

並列実験による疎行列格納法のオンライン自動チューニング

須田礼仁†

東京大学情報理工学系研究科/JST, CREST†

はじめに

情報爆発時代のソフトウェアは、多様化するアプリケーション、多様化するハードウェアとともに、動的に変化し成長するネットワークに適応する能力が求められる。我々は、ソフトウェアが爆発的な多様性に適応する能力を内包し、環境に自らを順応させることにより、望ましい挙動や性能を常に達成できることを目指す技術的パラダイムである「自動チューニング」の研究を進めている。自動チューニング技術の研究には4つの側面がある。

- 適応性の記述容易にしたり、プログラムの知見を表現したりできるプログラミング言語
- 性能や環境情報を収集し、適応的ソフトウェアを適切に駆動するシステムソフトウェア
- 効率的に情報を収集し、有効に最適化を実現するための数理モデルと数理手法
- 個別の環境、最適化基準における具体的なチューニング技術

これら4つの側面のうち、我々は特に3つめの数理に注目して研究を行っている。本稿では、並列計算機における効率的なオンライン自動チューニングの手法として、並列実験に基づく疎行列格納法のオンライン選択を取り上げる。

疎行列格納法

疎行列とは、要素の多くが値として0を持つような行列である。疎行列に関する処理のうち、もっとも基本的なのが疎行列と(密)ベクトルの積(疎行列・ベクトル積)の計算である。これは疎行列を係数とする連立一次方程式を反復解法で解く場合などに必要となる。

疎行列・ベクトル積の計算では、値が0である行列要素は考慮する必要がない。このため、値が0でない要素(非零要素)のみをデータ構造として格納するのが一般的である。

a_{11}	a_{12}		a_{14}	
a_{21}	a_{22}	a_{23}		
		a_{33}	a_{34}	
a_{41}			a_{44}	a_{45}
	a_{52}	a_{53}		a_{55}

行列 A

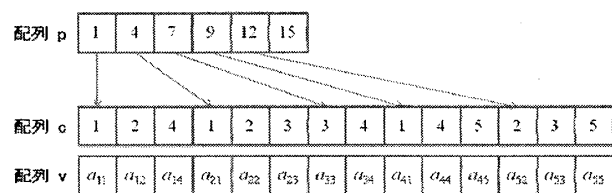


図 1. CRS 形式

図1は疎行列格納形式のひとつである CRS 形式を示している。行列 A の空白の要素は 0 である。行列の非零要素は行番号・列番号でソートされて配列 v に格納されている。配列 c にはこれらの要素の列番号が格納され、配列 p には行列の各行の最初の非零要素が配列 v, c のどこに格納されているか(および全体でいくつの要素があるか)を記録してある。CRS は一般的な疎行列の表現に向いているが、規則的な構造を持つ疎行列に適している DIA とか、構造解析で現れる疎行列に適している BRS など、多様な手法が提案されている。疎行列反復解法ライブラリである Lis¹⁾にはこの CRS をはじめ、多数の疎行列格納方式が実装されており、格納形式間でのデータ構造変換も可能になっている。今回はこのうち CRS, COO, ELL, JDS および 2x2 から 4x4 までの BSR, BSC の中から、与えられた行列とベクトルの積をもっとも高速に実行できる格納形式を実験的に選ぶ問題を考える。

並列実験

著者は 2) において並列計算機における自動チューニングの一般的なモデルについて考察した。今回は、そこで提案した並列実験の手法を、疎行列の格納形式の選択に適用する。

大規模疎行列の計算を MPI を用いて並列計算する場合、疎行列をプロセス数と同じ数の小行列に分割し、各プロセスにひとつの小行列を担

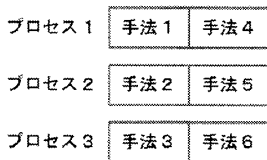
Parallel Experiments for Online Automatic Tuning of Sparse Matrix Storage Formats

† Reiji Suda, Graduate School of Information Science, the University of Tokyo / JST, CREST

当させるのが標準的な手法となっている。このとき従来手法では、すべての小行列 (プロセス) で同一の疎行列格納方式を選択する。Lis の MPI 実装でもこのようになっている。このとき、 K 個ある格納形式の中から、ある行列に対してもっとも高い性能を示す格納方式を実験的に求めるためには、少なくとも K 回の並列実行を行わなければならない (図 2 の a)。



a. 逐次実験



b. 並列実験

図 2. 並列計算機における逐次実験と並列実験

しかし、原理的には各プロセスで異なる格納形式を選択することは可能である。今回はこれを Lis の逐次実装版を各 MPI プロセスから呼び出すことで実現した。MPI プロセス数を P とすると、各プロセスで異なる格納形式を選択することにより、 P 種類の格納形式を一度に試すことができる。これにより、性能評価のための実験の回数を最大 $1/P$ にまで減少させることができる (図 2 の b)。

並列実験による疎行列格納形式の選択

疎行列を P 個の小行列に分割したとき、一般にそれぞれの小行列で性質が異なり、最適な格納形式も異なる。最適な格納形式が小行列ごとに独立であれば並列実験は効率向上に寄与しない。しかし通常は小行列間で何らかの相関があると予想されるので、並列実験により実験効率の向上が期待される。今回は小行列間の相関を数理的にモデル化することなく、次のような簡単な方法で自動チューニングをしている。

1. すべてのプロセスにおいて、最初に COO、つぎに CRS で計算する
2. 他の格納形式に関する実験をラウンドロビン方式でプロセスに割り当て並列実験する
3. 各格納形式の性能を CRS との相対所要時間

と定義し、最高性能の格納形式を選択する以下の実験では、情報爆発プロジェクトで提供されている東工大 TSUBAME アカウントを用いた。プロセス数が 4 の結果を示す。測定性能のばらつきが大きかったため、それぞれ 10 回実行した中央値を求めた。行列はフロリダ大学の疎行列コレクションから選んだ。

表 1. 行列 af23560 での実験結果

	オーバーヘッド	結果の性能
最適化なし	0.017 s	1.77 ms/iter
逐次実験	0.236 s	1.69 ms/iter
並列実験	0.081 s	1.62 ms/iter

表 2. 行列 garon2 での実験結果

	オーバーヘッド	結果の性能
最適化なし	0.015 s	1.49 ms/iter
逐次実験	0.263 s	1.52 ms/iter
並列実験	0.081 s	1.57 ms/iter

実験結果を表 1、表 2 に示す。「結果の性能」は選択された格納形式で 1 回の行列ベクトル積を計算したときの所要時間を、「オーバーヘッド」は、最初から最適な格納形式が選択されていた場合を基準に、格納形式の探索のために生じた追加的な所要時間を示す。行列 af23560 では BSR が有利であり「結果の性能」に示すような性能向上が見られる。並列実験のオーバーヘッドは逐次実験のほぼ $1/3$ である。約 500 回以上計算を反復する場合は並列実験でオンラインで自動チューニングするのが最高性能となる。行列 garon2 では CRS が最適で、自動チューニングしないほうがよい例である。それでも自動チューニングをする場合、並列実験は逐次実験のほぼ $1/3$ のオーバーヘッドで済んでいる。

まとめ

本稿では並列実験による疎行列格納形式の自動チューニングの効率化を示した。今回は非常に素朴な方法を用いているが、今後は小問題間の性能相関をモデル化し手法を精緻化する。

- 1) H. Kotakemori et al., Performance Evaluation of Parallel Sparse Matrix-Vector Products on SGI Altix3700, LNCS 4315, pp. 153-163, (IWOMP 2005).
- 2) 須田礼仁: 並列計算機におけるソフトウェア自動チューニングのための数理モデル、日本応用数学会 2009 年度年会予稿集, pp. 13-14.