス  $\mathbf{R}$  で表現できる。(5), (6) 式で定義した各基底に回転マトリクス  $\mathbf{R}$  を作用すると以下になる。

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{E}(H) = k_1 \cdot \mathbf{E}(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \mathbf{E}(-H + \alpha_2) + k_3 \cdot \mathbf{Z}(H + \alpha_3) \quad (11)$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{Z}(H) = k_4 \cdot \mathbf{E}(H + \alpha_4) + k_5 \cdot \mathbf{E}(-H + \alpha_5) + k_6 \cdot \mathbf{Z}(H) \quad (12)$$

ただし、 $\mathbf{R}$  が回転マトリクスであることから、 $k_4 = -k_5 = -k_3/2$ ,  $\alpha_4 = \alpha_5$ ,  $|K| \leq 1$  なる関係がある。

以上の式は、磁化を集団として眺めた場合、(5), (6) 式で定義した空間パタンの基底が、高周波磁場による回転で、3つの空間パターンに分離したことを示す。パラメータ  $k$ ,  $\alpha$  は、スライス位置  $z$  と高周波磁場波形に依存する。具体例として図2に、高周波磁場波形が  $\sin(t)/t$  の関数で  $-3/2\pi \leq t \leq 3/2\pi$  の時間間隔だけ印加し、スライス中心部付近が  $180$  度回転する印加強度に設定した場合の各パラメータ値を示す。図2の横軸は  $z$  軸方向の位置、縦軸はパラメータ値を表す。理想的な場合、各パラメータ値は、スライスの内側で、 $k_2=1$ ,  $k_6=-1$ , 他は  $0$ , スライスの外側で、 $k_1=k_6=1$ , 他は  $0$ , となることが要求されるが、実際には、図2で見ると、理想的な場合で  $0$  となるべき項が  $0$  とはならず比較的大きな値を持っている。それが擬似エコーの発生原因となるため、図2からは擬似エコー発生程度が大きいと推定できる。

以上、(11), (12) 式は、文献 1)~3) 記載の磁化を集団として扱った特殊な式を一般化したもので、この式の導出により実際の高周波磁場を印加した場合の擬似エコー解析が可能になった。また、(11), (12) 式は、一般に内部自由度  $3$  を持った系が、線形代数で表せる作用を受けた場合に成立するため、本空間パターン解析手法は、他の系へ応用できる可能性もある。

## 5. シミュレーション例

### 5.1 MRI 信号の解析例

以上のヒストリー展開を用いると、MRI の撮影操作によって得られる正常エコー信号や擬似エコー信号について、発生過程を踏まえた解析が容易に行える。一例として、図1の2エコー計測シーケンスについて

解析した場合を以下に示す。なお、図1の横軸は時間、縦軸は各磁場の印加状態と信号の状態を示す。

磁化の初期状態はすべての磁化が  $\mathbf{Z}$  方向を向いている  $\mathbf{Z}(\pi/2)$  から始まる。最初の操作は、スライス中心部の磁化を  $90$  度回転させる高周波磁場である  $90$  度パルスを印加することで、このとき、磁化はスライス方向  $\mathbf{Z}$  に依存した回転  $\mathbf{R}^{90}(z)$  を受け以下のように成分が分離する。

$$\mathbf{R}^{90}(z) \cdot \mathbf{Z}(\pi/2) = k_4^{90}(z) \cdot \mathbf{E}(\pi/2 + \alpha_4(z)) + k_5^{90}(z) \cdot \mathbf{E}(-\pi/2 + \alpha_5(z)) + k_6^{90}(z) \cdot \mathbf{Z}(\pi/2) \quad (13)$$

(12) 式は、 $k_4^{90}(z) = -k_5^{90}(z)$ ,  $\alpha_4(z) = \alpha_5(z)$  より、以下にまとめられる。

$$\mathbf{R}^{90}(z) \cdot \mathbf{Z}(\pi/2) = 2 \cdot k_4^{90}(z) \cdot \mathbf{E}(\pi/2 + \alpha_4) + k_6^{90}(z) \cdot \mathbf{Z}(\pi/2) \quad (14)$$

次の操作で傾斜磁場を印加し、(7) 式に基づいて  $\mathbf{E}$  の項の位相が変化する。次に  $180$  度パルス印加し、 $\mathbf{E}$  の項は強度  $k_1^{180}(z)$ ,  $k_2^{180}(z)$ ,  $k_3^{180}(z)$  の3つの項に分離し、 $\mathbf{Z}$  の項も  $k_4^{180}(z)$ ,  $k_6^{180}(z)$  の2つの項に分離する。以下同様に、傾斜磁場印加による位相変化と、 $180$  度パルス印加によるヒストリー展開項の分裂を繰返し、最終的に全部で  $14$  項のヒストリー展開項が現れる。

### 5.2 正常エコー信号の場合 (図3)

全部で  $14$  項ある2エコーシーケンスのヒストリー展開項の中で、正常な第2エコー信号の発生する過程は  $1$  項だけである。はじめの  $90$  度パルスで横磁化成分となり、 $180$  度パルスで位相を反転した横磁化、次の  $180$  度パルスでさらに位相を反転した横磁化になる過程である。強度は、はじめの  $90$  度パルスで  $2 \cdot k_4^{90}(z)$ , 次の  $180$  度パルスで  $k_2^{180}(z)$ , 2回目の  $180$  度パルスで  $k_2^{180}(z)$  である。おのおの掛け合わせ、強度係数は  $2 \cdot k_4^{90}(z) \cdot k_2^{180}(z) \cdot k_2^{180}(z)$  となる。図3に強度係数を示す。

### 5.3 擬似エコー信号の場合 (図4)

全部で  $14$  項ある2エコー撮影シーケンスのヒスト

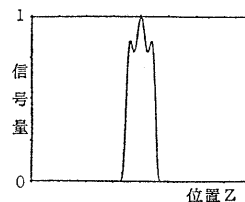


図3 正常エコー信号  
Fig. 3 Normal echo signal.

り展開項の中で、 $E$ の項が9項である。1項が正常エコー信号を表し、残り8項が擬似信号を形成する。

その中で、ミラーアーチファクトの原因となる擬似エコー信号を発生する項はただ1つである。90度で横磁化となり、180度で縦磁化、次の180度で再び横磁化となる過程を受けた成分である。強度係数は  $2 \cdot k_4^{90}(z) \cdot k_3^{180}(z) \cdot k_5^{180}(z)$  で、図4に示す。

#### 5.4 演算時間

以上のヒストリー展開を用いた上記解析を行うための演算時間は、1 MFlops のワークステーションで1秒程度である。また、上記信号解析だけでなく、シミュレーションで画像を高速に計算することも可能である。例えば、任意の密度分布を持った物体を仮定してシミュレーションする場合、演算時間は上記ワークステーションで20分程度と見積られる。また、簡単のため、物体として斜方体のファントムを定義すると、得られる信号が直接積分できるのでほとんど演算時間の追加がなく、全部で1秒程度の演算で終わる。なお、この方法は、2次元面方向の空間をサンプリングすることを不要にしたため、単に演算時間を格段に短くするだけでなく、面方向のサンプリングをすることから生じる誤差をなくし、計算精度も向上する。

## 6. 考 察

2.4節で述べたように、1操作だけならば、1次元問題であり演算時間は問題でない。多くの操作を行う場合でも、傾斜磁場の印加による位相操作だけならば、解析的に解けるためシミュレーションを行う必要もない。また、共鳴操作だけならば、スライス軸方向の1次元問題であり、何回操作してもスライス方向の1次元に留まり演算時間の問題はない。実際には、共鳴操作のほか、スライス軸と直交した傾斜磁場の印加による位相操作も加わるため3次元問題になり演算時間が問題となる。

傾斜磁場による位相操作が解析的に解けることを利用し、うまくスライス軸と直交した撮影平面内の個性

を数少ないパラメータで表現し、そのパラメータ変化を追っていくことができれば、この問題はスライス方向の1次元問題に帰着でき、大幅な時間短縮を行うことができる。平面内の個性を数少ないパラメータで表現するには、面方向に固有の空間パターンを見つけ、その関数系で展開する必要がある。

MRIの場合、計測信号をフーリエ変換すると、画像になる。裏を返せば、画像を逆にフーリエ変換したものを観測している。したがって画像を逆フーリエ変換したようなメカニズムや固有の空間パターンが存在する。基底  $E(H_1)$ ,  $Z(H_2)$  は、まさにそのような固有の空間パターンを示した基底である。たとえば、(5)式を見ると、位相  $H_1$  が位置により線形に変化する場合、基底  $E(H_1)$  は、磁化の  $x$  成分を実軸に見立て、 $y$  成分を虚軸に見立てると、複素フーリエ変換の基底に相当する。なお、基底  $E(H_1)$ ,  $Z(H_2)$  にはフレキシビリティがあり、位相  $H_1$ ,  $H_2$  の取り方で、歪んだ波も表現できるため、静磁場の不均一などにも対応できる。

以上、本手法はその系に特徴的な空間パターンに着目し、それに応じた基底を取って解析することにより高速演算と意味の良くわかるシミュレーションを実現したものであるといえる。したがって、その考え方の源泉は、振動などでのフーリエ解析や、exponential 的に減衰する系のラプラス変換などに現れている。なお、本解析の核となった(11)、(12)式は、内部自由度3の系に線形な作用を施したときの一般式であるから、本手法は、他の系に応用できる可能性もある。

## 7. ま と め

磁化の集団としての振る舞いに着目し、うまく空間パターンを記述した基底をとって展開したヒストリー展開を導入することにより、高速かつ、意味のよく理解できるシミュレーションを実現した。シミュレーションの対象となる磁化は、3次元空間に分布しているが、撮影操作ごとに、磁化の応答の空間パターンの変化を一度に記述することができた。断層像を撮影する際の撮影面方向については、空間パターンの変化を基底の変数の代数和と代数積で捉えることができ、残りのスライス軸方向についてのみサンプリングして、撮影面方向の空間パターン変化を追うことになった。

通常のシミュレーションでは、3次元空間を離散化して各点各点の挙動を追うため、本擬像解析のような空間的に細かなサンプリングを要求するタイプのシミュレーションを行うことは、メモリと演算時間が莫大

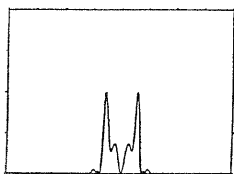


図4 擬似エコー信号  
Fig. 4 Unwanted echo signal.

で従来不可能であった。本シミュレーションは、1次元方向のサンプリングだけでよく、メモリと演算時間の大幅な節約が行えた。

空間全体に現れるパターンに着目して計算すると、演算時間の節約や意味の理解が容易に行えるということは、古くはフーリエ解析やラプラス変換などにその考え方が見受けられる。当初は、1次元データのスカラ量の解析から始まり、現在では、多次元データのスカラ量の解析や、電気回路での複素データ（内部自由度2）の解析など広く用いられている。

本シミュレーションでは、内部自由度3の系で成り立つ線形代数の性質を利用して空間パターンの変化を追った。同様の線形代数の性質は、内部自由度2の系でも成り立つ。また、もっと多くの内部自由度を持つ系にも同様の線形代数の性質がある可能性もある。したがって、本手法は、他の線形現象を扱う系にも応用できる可能性を含んだものであるといえる。

## 参 考 文 献

- 1) Majumdar, S.: Errors in the Measurement of  $T_2$  Using Multiple-Echo MPI Techniques, *Magnetic Resonance in Medicine*, Vol. 3, No. 3, pp. 397-417 (1986).
- 2) Kaiser, R., Bartholsi, E. and Ernst, R.R.: Diffusion and Field-gradient Effects in NMR Fourier Spectroscopy, *J. Chem. Phys.*, Vol. 60, No. 8, p. 2966 (1974).
- 3) Woessner, D.E.: Effect of Diffusion in Magnetic Resonance Spin-Echo Experiments, *J. Chem. Phys.*, Vol. 34, No. 6, pp. 2057-2061 (1961).
- 4) 飯尾正宏監訳: NMR 映像, 医学書院サウンダース (1985).
- 5) 田口順一: MRI 磁気共鳴診断装置における擬似信号解析シミュレーション, 情報処理学会数値解析研究会, 41-3 (1992.6).

## 付 録

### 1. 式(11)の証明

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{E}(H) = k_1 \cdot \mathbf{E}(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \mathbf{E}(-H + \alpha_2) + k_3 \cdot \mathbf{Z}(H + \alpha_3) \quad (11)$$

(11)式が成り立つことを証明する。

$$\mathbf{R} \equiv \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{E}(H) \equiv \begin{pmatrix} \cos(H) \\ \sin(H) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}(H) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(H) \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{E}(H) = \begin{pmatrix} r_{11} \cdot \cos(H) + r_{12} \cdot \sin(H) \\ r_{21} \cdot \cos(H) + r_{22} \cdot \sin(H) \\ r_{31} \cdot \cos(H) + r_{32} \cdot \sin(H) \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$k_1 \cdot \mathbf{E}(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \mathbf{E}(-H + \alpha_2) + k_3 \cdot \mathbf{Z}(H + \alpha_3) = \begin{pmatrix} k_1 \cdot \cos(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \cos(-H + \alpha_2) \\ k_1 \cdot \sin(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \sin(-H + \alpha_2) \\ k_2 \cdot \sin(H + \alpha_3) \end{pmatrix} \quad (19)$$

(11)式が成り立つと仮定する。

(18), (19)式の各成分を比較し, (19)式の成分に三角関数の加法定理を適用すると以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} r_{11} \cdot \cos(H) + r_{12} \cdot \sin(H) &= k_1 \cdot \cos(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \cos(-H + \alpha_2) \\ &= (k_1 \cdot \cos(\alpha_1) + k_2 \cdot \cos(\alpha_2)) \cdot \cos(H) \\ &\quad + (-k_1 \cdot \sin(\alpha_1) + k_2 \cdot \sin(\alpha_2)) \cdot \sin(H) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} r_{21} \cdot \cos(H) + r_{22} \cdot \sin(H) &= k_1 \cdot \sin(H + \alpha_1) + k_2 \cdot \sin(-H + \alpha_2) \\ &= (k_1 \cdot \sin(\alpha_1) + k_2 \cdot \sin(\alpha_2)) \cdot \cos(H) \\ &\quad + (k_1 \cdot \cos(\alpha_1) - k_2 \cdot \cos(\alpha_2)) \cdot \sin(H) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} r_{31} \cdot \cos(H) + r_{32} \cdot \sin(H) &= k_3 \cdot \sin(H + \alpha_3) \\ &= k_3 \cdot \sin(\alpha_3) \cdot \cos(H) \\ &\quad + k_3 \cdot \cos(\alpha_3) \cdot \sin(H) \end{aligned} \quad (22)$$

(20)~(22)式がすべての  $H$  の値について成立するためには以下の式が成り立つ必要がある。

$$k_1 \cdot \cos(\alpha_1) + k_2 \cdot \cos(\alpha_2) = r_{11} \quad (23)$$

$$-k_1 \cdot \sin(\alpha_1) + k_2 \cdot \sin(\alpha_2) = r_{12} \quad (24)$$

$$k_1 \cdot \sin(\alpha_1) + k_2 \cdot \sin(\alpha_2) = r_{21} \quad (25)$$

$$k_1 \cdot \cos(\alpha_1) - k_2 \cdot \cos(\alpha_2) = r_{22} \quad (26)$$

$$k_3 \cdot \sin(\alpha_3) = r_{31} \quad (27)$$

$$k_3 \cdot \cos(\alpha_3) = r_{32} \quad (28)$$

(23)から(28)式までの連立方程式を解く。

$$k_1 = \text{rds}((r_{11} + r_{22})/2, (-r_{12} + r_{21})/2) \quad (29)$$

$$\alpha_1 = \text{ang}((r_{11} + r_{22})/2, (-r_{12} + r_{21})/2) \quad (30)$$

$$k_2 = \text{rds}((r_{11} - r_{22})/2, (r_{12} + r_{21})/2) \quad (31)$$

$$\alpha_2 = \text{ang}((r_{11} - r_{22})/2, (r_{12} + r_{21})/2) \quad (32)$$

$$k_3 = \text{rds}(r_{32}, r_{31}) \quad (33)$$

$$\alpha_3 = \text{ang}(r_{32}, r_{31}) \quad (34)$$

ここで,  $\text{rds}(x, y)$  は, 原点から点  $(x, y)$  までの距離  $\sqrt{x^2 + y^2}$  で,  $\text{ang}(x, y)$  は, 原点から点  $(x, y)$  までの線分と  $X$  軸とのなす角度である。

以上, (11)式が成立すると(29)式から(34)式が成立し, (11)式の右辺のパラメータは左辺の回転マトリク



ス  $R$  の成分で書ける. 逆に (29) 式から (34) 式が成り立つと (11) 式が成立する. したがって (11) 式が証明された.

以上は,  $R$  が一般のマトリクスのおきにも成立する.

## 2. 回転マトリクスの性質

回転には, 回転軸と回転角がある. 回転軸の  $xy$  平面の射影線と  $x$  軸のなす角度を  $\phi$  とし, 回転軸と  $z$  軸とのなす角度を  $\theta$ , 回転角を  $\alpha$  とする. 回転マトリクス  $R(\theta, \phi, \alpha)$  は, 以下のように  $z$  軸回りの回転  $R_z$  と  $y$  軸回りの回転  $R_y$  の積で書ける.

$$\begin{aligned} R(\theta, \phi, \alpha) \\ = R_z(\phi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_z(\alpha) \cdot R_y(-\theta) \cdot R_z(-\phi) \end{aligned} \quad (35)$$

(35) 式を用い, 付録 1 と同様に成分を丹念に計算すると,  $k_4 = -k_5 = -k_3/2$ ,  $\alpha_4 = \alpha_5$ ,  $|K| \leq 1$  であることがわかる.

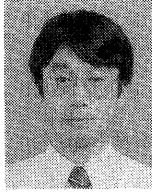
(平成 5 年 3 月 29 日受付)

(平成 5 年 10 月 14 日採録)



田口 順一 (正会員)

1960 年 3 月 9 日生. 1984 年九州大学理学部物理学卒業. 1986 年同大学院物理学専攻修士課程修了. 同年(株)日立製作所入社. システム開発研究所所属. 以来, 核磁気共鳴診断装置 (MRI), STN 型の液晶表示装置の研究開発に従事. 日本磁気共鳴医学会会員.



佐藤 晋一 (正会員)

1957 年 10 月 17 日生. 1982 年東京工業大学大学院総理工学研究所エネルギー科学専攻修士課程修了. 同年(株)日立製作所システム開発研究所に入社. 以後, 医用画像処理の研究開発に従事. 1988 年より(財)新世代コンピュータ技術開発機構に出向. 制約論理プログラミング言語の応用システムの研究開発に従事. 1992 年に日立製作所に帰任. 日本ロボット学会会員.



佐野 耕一

昭和 28 年 12 月 19 日生. 昭和 51 年神戸大学工学部システム工学科卒業. 昭和 53 年同大学院修士課程修了. 同年(株)日立製作所システム開発研究所に入社. 以来, 医療情報システム, CT 画像処理, MR イメージング, 3次元画像処理に関する研究に従事. 現在, IEEE, 電子情報通信学会, 日本 ME 学会, 日本磁気共鳴医学会, 日本自動制御協会などの会員.