

既知構造の単眼視姿勢推定における基本問題

尺 長 健†

3次元物体の幾何モデルが与えられたときに、単眼視画像から物体の姿勢を推定する問題について、位相幾何レベルでの解析結果を述べる。一般に姿勢推定問題は回転推定と並進推定に分離できるが、本稿では、より本質的である回転推定に議論を限定する。取り扱う物体は、剛体を抽象化した概念であるベクトル剛体と、回転自由度1の関節を抽象化した概念である関節ベクトルから構成される任意の物体とする。ベクトル剛体は1組のベクトル集合で定義され、また、関節ベクトルは回転軸に対応するベクトルで定義される。各ベクトル剛体内では接続する関節ベクトルを含めて、角度関係がすべて既知であるものとする。このモデル記述により、物体はベクトル剛体と関節ベクトルで構成されるベクトル拘束グラフと呼ぶグラフで表現でき、従って、1枚の画像から各ベクトル剛体の姿勢を推定する問題も同様の記法で表現できることを述べる。次に、ベクトル拘束グラフで表された姿勢推定問題が可解であるか否かの判定法と、極小かつ可解な問題（基本問題と呼ぶ）を同定する方法を示す。さらに、具体的な基本問題を幾つかの例について示すとともに、基本問題相互の関係を一般的に論じる。特に、実用面から重要なサブクラスである（既知ベクトルを含まない）木構造問題について、すべての基本問題が1つの置換定理によって関連付けられることを示す。また、既知ベクトルを含む基本問題、木構造以外の基本問題についても同様の議論を行う。

Primitive Problems for Pose Estimation of Known 3-d Structures from a Single View

TAKESHI SHAKUNAGA†

This paper formalizes and analyzes problems of estimating a pose from a single view when an object model and a camera model are provided. In general, pose estimation problems can be decomposed into rotation estimation and translation estimation. This paper treats only the first, because the latter becomes trivial when rotation is correctly estimated. For discussing recovery of the rotation of flexible objects, a novel object model called the vector body model is introduced. This model is represented as a graph consisting of vector bodies and joint vectors, both of which are abstractions of a rigid body and a rotational joint. Any object can be represented as a graph, and particular rotation estimation problem from object-image correspondence can be represented as its subgraph. Using this formalization, this paper identifies primitive problems that are solvable but would be unsolvable if any vector in the graph were not available. Problems are analyzed from a combinatorial topological viewpoint. A theorem is proved for identifying tree-structured primitive problems without any known vectors. Primitive problems with known vectors and graph-structured primitive problems are also discussed in a similar manner.

1. はじめに

3次元モデルベースビジョンはコンピュータビジョンの中でトップダウン処理を必要とする問題の1つの典型である。また、3次元形状と画像の接点という意味からも、コンピュータビジョンの重要な分野の1つである。これまでのこの分野の研究では、対象物体を剛体に限定することが多かった^{1)~9)}。また、特に単眼視による剛体姿勢推定においては、19世紀の写真測量学を端緒とする点ベースのアプローチを取ることが

多かった^{5)~7)}。これに対し、画像処理との親和性の観点から、点よりも安定的に存在する線分をベースとした姿勢推定法が、3次元剛体あるいは部分的に並進自由な構造を対象として、幾つか提案されている^{8)~10)}。一方、最近、はさみなどの関節を含む物体の姿勢推定が幾つか報告されているが^{11), 12)}。これらの研究は、姿勢推定の対象となる物体クラスを拡大するという意味で評価できるものの、まだ十分に広いクラスの物体を取り扱えるとは言えず、また、姿勢推定の観点からモデル記述に関する検討も十分ではない。

本稿では、これまで個別に扱われてきたこれらの物体を内包する広いクラスを対象として、単眼視による姿勢推定問題を統一的に論じ、その構造を位相幾何の

† NTT ヒューマンインタフェース研究所
Human Interface Laboratories, Nippon Telegraph
and Telephone Corporation

観点から論じる。ここで、一般に姿勢推定は回転推定と並進推定に分けて考えることができる。ところが、例えば、対象が剛体の場合、回転を正しく推定できれば並進推定はスケール推定問題に帰着できる。(すなわち、長さが既知である1線分の物体-画像対応付けにより解くことができる。)これは、回転推定が並進推定よりも優先すべき問題であることを意味する。本稿では議論を回転推定に限定し、この観点から有効な物体モデル記述を提案するとともに、回転推定問題をグラフ表現で取り扱う。すなわち、このグラフ表現を用いて、3次元モデルベースビジョンの基本となる単眼による回転推定問題の可解性を位相幾何の観点から一般的に論じる。なお、これらの問題に対する計量幾何的解析および解法の具体的構成については別稿で論じることとし、ここでは取り扱わない。

本稿の構成は次のとおりである。2章では、物体モデル記述を提案し、本稿で取り扱う回転推定問題の定義を与える。3章および4章では、一般の位置を仮定した上で問題の可解性(位相的可解性)を論じる。3章では、可解性および基本問題の定義を与えるとともに、基本問題の同定法・可解性判定法を示す。4章では、基本問題を具体的に同定するとともに、基本問題相互の関係を論じる。4章の内容の一部(木構造問題の位相的可解性に関する議論)は文献13)においても論じているが、本稿においては問題の定式化および証明の厳密性に特に配慮している。

2. 物体モデル記述と回転推定問題の定義

2.1 ベクトル剛体と関節ベクトル

従来の3次元モデルベースビジョンの多くは剛体(ある座標系で要素の座標が定義される)を対象としていた。本稿では、剛体を一般化した概念として、有向(単位)ベクトルの集合により以下の意味で定義されるベクトル剛体(vector body)を考える。すなわち、物体中の有向線分に対応する方向ベクトル(単位ベクトルとする)が物体内のある座標系で定義されるとき、この物体をベクトル剛体と呼ぶ。剛体は明らかにこの定義を満たすから、ベクトル剛体に含まれる。ベクトル剛体内に n (≥ 0)本のベクトルが定義されているとき、このベクトル剛体を n ベクトル剛体(n -vector body)と呼ぶ。

n ベクトル剛体内では、 n 本中のあらゆる2本の有向線分に対して、(対応する方向ベクトルの)内積が既知であり、同様に、あらゆる3本の有向線分に対し

て、(方向ベクトルの)スカラー三重積が既知である*。各ベクトルが物体上でどのように定義されるか、また端点が物体上で固定か否かは重要でない。すなわち、3次元物体上の実際の線分に対応してもよいし、また頂点のような特徴点の対を結ぶ有向線分として定義されてもよい。さらに、円筒面の母線のように、画像上では観測可能であるが、物体中心座標系で方向のみを定義できるものでもよい。このように、(剛体としては取扱いが難しい)並進自由な線分を、ベクトル剛体においては固定線分と同様に取り扱うことができる。

現実世界の物体は、剛体と関節の組合せからなると考えられる。ベクトル剛体を要素とする物体クラスにおいても、複数のベクトル剛体を接続するものとして、関節に対応する概念が必要である。このため、関節を抽象化した概念として関節ベクトル(joint vector)を用いる。関節ベクトルは、両側のベクトル剛体がこのベクトルを中心に互いに回転することを許すものであり、単位ベクトルで表される。関節ベクトルは両側のベクトル剛体内(の座標系)で定義可能であり、2つのベクトル剛体に属する特殊なベクトルである。

上記の定義より、ベクトル剛体内の各方向ベクトル間では、関節ベクトルを含めて角度関係(内積およびスカラー三重積)が既知である。なお、関節ベクトルは、実際の関節に対応しなくてもよい。後に具体的な例で示すように、2つのベクトル剛体の相対的回転を許すような拘束を考えることができる場合には、回転軸方向に関節ベクトルを想定できる。関節ベクトルもまた、回転推定という目的からは並進自由である。

2.2 既知/可視/不可視ベクトル

一般に、3次元の方向ベクトルは自由度2を持つ。この自由度2のうち幾つかについて、事前知識等により何らかの理由で拘束を受ける場合がある。本稿では、単眼視による姿勢推定という観点から、ベクトルを以下のように分類する。

まず、あるベクトルが(事前知識により)高々有限個の候補に限定できるとき(すなわち、何らかの理由で2自由度が拘束される場合)、このベクトルは**既知ベクトル(known vector)**であるという。それ以外のベクトルを**未知ベクトル(unknown vector)**という。

* 3次元構造は2(単位)ベクトル間の内積のみを用いても定義することができるが、このようにして定義された構造には右手座標系と左手座標系の選択に対応する自由度が1つ残る。スカラー三重積はこれを一意に決定するために必要である。なお、本稿で取り扱う回転推定を有限個に限定しようという問題設定からは、スカラー三重積は本質的なものではない。

未知ベクトルの重要な分類として、**可視 (visible)/不可視 (invisible)** の概念を用いる。本稿では、可視の意味を通常よりも広い意味で用いる。すなわち、通常の意味では、文字どおりに画像上で線分像が観測される場合に、線分は可視であるという。一方、本稿では線分の定義として両端点のみが特定されるような（画像上には線分は観測できない）ものを許す。もっと一般的に、事前の知識によって、何らかの合理的な推論により対応する線分（あるいはそれに平行な線分）の像を推定できる場合、この線分は可視として取り扱う。言い換えると、可視ベクトルとは画像（を観測すること）により1自由度を拘束されるベクトルである。

この分類を、関節ベクトルにも適用する。すなわち、関節ベクトルは通常の意味で画像上で観測できることは希である。しかし、事前の知識を用いて、関節ベクトルあるいはそれに平行な線分の像を画像上で推定可能なことはしばしばある。ここで、回転推定の目的からは関節ベクトルも3次元並進自由として取り扱えるから、このような関節ベクトルは可視として取り扱う。

2.3 ベクトル剛体モデルとそのグラフ表現

本稿で取り扱う物体のクラスは、ベクトル剛体と関節ベクトルが任意に接続された物体である。このクラスは、従来の3Dモデルベースビジョンで対象とされてきた3次元剛体ばかりではなく、様々な柔構造を包含する。このように表される物体モデルを**ベクトル剛体モデル (vector body model)** と呼ぶ。ベクトル剛体モデルはベクトル剛体と関節ベクトルで構成されるグラフにより表現できる。その表現法は種々考えられるが、本稿ではベクトル剛体モデルを**ベクトル拘束グラフ (vector constraint graph)** と呼ぶグラフ表現で表す。ベクトル拘束グラフのノードはベクトル剛体を表し、枝の数はそのベクトル剛体に含まれるベクトルの数（ただし、関節ベクトルを含む）に対応する。ある枝が関節ベクトルに対応しないときには、その枝のもう一方の端点は何のノードともは接続しない。一方、関節ベクトルに対応するとき、枝は別のベクトル剛体（に対応する他のノード）に接続される。二重線・実線・破線はそれぞれ、既知ベクトル・可視ベクトル・不可視ベクトルを表す。関節ベクトルでな

い不可視ベクトルは、（姿勢推定に意味を持たないから）省略する。また、ノードを共有する2線分が平行な時、これを線分間のアークで表す。ノードを共有しない2線分の平行性は表記しない。

ベクトル拘束グラフは、3次元物体の形状モデルと見え方モデルの両方の性質を持つ。まず、ベクトルの拘束関係を表すという意味では形状モデルである。一方、ベクトルの属性として既知/可視/不可視を区別することから、3次元物体の見え方モデルでもある。すなわち、従来別のものとして取り扱われてきた形状モデルと見え方モデルを包括的に記述できるのが、ベクトル拘束グラフの特長である。

ある3次元モデルについて、ベクトルの拘束関係および潜在的な属性を記述したベクトル拘束グラフを、そのモデルの**潜在ベクトル拘束グラフ (PVCG) (Potential Vector Constraint Graph)** と呼ぶ。図1(a)で示される3次元モデルのPVCGを図1(b)に示す。PVCGは、モデルに含まれる各ベクトルの拘束関係を表している。すなわち、同じノードを共有する枝（に対応する方向ベクトル）の角度関係が既知であることを示す。ここで、ベクトルの潜在的な属性は、以下のように定義される。まず、物体をある方向から撮影したときに可視となる可能性がある場合、PVCG内ではこれを可視として扱う。また、何らかの事前知識によりあるベクトルの取りうる姿勢が高々有限個の候補に限定されるとき、これを既知として扱う。

図2(a)で示される円筒のPVCGを図2(b)に示す。単眼視からの姿勢推定という目的から、円筒は、それぞれ2本の（潜在的に可視である）ベクトルを

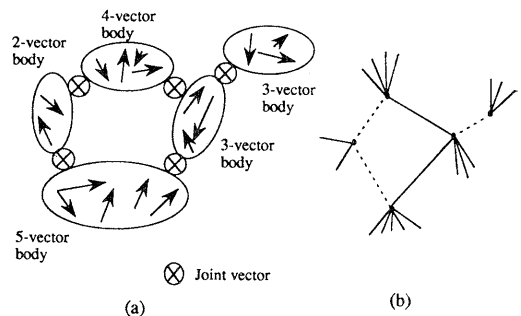


図1 関節を含む3次元構造のグラフ表現

(a) 3次元構造の例

(b) 対応する潜在ベクトル拘束グラフ

Fig. 1 Graph representation of three-dimensional structure.

(a) Three-dimensional structure

(b) PVCG of (a)

* 例えば、ノードが各ベクトルを、リンクが2ベクトル間の角度拘束を表すようにすれば別のグラフ表現が得られる。このほかにも、ノードとリンクの意味付けを変えらることにより異なるグラフ表現が可能である。

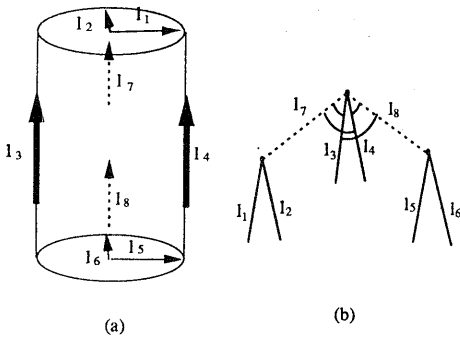


図 2 潜在ベクトル拘束グラフの例
 (a) 6本の可視ベクトルを持つ円筒状の物体
 (b) 対応する潜在ベクトル拘束グラフ

Fig. 2 Example of a potential vector constraint graph.
 (a) Cylindrical object with 6 visible vectors
 (b) PVCG for (a)



図 3 多自由度回転関節の潜在ベクトル拘束グラフ
 (a) 2自由度回転関節 (b) 3自由度回転関節

Fig. 3 Potential vector constraint trees of rotational joints.
 (a) PVCT for a rotational joint with 2 degrees of freedom
 (b) PVCT for a rotational joint with 3 degrees of freedom

含む3つのベクトル剛体を用いて PVCG で表現できる。図 2 (b)において、 l_1 と l_2 は円筒の上面の直交する2つの直径に対応するベクトルである。この2つのベクトルは、楕円の長軸と短軸として観測されるという意味で潜在的に可視である。 l_5 と l_6 は、同様に定義される円筒の下面の2ベクトルを示す。 l_3 と l_4 は、円筒面の母線を示し、画像上で輪郭線として観測されるから潜在的に可視である。 l_7 と l_8 は、 l_3 および l_4 と平行な仮想的な関節ベクトルを表す。この例において、重要な点が2つある。(1) l_i ($i=1, 2, \dots, 6$) は普通の意味ではすべて「不可視」であるが、前述の2.2の定義により可視である。(2)ベクトル剛体内では各ベクトルは回転を許されていないが、 l_7, l_8 のような仮想的な関節ベクトルを考えることにより軸まわりに回転自由なベクトル l_i ($i=1, 2, 5, 6$) を取り扱え、結果として、円筒のような物体の姿勢推定を一般の物体と同じ枠組みで取り扱える。

PVCG のサブクラスとして PVCT (Potential

Vector Constraint Tree) がある。これは関節による閉ループが存在しない場合に相当し、実用的には重要なクラスである。

現実世界には、回転自由度が2あるいは3の関節が存在する。このような関節は、2つあるいは3つの不可視関節ベクトルが0ベクトル剛体を介して継ったPVCTとして表現できる(図3)。

2.4 回転推定問題の定義とグラフ表現

本稿で対象とする問題は、物体-画像間の対応付けから各ベクトル剛体の回転を推定する問題である。この問題を表すために、対応付けベクトル拘束グラフ(MVCG) (Matched Vector Constraint Graph) と呼ぶベクトル拘束グラフを用いる。MVCG(図4(a))に例を示す)は、1枚の画像上で物体-画像間の線分対応付けをもとにして、PVCG(図1(b))に例を示す)から、以下の手順で作成される。(1)PVCG中の各ノードおよび既知ベクトルをそのままコピーする。(2)PVCG中の可視ベクトルについては対応が取れた場合、可視として枝(実線)をコピーする。(3)PVCG中の可視関節ベクトルのうち対応が取れないものは、破線枝を記入する。(4)PVCG中の不可視ベクトルについては、無条件に枝(破線)をコピーする。(5)MVCG中の可視ベクトルが隣接する関節ベクトルと平行である場合、その可視ベクトルのコピーをその関節ベクトルで接続されるノードにコピーする。

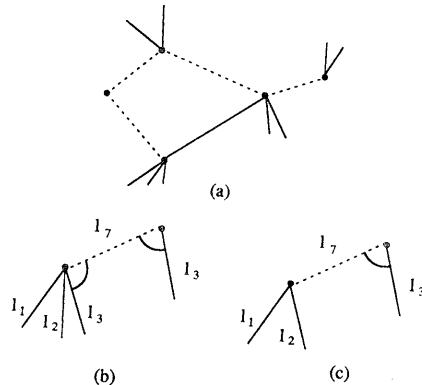


図 4 対応付けベクトル拘束グラフの例
 (a) 図1(b)のMVCGの例
 (b) 図2(b)のMVCGの例
 (c) ステップ(5)実行前のMVCG

Fig. 4 Example of matched vector constraint graphs.
 (a) Example of MVCG created from Fig. 1(b)
 (b) Example of MVCG created from Fig. 2(b)
 (c) MVCG before Step (5)

上記の5つのステップの中で、ステップ(5)はベクトル拘束グラフの構造を変化させるという意味で特殊である。例えば、図4(b)は図2(b)で示される円筒のPVCGから得られるMVCGである。これは、図4(c)で示した中間結果に対してステップ(5)を実行することにより生成される。

ここで、PVCGとMVCGはどちらもベクトル拘束グラフで表されるが、可視/不可視の意味は両者で異なっている。すなわち、PVCG中の可視/不可視が各線分ごとの潜在的な観測可能性を示しているのに対し、MVCG中の可視/不可視は実際の画像についての観測(=対応付け)結果を示す。

本稿で取り扱う問題は、図4(a)、(b)で示されるようなMVCGで物体-画像対応付けが与えられたときに、その物体の回転を推定する問題である。すなわち、1つのグラフ表現に対して1つの回転推定問題が対応する。この意味から、本稿では、MVCGを**問題グラフ**(problem graph)と呼ぶ。また、問題グラフが木構造の場合、対応する姿勢推定問題は木構造を持つといい、**木構造問題**と呼ぶ。木構造問題は、実際の画像からの回転推定問題において頻繁に生じる重要な問題である。これについては、4.2節および4.3節で詳しく論じる。

3. 位相的可解性に関する一般論

3.1 可解性と基本問題の定義

実用的な観点からは、物体-画像対応付けの成否が姿勢推定において非常に重要である。これについて本稿では詳しく言及しないが、対応付けはしばしば部分的にしか行えないし、誤った対応付けも起こりうる。すなわち、対応付けはコストのかかる問題であり、また信頼性は必ずしも高くはないと考えるべきである。このような状況に正しく、かつ効率的に対応することが、ロバストなモデルベースビジョンを実現する上で重要である。

もしも、ある姿勢推定問題がいくつかの部分問題に分解でき、これらが低い計算コストで解けるならば、問題全体を低コストで解くことが可能になる。これを実現するためには、問題分解機構を明らかにする必要がある。言い換えれば、**可解**(solvable)である部分問題を同定する機構が必要である。ここで、本稿では、可解であるとは解の候補を有限個に限定できることであり、解を一意に決定できるという意味ではない。これは、モデルベースビジョン問題の性質上、解

の候補を有限個に限定できるならば、(一種の仮説検証を用いることにより)一意解を求めることは比較的容易であるからである。

また、可解な部分問題は無限にあると考えられるが、できるだけ少ない対応付けから解を求めるという要請からは、**極小**(minimal)の問題、すなわち、どれかもう1本の可視ベクトルが不可視になると可解でなくなる問題が重要である。このような問題を、今後、**基本問題**(primitive problem)と呼ぶ。

問題の可解性判定は、2つのレベルに分けて考えることができる。第一は**位相的可解性**(topological solvability)に関するものであり、組合せ位相幾何的な観点から、可解性をグラフ表現(あるいは木表現)のレベルで取り扱う。言い方を換えると、この議論は一般の位置(**general position**)を暗に仮定した議論である。第二は**計量的可解性**(metrical solvability)に関する議論であり、組合せ位相幾何的に可解である問題が何らかの理由で退化しているか否かを判定する。これは、グラフ表現で与えられた問題における各線分の角度関係、画像上での見え方を計量幾何的に取り扱うことにより初めて可能になる。

本稿では、位相的可解性のみを議論し、計量的可解性については別稿で議論することにする。すなわち、組合せ位相幾何的な観点から可解性をグラフ表現あるいは木表現のレベルで取り扱う。このレベルの議論は、一般の位置(**general position**)を暗に仮定した上で、問題中に含まれる自由度と拘束の総数を比較することを基本として構成できる。

3.2 基本問題と可解問題の同定法

一般に、2章で定義したような回転推定問題のグラフ表現が与えられたとき、問題中に含まれる各ベクトルの自由度は2(例えば、緯度と経度によりすべての3次元方向は表現できる)であるから、含まれる線分数が n である問題が全体として持つ自由度は $2n$ である。一方、拘束としては次の2種類を考えればよい。

(1) 角度拘束: 画像とは独立な拘束であり、(関節ベクトルを含む)各ベクトル剛体中の2ベクトルの角度が既知であることにより生じる拘束である。言い換えると、この拘束は物体の構造を規定する拘束である。従って、拘束数を数える際には独立な拘束のみを考慮する必要がある。ただし、既知ベクトル間の角度拘束については、問題を解くことに寄与しないからカウントしない。また、平行関係(アークで示される)は特殊な角度拘束であり、2自由度を同時に拘束するか

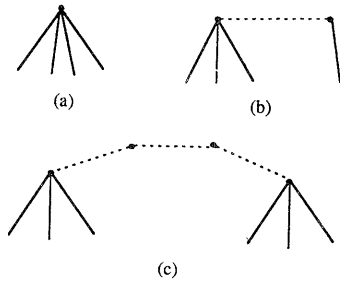


図 5 基本問題でない可解問題の例
Fig. 5 Solvable problems which are not primitive.

ら、1つの平行関係を2つの角度拘束として数える。
(2) 線分拘束：画像により得られる拘束であり、可視ベクトルにおいて有効な拘束である。すなわち、線分が可視である場合、対応する方向ベクトルは、線分像により1自由度を拘束される。不可視ベクトルにはこの拘束は存在しない。線分拘束は画像に起因する拘束であり、個々の線分拘束は独立なものとして数える。

上記の2種類の拘束のうち独立なもの数の和が問題の持つ自由度以上であるとき、問題は可解 (solvable) であるという。ここで、本稿の議論では解を有限個とすることを目的としているから、問題は本質的に非線形であり、独立な拘束数の和が自由度よりも多い場合もありうる*。与えられた問題が可解であるか否かの判定は独立な拘束数と問題の持つ自由度を比較することに帰着できる。一方、与えられた問題が基本問題であるか否かは、部分問題として可解問題が含まれているか否かを判定すればよい。図5 (a), (b), (c)は基本問題でない可解問題の例を示している。

4. 具体的な基本問題とその構造

4.1 単純な構造の位相的可解性

以下の議論の準備として、ここでは単純な構造について位相的可解性を論じ、幾つかの基本問題を具体的に示しておく。(1)から(3)では、既知ベクトルおよび平行関係を含まない3種類の単純な構造について、位相的可解性を調べておく。これに引き続き(4)で、既知ベクトルおよび平行関係を含む場合について整理

* 独立性の定義は、“Mathematic Dictionary, Fourth Edition, James & James, 1976, Van Nostrand Reinhold Company”にある次の定義に従う：A system of equations such that no one of them is necessarily satisfied by a set of values of the independent variables which satisfy all the other equations.

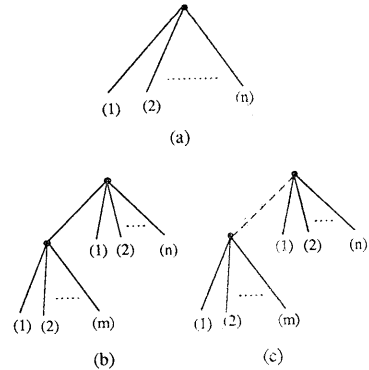


図 6 既知ベクトルを含まない簡単な木構造問題
(a) n -ベクトル剛体
(b) 可視関節で接続された2剛体
(c) 不可視関節で接続された2剛体
Fig. 6 Tree representations of rotation estimation problems.
(a) n -Vector body
(b) Two bodies connected through a visible joint vector
(c) Two bodies connected through an invisible joint vector

する。

(1) n ベクトル剛体 (図6 (a))

ベクトル数が n であるから、問題の持つ自由度は $2n$ である。一方、線分拘束が n 個、独立な角度拘束が $(2n-3)$ 個存在する。従って、 $n \geq 3$ の時に問題は可解である。 $n=3$ の時の問題は、どの可視ベクトルが不可視になっても非可解になることから、基本問題である。 $n > 3$ の時、可解な部分問題が存在するから、ベクトル剛体の中では、基本問題は3ベクトル剛体問題 (図7 (a)) のみである。

(2) 2つのベクトル剛体が可視関節ベクトルで接続されている場合 (図6 ((b))

n ベクトル剛体と m ベクトル剛体が可視関節ベク

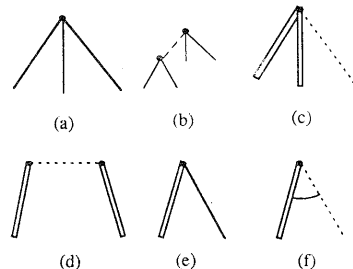


図 7 単純な基本問題の例
Fig. 7 Simple primitive problems.

トルで接続されている場合を考える ($n, m \geq 1$ とする). この問題において, 自由度は $2(n+m+1)$ である. 線分拘束の数は可視ベクトルの数と等しいから $n+m+1$ であり, 独立な角度拘束の数は $(2n-1)+(2m-1)=2(n+m-1)$ となる. 従って, 問題が可解であるための条件として, $n+m \geq 3$ が得られる.

$n=2, m=1$ の時, 自由度の数と拘束の数は一致する. しかし, この問題は基本問題である 3 ベクトル剛体問題を部分問題として含むことから, この問題は基本問題ではない. すなわち, 可視関節ベクトルで接続された 2 つのベクトル剛体には基本問題が存在しない.

(3) 2 つのベクトル剛体が不可視関節ベクトルで接続されている場合 (図 6 (c))

n ベクトル剛体と m ベクトル剛体が不可視関節ベクトルで接続されている場合を考える ($n, m \geq 1$ とする). この問題のもつ自由度は可視関節ベクトルの場合と同じく, $2(n+m+1)$ である. 一方, 線分拘束の数は $n+m$ であり, 独立な角度拘束の数は $2(n+m-1)$ となる. 従って, $n+m \geq 4$ のとき, この問題は可解である. 特に, $n=m=2$ のとき, どの可視ベクトルが不可視になってもこの問題は可解でなくなることから, この問題は基本問題である. 一方, これ以外の可解問題は, 部分問題として 3 ベクトル剛体問題を必ず含むから, 基本問題ではない. 従って, 基本問題は $n=m=2$ の場合 (図 7 (b)) のみである.

(4) 既知ベクトル・平行関係を含む基本問題

図 7 (c) および (d) は不可視ベクトルを 1 つ, 独立な角度拘束を 2 つ含む. 従って, 自由度 2 に対して拘束数 2 であり, 可解である. また, 図 7 (e) は可視ベクトル・角度拘束・線分拘束をそれぞれ 1 つずつ含み, 自由度および拘束数が共に 2 であるから可解である. さらに, 図 7 (f) は不可視ベクトルを 1 つ, 平行関係を 1 つ含み, 自由度および拘束数が共に 2 であるから可解である. また, これらはすべて部分問題として可解問題を含まないから基本問題である.

コンピュータビジョンの立場からはこれらの問題はどれも単独では取るに足らない問題である. 特に, 図 7 (c), (d) および (f) は画像情報を用いずに解くことができる. また, 図 7 (e) は 1 本の可視ベクトルを, 線分像と既知ベクトルとの角度から決定する問題である. しかし, 4 つの基本問題は未知ベクトルを既知ベクトルに換えることができるため, 他の基本問題

との組合せで大きな役割を果たす. 例えば, 図 5 (b) は可解問題であるが, この問題を直接解かないでも, 図 7 (a), (c), (e) をこの順に適用することにより, すべての未知ベクトルを既知ベクトルに換えることができる. すなわち, 既知ベクトルを含む基本問題を用いることにより, 規模の大きな可解問題を単純な基本問題の組合せに帰着することができる.

4.2 既知ベクトルを含まない木構造問題の位相的可解性

(1) 木構造基本問題の置換定理

ここでは, 既知ベクトルを含まない木構造基本問題を組織的に生成するための基本規則を導出する. 前節の議論から求められた基本問題のうち既知ベクトルを含まないものは図 7 (a) および図 7 (b) である. この 2 つの基本問題を比較し, これを一般化することにより, 一般の基本問題に対して広く成立する関係を抽出することができる.

基本問題に関する議論を行う前に, その準備として一般問題の可解性に関して成立する 2 つの補題を示しておく.

補題 1: (非)可解問題中の 1 つの可視ベクトルを, 2 ベクトル剛体に接続している不可視関節ベクトルに置き換えると, 新しい問題はまた (非)可解問題である. (証明は付録参照)

補題 2: (非)可解問題中の 2 ベクトル剛体に接続している不可視関節ベクトルを, 1 つの可視ベクトルに置き換えると, 新しい問題はまた (非)可解問題である. (証明略)

この 2 つの補題を用いることにより, 基本問題に関する 2 つの定理が導出される.

定理 1: 基本問題中の 1 つの可視ベクトルを, 2 ベクトル剛体に接続している不可視関節ベクトルに置き換えると, 新しい問題はまた基本問題である. (証明は付録参照)

定理 2: 基本問題中の 2 ベクトル剛体に接続している不可視関節ベクトルを, 1 つの可視ベクトルに置き換えると, 新しい問題はまた基本問題である. (証明略)

(2) 木構造基本問題族

基本問題が 1 つ与えられたとき, 定理 1 を再帰的に適用できるから, 機械的操作により基本問題の無限集合を生成することができる. 最初的基本問題として 3 ベクトル剛体問題を取るとき, これから生成される問題の集合を (既知ベクトルを含まない) 木構造基本問題族 (Family of tree-structured primitive problems

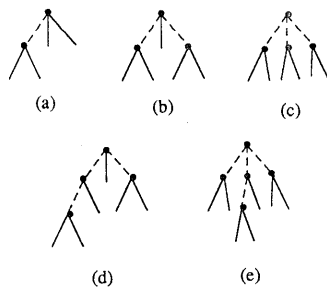


図 8 既知ベクトルを含まない木構造基本問題の例
Fig. 8 Examples of tree-structured primitive problems.

(without known vectors)) と呼ぶ。図 8 に木構造基本問題の例を示す。ここで、図 8 (c) および (e) に示したように、可視ベクトルを 1 つも含まないベクトル剛体 (0 ベクトル剛体 (0-vector body)) が木の中に存在しても定理 1 が再帰的に正しく適用されてさえいけば、生成された問題はまた基本問題となる。これは、全く見えない部分に関する情報が回りの状況から判断できることを示すものであり、このような基本問題が存在するのは関節ベクトルにより各部分物体が拘束されることに起因している。

定理 1 により木構造基本問題族を生成することができるが、これ以外に既知ベクトルを含まない木構造基本問題が存在するか否かは別の問題である。これに関しては次の定理が成立する。

定理 3 : 既知ベクトルを含まない木構造基本問題は、すべて、3 ベクトル剛体問題に定理 1 を再帰的に適用することによって生成される。(証明は付録参照)

定理 3 より、既知ベクトルを含まない木構造基本問題族は定理 1 に対して完備 (complete) である。これらの木構造基本問題では、可視ベクトルの数 ($\#I$) は常に不可視関節ベクトルの数 ($\#j$) よりもちょうど 3 大きい。これにより物体の持つ自由度 ($2(\#I + \#j)$) が、(1) 可視ベクトルに対応する線分拘束の総数 ($\#I$) と、(2) 各ベクトル剛体中の独立な角度拘束の総数 ($3(\#j + 1)$) の和 ($\#I + 3\#j + 3$) に一致する。

既知ベクトルを含まない木構造基本問題族は明らかに無限集合を形成する。しかし、実用的な観点からはこれらすべてに対して解法を用意する必要はない。問題族の中の幾つかの簡単な基本問題を合理的な時間内に解くことができれば、実際の物体認識問題で生じる問題のほとんどを取り扱うことができると考えられる。

定理 3 より、図 3 で表される部分木で 2 つの木構造が接続されている場合、その木構造問題は基本問題で

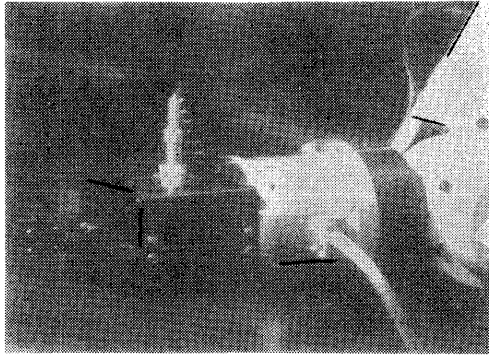
ないことになる。一方、図 3 は回転自由度 2 および 3 の関節に対応しているから、多自由度関節を含む木構造問題は基本問題にならないことが示された。逆に、回転自由度 2 あるいは 3 の関節を含む問題の中にも可解問題は存在する。例えば、図 5 (c) は回転自由度 3 の関節を含む可解問題の例である。ただし、このような可解問題は、多自由度関節の両側に基本問題を必ず含み、関節ベクトルは姿勢推定において本質的な役割を果たしていない。

(3) 木構造基本問題の実例とその重要性

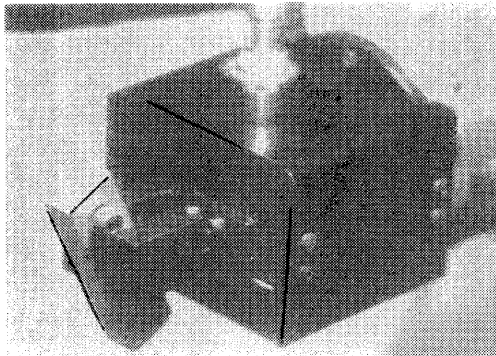
ここでは、既知ベクトルを含まない木構造基本問題の実例を実際のシーンにおいて示す。まず、1 軸まわりの回転自由度をもつ関節が物体内に実在する場合、これらの物体は n ベクトル剛体と関節ベクトルで記述される。例えば、はさみなどの工具・自転車・マニピュレータなどが代表例としてあげられる。図 9 (a) はマニピュレータの例であり、黒線を施した 5 線分からマニピュレータの 3 つの部分の回転を復元できる。もちろん、各部分を別々のベクトル剛体として取り扱い、各ベクトル剛体の回転を独立に復元することも可能である。この場合、各ベクトル剛体中で 3 線分ずつ、合計 9 線分の対応付けが必要である。一般に、物体-画像間の対応付けのコストが高い場合には、対応付けが必要な線分の数は少ないほどよい。これにより、対応付け誤りによる姿勢推定失敗の危険性を最小限にとどめることができる。この観点から、関節ベクトルの概念を導入することによる効果は多大である。

実際には関節が存在しないような対象に対しても、関節ベクトルの考え方をうまく適用できれば、姿勢推定に必要な線分数を少なくできる。例えば、図 9 (b) は小物体をロボットハンドで把持した状態を示す。ここで、小物体に関して、またロボットハンドに関して、予めモデルが与えられているとすると、両者を別々に取り扱って姿勢推定することももちろん可能である。例えば、ハンドと小物体のそれぞれを別々のベクトル剛体と考えると、各々で 3 線分の対応付けが必要となる。しかし予めハンドが小物体のどの面を把持しているかがわかっている場合には、把持面の法線ベクトルを仮想的な関節ベクトルと考えることにより、各々で 2 線分の対応付けがあれば姿勢を推定することが可能となる。この例はロボットハンドによる作業途中で、把持物体の(ハンドに対する相対的な)姿勢を画像により確認する際などに利用できると考えられる。

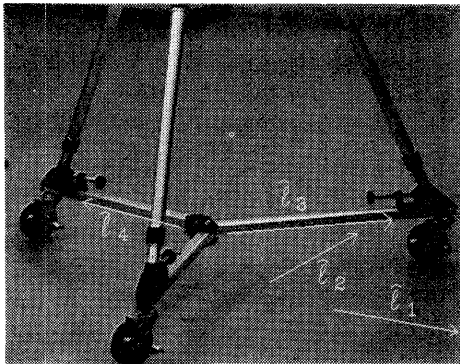
図 9 (c) は関節が実在しない場合の別の典型的な例



(a)



(b)



(c)

図 9 木構造基本問題の実例

- (a) マニピュレータ
- (b) ロボットハンドで把持された小物体
- (c) 床に置かれた三脚

Fig. 9 Examples of tree-structured primitive problems.

- (a) Mechanical manipulator
- (b) Small object gripped by robot hand
- (c) Tripod on a floor

を示す。この例は、床面に三脚が置いてある状態を示している。ここで、床面および三脚をベクトル剛体として扱い、重力方向を仮想的な関節ベクトルと考える

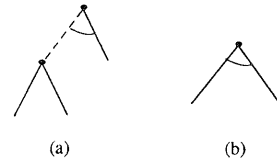


図 10 最も簡単な木構造基本問題

- (a) 3ベクトル剛体問題と等価な問題
- (b) 置換により生成された基本問題

Fig. 10 Simplest primitive problem.

- (a) Problem equivalent to Fig. 7(a)
- (b) Generated problem by Theorem 2

ことにより床面と三脚の（カメラから見た）回転を同時に推定できる。すなわち、各々の2線分の対応付けがあれば姿勢を推定できる。もちろん、この回転推定において、重力方向を観測する必要はない。また、三脚が床面上をどのように並進しても回転推定には影響がない。これらの例はほんの一例に過ぎないが、関節ベクトルの概念を導入し、基本問題が同定できることによる恩恵は、容易に理解できると思われる。

(4) 最も単純な木構造基本問題

(2)の議論より、位相的可解性の観点から最も簡単な木構造基本問題は3ベクトル剛体問題である。一方、少し条件を付加することにより、興味深い結果が得られる。

定理2を図7(a)の木表現で示される3ベクトル剛体問題に適用することを考える。このままでは、定理2が適用できないことは明らかである。図7(a)はある可視ベクトルに平行な仮想の不可視関節ベクトルで2ベクトル剛体と1ベクトル剛体が接続されている問題(図10(a))と等価である。ここで図10(a)に対して定理2を適用することにより基本問題として2本の平行ベクトルからなる問題(図10(b))が得られる。これは、従来の平行性に基づく無限遠点解析^{14),15)}がある意味で基本問題の最も簡単なものとみなせることを示す。

4.3 既知ベクトルを含む木構造問題の位相的可解性

既知ベクトルを含む4つの基本問題のうち、図7(e)を最初の基本問題として定理1を再帰的に適用することにより、既知ベクトルを1つ含む木構造基本問題族を上記と同様に生成することができる。同様に、適当な基本問題を選択した後、定理1を再帰的に適用することにより、元の基本問題と同数の既知ベクトルを含む基本問題を生成できる。

一方、新しい置換定理を考えることにより、任意個

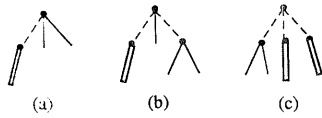


図 11 既知ベクトルを含む木構造基本問題の例
Fig. 11 Tree-structured primitive problems with known vectors.

の既知ベクトルを含む木構造基本問題を前節の議論と同様に構成できる。すなわち、補題 1・2 および定理 1・2 が図 7 (a) および図 7 (b) の 2 つの基本問題間の置換の一般化であったのに対応し、図 7 (a) と図 7 (e) の間でも同様の補題/定理が成立する。これを用いて任意個の既知ベクトルを含む木構造基本問題を生成できる。簡単のため、定理 1 に対応する定理のみを以下に示しておく。

定理 4: 基本問題中の同一ノードを共有する 2 つの可視ベクトルを、1 つの既知ベクトルに置き換えると、新しい問題はまた基本問題である。(証明略)

前節で議論した、既知ベクトルを持たない木構造基本問題に含まれるあらゆる 2 ベクトル剛体に対して、定理 4 を適用することができるから、図 11 で示した各問題は基本問題である。

4.4 木構造でない問題の位相的可解性

(1) 木構造でない基本問題の例

これまでの議論はすべて、問題が木構造で表される場合のみを取り扱ってきたが、ベクトル剛体と関節ベクトルにより構成される物体は、一般にはグラフ構造を持つ。本節では木でないグラフ構造における基本問題について考察する。

木でないグラフ構造を持つ基本問題の単純な例として、幾つか (4 個以上) のベクトル剛体が関節ベクトルのループで結合された場合が考えられる^{*}。例えば、図 12 (a) のように各ベクトル剛体が 1 つずつ可視ベクトルを持つ場合には、物体の持つ自由度 (図 12 (a) の例では、8 個の未知ベクトルがあるから、自由度は 16) と拘束の数 (図 12 (a) の例では、独立な角度拘束が 12 個、線分拘束が 4 個あり、合計で 16) が一致する。従って、このような問題は基本問題である。

ここで、ループが存在する場合の独立な角度拘束の

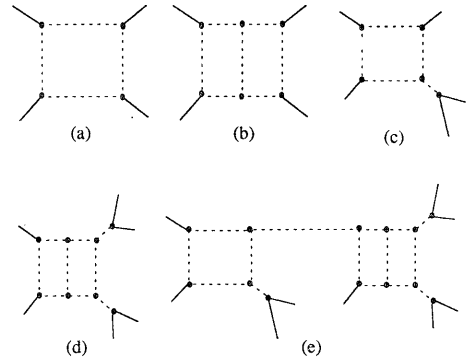


図 12 木構造でない基本問題の例
Fig. 12 Examples of graph-structured primitive problems.

数について、図 12 (a) を例にとって詳しく説明しておく。この例では、12 個の角度拘束が存在するが、これらの独立性は、以下のように説明できる。

まず、12 個の角度拘束のうち、4 つの可視ベクトルとこれに接続する関節ベクトルとの間の角度拘束 (合計 8 個) は局所的な拘束であるため、明らかに他の角度拘束と独立である。従って、ループを構成する 4 本の関節ベクトル間の角度拘束が独立であることが言えればよい。今、ループを構成する 4 本の関節ベクトルを A, B, C, D とする。また、AB 間の角度を α , BC 間の角度を β , CD 間の角度を γ , DA 間の角度を δ でそれぞれ表す。ここで、すべてのベクトルは並進自由であるから、長さに起因する拘束を考慮する必要はない。従って、3 次元空間の方向のみを単位球面上で考えればよい。A と B の方向を角度が α であるように任意に固定しても一般性を失わない。このとき、BC のなす角度が β であるような C は B を中心方向とする小円上に位置する。一方、DA のなす角度が δ であるような D は A を中心方向とする小円上に位置する。ここで、小円で示される 2 つの拘束を満たし、かつ、CD のなす角度が γ であるような C, D の配置は、(4 つの角度のどの 1 つも他の 3 つの角度の和よりも大きくないという条件を満たす限り) 自由度 1 で連続的に存在する。従って、3 つの角度 α, β, δ が与えられた時に、(4 つの角度のどの 1 つも他の 3 つの角度の和よりも大きくないという条件を満たすように) これらとは独立に γ を取ることが可能である。また、4 つの角度を固定した段階でもなお、各関節ベクトル回りには回転自由度 1 が存在することになる。すなわち、ループを構成する 4 つの角度拘束のうち任意の 1 つは他の 3 つの角度拘束と独立であり、従って、図 12 (a)

* ループを構成する関節ベクトルが 3 次元空間で並進自由であるため、ループが存在することによって角度拘束相互間の独立性が損なわれない。なお、ベクトル剛体の代わりに剛体を接続してループを構成した場合には、ループが存在することにより、角度拘束相互間に新たな依存関係が生じる。

に含まれる独立な角度拘束の数は12である。(ループを構成するノードの数が3の場合、ループを構成する3つの角度拘束を(3つの角度のどの1つも他の2つの角度の和よりも大きくないという条件を満たすように)独立に選択できるが、3つの角度を固定した時点で、3つの関節ベクトル回りの回転自由度は0となり、3つの関節ベクトルを含んだ系全体が1つのベクトル剛体と等価になる。一方、ループを構成するノードの数が5以上の場合には、ノード数が4の場合と同様の議論により、関節ベクトル回りの回転自由度を減じることなく、各角度を独立に選択できる。)

また、図12(b)のように2つのループを形成する場合にも物体の持つ自由度(この例では、 $11 \times 2 = 22$)と独立な拘束の数(この例では、角度拘束: $3 \times 6 = 18$, 線分拘束: 4, 合計: 22)が一致する。従って、このような問題もまた基本問題である。

(2) 木構造でない基本問題に対する置換定理

これらの基本問題に対しても、定理1を適用することが可能であるから、図12(c)と(d)もまた基本問題である。さらに、図7(b)と図12(c)に対しても、定理1と同様の置換定理が存在するから、例えば、図12(e)のような構造もまた基本問題になる。このように、木構造でない問題についても基本問題は無限に存在する。

5. おわりに

3次元物体の姿勢を単眼視画像から推定する問題の重要な部分問題である回転推定について位相的可解性を論じた。このため、ベクトル剛体モデルを考え、ベクトル剛体と関節ベクトルにより構成された物体クラスを対象として議論を展開した。ベクトル剛体モデルはPVCGで表現され、また、物体と画像の対応付けが与えられたときの回転推定問題は、PVCGから生成されるMVCG(=問題グラフ)で表されることを示した。次に、問題グラフ上で、回転推定問題の可解性を位相幾何的観点から論じた。すなわち、個々の問題の可解性判定法を示すとともに、既知ベクトルを含まないすべての木構造基本問題が定理1により関連付けられることを示した。また、実際の画像解析におけるこれらの問題の位置付けを明示した。さらに、既知ベクトルを含む基本問題、あるいはグラフ構造の基本問題についても論じた。なお、ここで示した既知ベクトルを含まない木構造基本問題族の一部に対する回転推定アルゴリズムは、例えば、別稿¹³⁾に示したように構

成できる。

本稿で述べた可解問題・基本問題の同定は、直接的には計算機による自動問題解決を目指したものではないが、この実現に必要な問題の自動分割・統合機構の研究は、将来の重要な課題と考えられる。また、このようなシステムを指向した場合、ベクトル剛体モデルのシステムティックな構成法、および、モデルの等価性判定などが重要な課題になると思われる。

謝辞 ご討論を頂いた金子 博, 奥平雅士, 武川直樹, 成瀬 正 各氏に感謝いたします。また、貴重なご意見を頂いた査読者に深謝いたします。

参考文献

- 1) Brooks, R. A.: Model-based Three-dimensional Interpretations of Two-dimensional Images, *IEEE Trans. PAMI*, Vol. 5, pp. 140-150 (1983).
- 2) Lowe, D. G.: *Perceptual Organization and Visual Recognition*, Kluwer Academic Publishers (1985).
- 3) Horaud, R.: New Methods for Matching 3-D Objects with Single Perspective Views, *IEEE Trans. PAMI*, Vol. 9, No. 3, pp. 401-412 (1987).
- 4) Ikeuchi, K. and Kanade, T.: Applying Sensor Models to Automatic Generation of Object Recognition Programs, *Proc. ICCV '88*, pp. 228-237 (1988).
- 5) Fischler, M. A. and Bolles, R. C.: Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with applications to Image Analysis and Automated Cartography, *Comm. ACM*, Vol. 24, No. 6, pp. 381-395 (1981).
- 6) 杉原厚吉: サーベイ: 画像を利用した立体計測の諸手法, 情報処理学会研究会資料, CV 33-4 (1984).
- 7) Haralick, R. M., Lee, C. N., Ottenberg, K. and Nölle, M.: Analysis and Solutions of the Three Point Perspective Pose Estimation Problem, *Proc. CVPR '91*, pp. 592-598 (1991).
- 8) Shakunaga, T. and Kaneko, H.: Perspective Angle Transform and Its Application to 3-D Configuration Recovery, *Proc. CVPR '86*, pp. 594-601 (1986).
- 9) Shakunaga, T. and Kaneko, H.: Shape from Angles under Perspective Projection, *Proc. ICCV '88*, pp. 671-678 (1988).
- 10) Dhome, M., Richetin, M., Lapreste, J.-T. and Rives, G.: Determination of the Attitude of 3-d Objects from a Single Perspective View, *IEEE Trans. PAMI*, Vol. 11, No. 12, pp. 1265-1278 (1989).

- 11) Grimson, W. E. L.: *Object Recognition by Computer*, The MIT Press (1990).
- 12) Lowe, D. G.: Fitting Parameterized Three-dimensional Models to Images, *IEEE Trans. PAMI*, Vol. 13, No. 5, pp. 441-450 (1991).
- 13) Shakanaga, T.: Pose Estimation of Jointed Structures, *Proc. CVPR '91*, pp. 566-572 (1991).
- 14) Kender, J.: Shape from Texture: a Brief Overview and a New Aggregation Transform, *Proc. DARPA IU Workshop November 1978*, pp. 79-84 (1978).
- 15) Nakatani, H., Kimura, S., Saito, O. and Kitahashi, T.: Extraction of Vanishing Point and Its Application to Scene Analysis Based on Image Sequence, *Proc. 5th ICP, Vol. 1*, pp. 370-372 (1980).

付 録

補題 1 の証明

ある(非)可解問題の木表現を T_1 とする。また、 \mathcal{L} で T_1 中の 1 つの可視ベクトルを示し、不可視関係ベクトルと 2 ベクトル剛体からなる部分木を T_0 で表す。 T_1 中の \mathcal{L} を T_0 に置き換えたものを T_2 で表す。

このとき、 T_1 から T_2 に変化した場合、考慮すべきベクトル(関節ベクトルを含む)数は 2 増加するから、自由度の増加は 4 である。一方、線分拘束の増加は 1 であり、角度拘束の増加は T_0 内の角度拘束の数 3 となる。従って、自由度の数と拘束の数の差は、 T_1 と T_2 において等しいことになる。すなわち、 T_1 が(非)可解であるならば、 T_2 もまた(非)可解である。

(証明終)

定理 1 の証明

ある基本問題の木表現を T_1 とする。また、 \mathcal{L} で T_1 中の 1 つの可視ベクトルを示し、不可視関節ベクトル \mathcal{J} と 2 ベクトル剛体からなる部分木を T_0 で表す。 T_1 中の \mathcal{L} を T_0 に置き換えたものを T_2 で表す。

このとき、 T_2 が可解問題であることは補題 1 より明らかである。一方、これが基本問題であることが、以下のように背理法により証明される。すなわち、 T_2 が基本問題ではないと仮定すると、これが可解であることから、部分問題の中に必ず基本問題が存在する。これを $(T'_2 \subset T_2)$ とする。いま、 T'_2 に補題 2 を適用した結果得られる問題を T'_1 とすると、 T'_1 は可解である。ここで、 T'_2 と T_0 の包含関係により、次の 3 つの場合が考えられる。

(1) T'_2 が部分木 T_0 を含む場合、 T_0 に対して補題

2 を適用すると、 $T'_1 \subset T_1$ が成立するはずである。ところで、 T'_1 は可解であるから、 T_1 は基本問題ではないことになる。

(2) T'_2 が T_0 の部分木 T'_0 (不可視関節ベクトル \mathcal{J} と 1 ベクトル剛体からなる、あるいは、 \mathcal{J} のみからなる)を含む場合、自由度と拘束数の関係から、 $T'_2 - T'_0$ もまた可解問題であるはずであり、これは T'_2 が基本問題であるという仮定に反する。

(3) T'_2 が T_0 を全く含まない場合、 $T'_2 \subset T_1$ が成立することになり、 T_1 は基本問題ではないことになる。

従って、背理法により T_1 が基本問題の時には、 T_2 もまた基本問題であることが証明された。(証明終)

定理 3 の証明

背理法により証明する。3 ベクトル剛体問題からは生成されない木構造基本問題を T で表す。いま、 T に対して、定理 2 を再帰的に適用し、これ以上定理 2 を適用できない状態 T' を考える。これは、次の 2 つの場合に分けられる。

(1) T' が不可視関節ベクトルを含まない場合、 T' は n ベクトル剛体である。一方、3.2 の議論より、 $n \neq 3$ のときこの問題は基本問題でなくなるから、 $n = 3$ でなくてはならない。

(2) T' が部分木 T'_0 (不可視関節ベクトル \mathcal{J} と 1 ベクトル剛体からなる、あるいは、 \mathcal{J} のみからなる)を含む場合、自由度と拘束数の関係から、 $T' - T'_0$ もまた可解問題であることが証明でき、これは T' が基本問題でないことを示す。

従って、背理法により、3 ベクトル剛体問題から生成されないような木構造基本問題は存在しないことが証明された。(証明終)

(平成 5 年 12 月 17 日受付)

(平成 6 年 7 月 14 日採録)

尺長 健 (正会員)

1953 年生。1976 年京都大学工学部情報工学科卒業。1978 年同大学院工学研究科情報工学専攻修士課程修了。同年 NTT 入社。以来、筆者認識、コンピュータビジョン、ロボットビジョン等の研究に従事。現在、ヒューマンインタフェース研究所主幹研究員。1993 年～94 年カーネギーメロン大学客員研究員。共訳書「ロボットビジョン」(朝倉書店)。工学博士。IEEE、電子情報通信学会各会員。

