

階層化EMアルゴリズムを用いた テクスチャー・セグメンテーション

阿南 泰三[†] 工藤 博幸^{††} 斎藤 恒雄^{††}

統計的推定による画像セグメンテーションの問題点として、最適解の探索法と画像モデルのパラメータ推定があげられる。本論文では、テクスチャー画像を対象として、以下の考え方に基づく画像セグメンテーション手法を提案する。セグメンテーションは事後確率最大 (MAP) 推定に基づき定式化し、幾つかの組合せ最適化問題に対して優れた成果をあげている平均場アニーリング (MFA) により最適解を探索する。MFA は決定論的な弛緩法であり、この問題に広く用いられているシミュレートッド・アニーリング (SA) と比較して収束が速く現実的な計算量で良好な解が得られる。また、統計モデルのパラメータは観測画像のみから自動推定するものとし、このため不完全データからのパラメータ最尤推定法として知られている EM アルゴリズムを採用する。しかし、EM アルゴリズムを直接実行することは計算量の点で事実上不可能であるため、マルコフ確率場モデルに対する疑似尤度近似などの幾つかの近似を用いる。更に、EM アルゴリズムの収束を高速化するため、MAP 推定の評価基準を階層化して EM アルゴリズムを実行する階層化 EM アルゴリズムを提案する。モデル画像と実際のテクスチャー画像を用いたシミュレーション実験により、提案する手法の有効性を示す。

Texture Segmentation Using Hierarchical EM Algorithm

TAIZO ANAN,[†] HIROYUKI KUDO^{††} and TSUNEO SAITO^{††}

The framework of modeling the textured images by using the two level Markov random field (MRF) and applying the maximum a posteriori (MAP) estimation for the image segmentation has been developed by various researchers. Unfortunately, their algorithms require that parameters of the image models are known prior to the image segmentation. To develop an unsupervised texture segmentation algorithm, we apply the mean field annealing (MFA) to search for an optimum solution of the maximum a posterior (MAP) estimation and use the EM algorithm to estimate parameters of the image models from an observed image. In addition, to implement the EM algorithm with moderate computational requirements, we introduce a few reasonable approximations in the E-step and accelerate the convergence by using hierarchical MAP cost function. The performance of the proposed algorithm is demonstrated with both simulated and actual textured images.

1. まえがき

近年、コンピュータによる画像認識の研究が盛んになっている。画像認識を行う場合には、まず観測画像を統計的性質が類似した幾つかの領域に分割する必要がある。このための手法は画像のセグメンテーションと呼ばれている。セグメンテーションには領域の平均的な明るさを用いる手法と明るさの空間的变化パターン (テクスチャー) を用いる手法の二つがある。後者

の問題はテクスチャー・セグメンテーションと呼ばれており、航空写真、衛星画像、医用画像などの処理に応用可能な重要な問題である。従来、経験的なテクスチャー・セグメンテーション手法が数多く検討されてきたのに対して、より数学的に厳密な統計的推定に基づく手法が Geman と Geman¹⁾により提案された。

本論文では、統計的推定に基づくテクスチャー・セグメンテーションを検討する。統計的推定とは、観測画像中のテクスチャーと各テクスチャーによって構成される領域を統計モデルで表し、それに基づいて様々な数学的手法を適用するものである。Cooper²⁾らは、白色ガウス雑音と因果性マルコフ過程を用いて、テクスチャーと領域の連結性をモデル化した。文献 3)~5)では、テクスチャーや雑音をガウス・マルコフ確率場で

[†] 筑波大学大学院工学研究科

Doctoral Program in Engineering, University of Tsukuba

^{††} 筑波大学電子・情報工学科

Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba

モデル化し、領域の連結性を離散多値マルコフ確率場でモデル化した。その他のモデルとして、自己回帰モデルを用いたもの^{6),7)}があるが、自己回帰モデルは近傍画素に順序づけを仮定する因果性のモデルであり、画像の上下左右を均等に扱うことができない欠点を持っている。これに対して、文献4), 5)のマルコフ・モデルは非因果性のモデルであり、近傍次数を大きくすることで周辺画素への依存構造のバリエーションに対する頑健性もある。例えば、文献16)で種々のテキストチャータが合成できることが報告されている。そして、セグメンテーションは事後確率最大(MAP)推定の評価基準により行うことにする。Therrien⁶⁾は、弛緩法を用いてMAP推定解を近似的に求めている。従来この問題に用いられてきた弛緩法として、反復的条件付き最大化(ICM)法とシミュレーテッド・アニーリング(SA)があげられる。しかし、ICMは収束は速い反面、局所解にトラップされ良好な解が得られない場合がある。また、SAは大局解に収束することが証明されているが、膨大な計算量を要し現実的に良好な解を得ることは困難である。本論文では、平均場アニーリング(MFA)⁸⁾と呼ばれる弛緩法を採用する。MFAはICMとSAの長所を兼ね備えた弛緩法であり、幾つかの組合せ最適化問題に対して現実的な計算量で良好な解が得られることが示されている。

統計的推定に基づくセグメンテーションでは、画像モデルのパラメータが事前に与えられていなければセグメンテーションを行うことができない。従来の研究では、モデル・パラメータを経験的に与えることが行われてきた^{3)~5)}。しかし、セグメンテーションの完全自動化を実現するには、モデル・パラメータを観測画像のみから自動推定することが必要である。Deguchi⁷⁾, Manjunath⁹⁾らは、領域成長法に基づいて観測画像のみからモデル・パラメータを推定している。また、多値画像セグメンテーションの問題に対して、Zhang¹⁰⁾はEMアルゴリズムを用いてより数学的に厳密にモデル・パラメータの推定を行った。ただし、EMアルゴリズムを直接実行すると計算量が膨大となるため、統計力学における平均場近似を用いて現実的な計算量でEMアルゴリズムを実現した。しかし、Zhangの平均場近似に基づくEMアルゴリズムを本研究でテキストチャータ・セグメンテーションに応用した結果、平均場近似の影響により安定な手法でないことが明らかになった。すなわち、条件が悪い場合にはEMアルゴリズムが収束せず、安定なパラメータ推定値が求まらないことが確認された。本論文は、文献3)~5), 7), 9), 10)の問題点であるモデル・パラメータ推定の自動化、

高速化、安定化に重点をおき、この点で従来研究に対して有意性を主張するものである。EMアルゴリズムの計算量を削減するため、MAP推定の評価関数を階層化してEMアルゴリズムを実行する階層化EMアルゴリズムを提案する。この手法により、EMアルゴリズムの収束が高速化されることを、シミュレーション画像と実画像による実験により示す。

2. 画像モデル

統計的推定の考え方により、本論文ではテキストチャータ・セグメンテーションを文献4), 5)のように定式化する。 Ω を2次元平面上の $N \times N$ の格子とする。

$$\Omega = \{(i, j) | 1 \leq i, j \leq N\} \quad (1)$$

Ω 上の位置を $r = (i, j); r \in \Omega$ で表す。観測画像を $Y = \{y_r | r \in \Omega\}$ で表し、 Y は M 種類のテキストチャータ(class_0, class_1, ..., class_M-1)から構成されているものとする。ガウス・マルコフ確率場を用いて、class_lのテキストチャータを次の条件付き確率によってモデル化する。

$$p^{text}(y_r | y_{r'}, r' \in r - \eta, class_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(l)}} \exp\left\{-\sum_{\phi \in \eta} c_\phi(l) y_{r-\phi}^2 / 2\sigma^2(l)\right\} \quad (2)$$

ただし、 η は近傍のシフト・ベクトルの集合を表す。近傍次数が大きいほど、近傍画素への依存構造のバリエーションに対する頑健性は増加するが、計算量との兼ね合いから本論文では2次の近傍を用いる。よって、 η は次式で表される。

$$\eta = \{(1, 0), (0, 1), (1, 1), (1, -1), (-1, 0), (0, -1), (-1, -1), (-1, 1)\} \quad (3)$$

また、 $c_\phi(l)$ は画素間の相関を表す係数で $c_{-\phi}(l) = c_\phi(l)$ を満たし、テキストチャータの方向性を表すパラメータである。また、 $\sigma^2(l)$ は確率場を駆動する雑音の分散である。

以上の定義により、式(2)で定義されるテキストチャータ・モデルは方向性を表す $c_\phi(l)$ と分散 $\sigma^2(l)$ の二種類のパラメータを持つ。文献4)では、ほかにテキストチャータのグレイレベルの平均値もパラメータに加えているが、文献5), 9)では式の簡略化を図るためにテキストチャータの平均値が0であるという仮定の下で省略されている。本研究でも文献5), 9)にならい、テキストチャータの平均値を0であると仮定した。平均値が0でないテキストチャータから平均値0の画像を得るには、式(3)によって定義された近傍画素と中心画素のグレイレベルの平均値をこれらの画素から引くことによって平均値0の画像を実現している。

次に、各クラスのテクスチャーが存在する領域をモデル化する。各テクスチャーで構成される領域は滑らかであるとし、領域画像を $S = \{s_r | r \in \Omega\}$ で表す。そして、領域画像 S 中の各画素値 s_r はテクスチャーの各クラスに対応した 0 から $M-1$ の整数のラベル値をとるものとする。多値マルコフ確率場を用いて、画素値 s_r がラベル l をもつ確率を次の条件付き確率によって表す。

$$p^{reg}(s_r = l | s_{r'}, r' \in r - \eta)$$

$$= \frac{\exp\left\{\beta \sum_{\phi \in \eta} V(s_r = l | s_{r-\phi})\right\}}{\sum_{s_r=0}^{M-1} \exp\left\{\beta \sum_{\phi \in \eta} V(s_r | s_{r-\phi})\right\}} \quad (4)$$

ただし、クリーク・ポテンシャル $V(\cdot)$ は次式で表される。

$$V(s_r | s_{r'}) = \begin{cases} 1 & s_r = s_{r'} \\ 0 & s_r \neq s_{r'} \end{cases} \quad (5)$$

領域モデルは 1 つのパラメータ $\beta > 0$ によって、領

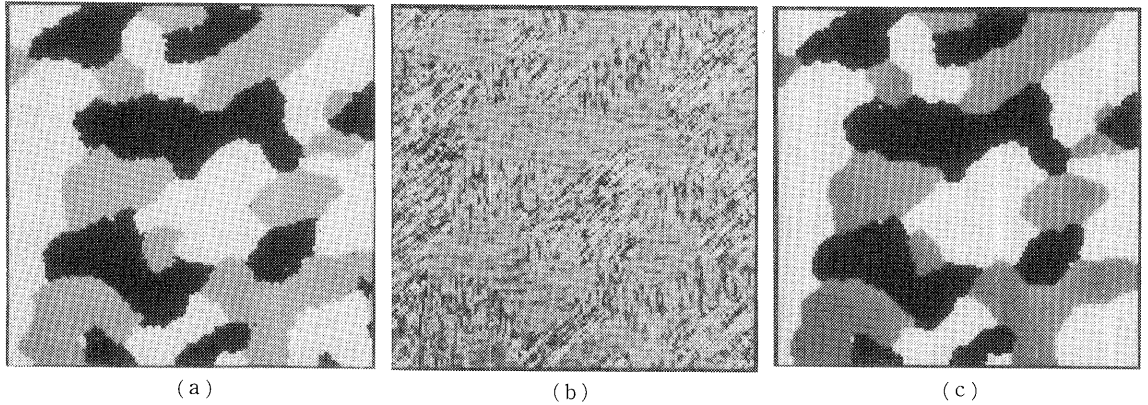


図 1 モデル画像のセグメンテーション (その 1)
 (a) 領域画像 ($\beta=1.0$)
 (b) テクスチャー画像
 (c) セグメンテーション結果

Fig. 1 Segmentation of a model textured image.
 (a) regional image ($\beta=1.0$)
 (b) textured image
 (c) segmentation

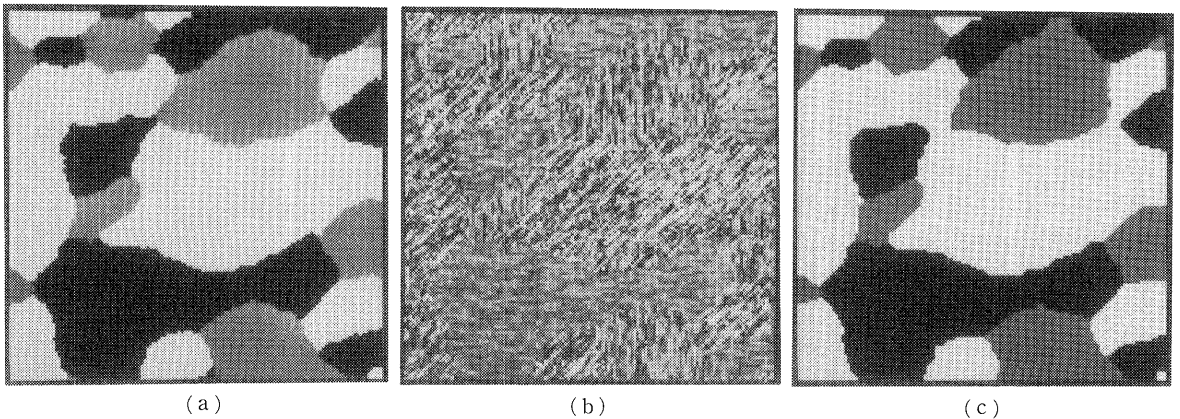


図 2 モデル画像のセグメンテーション (その 2)
 (a) 領域画像 ($\beta=1.6$)
 (b) テクスチャー画像
 (c) セグメンテーション結果

Fig. 2 Segmentation of a model textured image.
 (a) regional image ($\beta=1.6$)
 (b) textured image
 (c) segmentation

域の連結性の強さを制御している。βの値が大きければ大きいほど、式(4)で記述される領域画像内の各領域の面積は大きくなり、βが小さければ領域は小さくなる(図1-a, 図2-a)。

テクスチャー・セグメンテーションは、何らかの評価基準に基づいて領域画像S上のすべての画素に0からM-1のラベルを付加する組合せ最適化問題となる。観測画像Yが与えられた条件のもとで、領域画像がSである確率P(S|Y)(事後確率)を評価基準として用いる。すなわち、最適なセグメンテーション解S_{opt}は次式で与えられる。

$$S_{opt} = \underset{S}{\operatorname{argmax}} P(S|Y) = \underset{S}{\operatorname{argmax}} P(S)P(Y|S) \quad (6)$$

また、式(2), (4)の統計モデルによって決定されるエネルギー関数U₁(S), U₂(Y|S)を定義すれば、マルコフ確率場とギブス分布の等価性¹¹⁾により、式(6)を

$$S_{opt} = \underset{S}{\operatorname{argmax}} \frac{1}{Z} \exp\{-\{U_1(S) + U_2(Y|S)\}\} \\ = \underset{S}{\operatorname{argmin}} U(S) \quad (7)$$

と書くことができる。ただし、Zは分配関数である。

3. 平均場アニーリングによる最適化

式(7)から最適なセグメンテーション解S_{opt}を厳密に求めることは困難である。例えば、観測画像中にMクラスのテクスチャーが存在し画像サイズがN×Nとすれば、M^{N×N}通りのセグメンテーション候補解が存在する。そこで、弛緩法を用いてこの組合せ最適化問題を解くことが行われている。この種の問題に用いられる代表的な弛緩法として、SAやICMが挙げられる。SAは厳密な最適解が得られることが保証されるが、良好な解を得るために膨大な計算量を必要とし、実用的でない。これに対して、ICMは収束は速いが局所解にトラップされ、条件が悪い場合に良好な解が得られない欠点がある。本論文では、比較的少ない計算量で良好な解が得られる手法として平均場アニーリングを採用する。

式(7)に温度パラメータTを導入して、次のように書き換える。

$$q_T(S) = \frac{1}{Z_T} \exp\left\{-\frac{U(S)}{T}\right\} \quad (8)$$

q_T(S)はT→0の極限において、明らかに確率分布

$$q_T(S) = \begin{cases} 1, & S = S_{opt} \\ 0, & S \neq S_{opt} \end{cases} \quad (9)$$

に収束する。従って、T→0の極限において確率分布

q_T(S)|_{T→0}のサンプルSを求めれば最適解S=S_{opt}が得られる。しかし、q_T(S)を厳密に計算することは困難であるため、統計力学における平均場近似を用いてq_T(S)を近似的に計算する。平均場近似とは、領域画像S={s_{ij}|(i,j)∈Ω}の各画素間の相互作用を無視して、各画素が互いに独立であるとみなす近似である。各画素がどのクラスに属するかを表すラベルs_{ij}の生起確率をp_{ij}(s_{ij})とする。そして、全画素に対するp_{ij}(s_{ij})の積により次の確率分布q'(S)を定義する。

$$q'(S) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^N p_{ij}(s_{ij}) \quad (10)$$

$$\sum_{s_{ij}=0}^{M-1} p_{ij}(s_{ij}) = 1 \quad (11)$$

確率分布q'(S)と真の確率分布q_T(S)の類似性を評価するため、次式で定義されるkullbackの情報量を用いる。

$$H(q') = - \sum_{s_{11}=0}^{M-1} \cdots \sum_{s_{NN}=0}^{M-1} q'(S) \log \frac{q'(S)}{q_T(S)} \quad (12)$$

H(q')はq_T(S)とq'(S)が類似しているほど大きくなることが知られている。従って、T→0の極限において式(12)を最大にするp_{ij}(s_{ij})を求めれば、最適解S_{opt}が得られる。しかし、初めから温度Tを低くして解を求めようとするH(q')の局所解にトラップされるため、SAと同様にアニーリングを行うことにより局所解をある程度避けることを考える。式(12)の最大化はICMやSAと同様の弛緩法を用いて行う。領域画像S中をラスタ走査しながら、各画素s_{ij}について以下の更新処理を行う。いま、着目する画素のラベルs_{ij}の生起確率p_{ij}(s_{ij}), (s_{ij}=0, 1, ..., M-1)以外の確率変数を現在の更新値に固定し、式(12)が最大になるようにp_{ij}(s_{ij}), (s_{ij}=0, 1, ..., M-1)を更新する。具体的な更新式は次式の変分問題の解として与えられる。

$$\frac{\partial H}{\partial p_{ij}(s_{ij})} = 0 \quad (13)$$

式(13)を実際に計算すれば、

$$p_{ij}(s_{ij}) \leftarrow \frac{1}{Z_T} \exp\left\{-\frac{E[U(S)|s_{ij}]}{T}\right\} \quad (14)$$

$$E[U(S)|s_{ij}] = \sum_{s_{11}=0}^{M-1} \cdots \sum_{s_{i,j-1}=0}^{M-1} \sum_{s_{i,j+1}=0}^{M-1} \cdots \sum_{s_{NN}=0}^{M-1} U(S) \\ \times p_{11}(s_{11}) \cdots p_{i,j-1}(s_{i,j-1}) p_{i,j+1}(s_{i,j+1}) \cdots p_{NN}(s_{NN}) \quad (15)$$

$$Z_T = \sum_{s_{ij}=0}^{M-1} \exp\left\{-\frac{E[U(S)|s_{ij}]}{T}\right\} \quad (16)$$

となる。MFAは決定論的に更新を行うため、SAより収束が速く、アニーリングを行うことでICMよりも良好な解が得られることが期待される。

4. 階層化 EM アルゴリズムによるパラメータ推定とセグメンテーション

統計的推定による画像のセグメンテーションでは、画像を統計モデルで表現する。しかし、統計モデルは幾つかの未知パラメータを含んでいる。従って、複数のテキストチャーから構成される画像をセグメンテーションするには、各クラスのテキストチャー・モデルのパラメータと領域モデルのパラメータの値が必要である。従来の研究では、モデル・パラメータを経験的に与えることが行われてきた。本論文では、完全自動のセグメンテーションを実現するため、観測画像のみからモデル・パラメータ推定を行う立場をとる。この目的を達成するため、統計的な不完全データからパラメータを最尤 (ML) 推定するための反復的手法である EM アルゴリズム¹²⁾を採用する。EM アルゴリズムは、次の二つのステップからなる反復法である。

いま、反復回数を k 、テキストチャー・モデルのパラメータを $\theta_t = (\sigma^2(l), c_\phi(l); l=0, 1, \dots, M-1)^T$ 、領域モデルのパラメータを $\theta_R = \beta$ とする。

[E-STEP]: 現在のパラメータ (θ_t^k, θ_R^k) を用いて次の評価関数を計算する。

$$\begin{aligned} Q(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k) &= E[\log p(S|\theta_R) + \log p(Y|S, \theta_t) | Y, \theta_t^k, \theta_R^k] \\ &= \sum_S p(S|Y, \theta_t^k, \theta_R^k) (\log p(Y|S, \theta_t) \\ &\quad + \log p(S|\theta_R)) \end{aligned} \quad (17)$$

[M-STEP]: [E-STEP] で計算した $Q(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k)$ を最大にするパラメータの更新値 $(\theta_t^{k+1}, \theta_R^{k+1})$ を求める。

$$(\theta_t^{k+1}, \theta_R^{k+1}) = \underset{\theta_t, \theta_R}{\operatorname{argmax}} Q(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k) \quad (18)$$

[E-STEP] と [M-STEP] を交互に繰り返すことにより、パラメータの推定値 (θ_t, θ_R) を得ることができる。理論的には、EM アルゴリズムは次式で定義される不完全データに対する尤度の局所解に収束することが知られている。

$$\log p(Y|\theta_R, \theta_t) = \log \left\{ \sum_S p(S|\theta_R) p(Y|S, \theta_t) \right\} \quad (19)$$

しかし、式 (17) は直接計算することは困難である。そこで、幾つかの近似を導入する。まず、尤度関数 $p(Y|S)$ と事前確率 $p(S)$ を疑似尤度により次式で近似する。

$$p(Y|S) \doteq \prod_{r \in \Omega} p^{\text{tex}}(y_r | y_{r'}) \quad (20)$$

$$p(S) \doteq \prod_{r \in \Omega} p^{\text{reg}}(s_r | s_{r'}) \quad (21)$$

また、反復回数 k での事後確率 $p(S|Y, \theta_t^k, \theta_R^k)$ は

MFA により得られる各画素のラベルの生起確率 $p_r(s_r | \theta_t^k, \theta_R^k)$ を用いて次式で近似する。

$$p(S|Y, \theta_t^k, \theta_R^k) \doteq \prod_{r \in \Omega} p_r(s_r | \theta_t^k, \theta_R^k) \quad (22)$$

以上の近似を用いることで、[E-STEP] をある程度現実的な計算で実行できる。また、[E-STEP] の評価関数 $Q(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k)$ は、次のようにテキストチャー・モデルのパラメータ θ_t に依存する項と領域モデルのパラメータ θ_R に依存する項の和で表される。

$$\begin{aligned} Q(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k) &= Q^{\text{tex}}(\theta_t | \theta_t^k, \theta_R^k) + Q^{\text{reg}}(\theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k) \quad (23) \\ Q^{\text{tex}}(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k) &= \sum_{r \in \Omega} \sum_{s_r=0}^{M-1} p_r(s_r | \theta_t^k, \theta_R^k) \log p^{\text{tex}}(y_r | y_{r'}, \text{class}_{s_r}, \theta_t^k) \\ Q^{\text{reg}}(\theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k) &= \sum_{r \in \Omega} \sum_{s_r=0}^{M-1} p_r(s_r | \theta_t^k, \theta_R^k) \log p^{\text{reg}}(s_r | s_{r'}, \theta_R^k) \\ &= \sum_{r \in \Omega} \sum_{s_r=0}^{M-1} p_r(s_r | \theta_t^k, \theta_R^k) \log \frac{\exp\{\beta N^{\text{mfa}}(s_r)\}}{\sum_{s_r=0}^{M-1} \exp\{\beta N^{\text{mfa}}(s_r)\}} \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、 N^{mfa} は次式で定義している。

$$\begin{aligned} N^{\text{mfa}}(s_r) &= \sum_{s_{r-\phi}, \phi \in \eta} \prod_{\phi \in \eta} p_{r-\phi}(s_{r-\phi} | \theta_t^k, \theta_R^k) \\ &\quad \times \sum_{\phi \in \eta} V(s_r | s_{r-\phi}) \end{aligned} \quad (26)$$

ただし、式 (26) の $s_{r-\phi}$, $\phi \in \eta$ に関する総和は、 r の近傍のすべての可能なラベルの組合せについて行う。

[M-STEP] では、次式を (θ_t, θ_R) について解き、パラメータの更新値 $(\theta_t^{k+1}, \theta_R^{k+1})$ を求める。

$$\frac{\partial Q^{\text{tex}}(\theta_t | \theta_t^k, \theta_R^k)}{\partial \theta_t} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial Q^{\text{reg}}(\theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k)}{\partial \theta_R} = 0 \quad (28)$$

式 (27) と式 (28) の具体的な計算は、付録に載せておく。

EM アルゴリズムによるパラメータ推定の手順をまとめると、以下ようになる。

[STEP-1]: テキスチャー・モデルのパラメータ θ_t の初期値を与える (以後のシミュレーション実験では K-平均法によりクラスタリングを行い、 θ_t の初期値を求めた)。領域モデルのパラメータを $\theta_R = \beta = 0$ に設定する。

[STEP-2]: 温度パラメータ T を十分大きな値から 1 まで降下させる MFA により、式 (22) の事後確率 $p(S|Y, \theta_t^k, \theta_R^k)$ を計算する (最適化)。

[STEP-3]: 式 (17) の評価関数 $Q(\theta_t, \theta_R | \theta_t^k, \theta_R^k)$ を計算する (E-STEP)。

[STEP-4]: 式 (27), (28) を解き、パラメータの更

新値 ($\theta_r^{k+1}, \theta_r^{k+1}$) を計算する (M-STEP). ■

[STEP-5]: 収束判定を行う. 収束していなければ [STEP-2] に戻る. ■

テクスチャーの種類数は既知であると仮定したが, [STEP-1] のクラスタリングの際に例えば自己収束形アルゴリズム等の手法を用いれば, テクスチャーの種類の数も併せて推定できる. しかし, 観測画像をどの段階まで細かく領域分割する必要があるかを考えるとき, 人間が予め幾つかの領域に分割したいかを定める方が良い場合が往々にある. 本研究はこのような立場をとり, テクスチャーの種類数は既知であるとす.

以上でモデル・パラメータが推定できるが, 式 (25) の領域モデルに関する [E-STEP] の計算量がかなり多い. テクスチャーのクラス数を M , 全画素数を N^2 , EM アルゴリズムの反復回数を K とすれば, 計算量のオーダーは $O(M^3 N^2 K)$ である. 一方, 式 (24) のテクスチャー・モデルに関する E-STEP のオーダーは $O(MN^2 K)$ である. すなわち, 領域モデルのパラメータ θ_r の推定が計算量の観点から問題となっていることがわかる. しかし, 領域モデルを用いずにテクスチャーのパラメータだけを用いてセグメンテーションを行うと, 図 3 のように正解率の低いセグメンテーション結果となる. また, 領域モデルのパラメータ β は, $0 < \beta < \infty$ の範囲を持つので, 適切な値を経験的に与えることは難しい. ゆえに領域モデルのパラメータ推定は省くことのできない重要な問題である. この問題に対して, Zhang¹⁰⁾ は多値画像セグメンテーションにおいて, 次式に相当する近似式を与えた.

$$N^{mfa'}(s_r) = \sum_{\phi \in \eta} p_{r-\phi}(s_r | \theta_r^k, \theta_r^k) \quad (29)$$

式 (29) は統計力学における平均場近似を根拠として

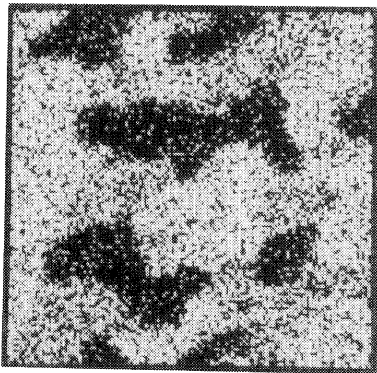


図 3 テクスチャー・モデルのパラメータだけを用いた EM アルゴリズムの実行結果

Fig. 3 Segmentation result using only the texture model parameters.

導かれる. 式 (29) で式 (25) の N^{mfa} を置換すれば, Zhang の領域モデルに関する [E-STEP] が得られる. このときの計算量のオーダーは $O(MN^2 K)$ となり, $Q^{tex}(\theta_r | \theta_r^k, \theta_r^k)$ と同じ計算量まで計算量が削減される. しかし, テクスチャー・セグメンテーションに Zhang の近似を応用した結果, 平均場近似の影響により, 条件が悪い場合には安定なパラメータ推定値が求まらないことが確認された. 本論文では全く異なる考え方により EM アルゴリズムの計算量を削減するため, MAP 推定の評価基準を以降に述べるように階層化して EM アルゴリズムを実行する階層化 EM アルゴリズムを提案する. EM アルゴリズムを高速化するためには, 収束に要する反復回数 K を削減することが有効と考えられる. 領域モデルのパラメータは $\beta > 0$ であるので, 初期値として $\beta = 0$ とするのが妥当である. しかし, $\beta = 0$ で EM アルゴリズムを実行すると, 次の理由により β が所望の値に収束するまでかなりの反復回数が必要である. EM アルゴリズムの 1 回目の反復では, 領域モデルのパラメータの初期値を $\beta = 0$ としてセグメンテーションを行っている. β は領域の連結性 (滑らかさ) を制御するパラメータであるから, $\beta = 0$ のセグメンテーション結果は連結性の弱い穴だらけのセグメンテーション結果となる. そのセグメンテーション結果を用いた [E-STEP] と [M-STEP] でパラメータ β の更新値を推定すれば, 更新幅は当然小さくなる (図 5, ■-EM). この現象が繰り返され, 結局 β が所望の値に収束するのにかなりの反復回数が必要となる. そこで, EM アルゴリズムの反復の初期において比較的連結性の強いセグメンテーション結果が得られるようにして β の収束を高速化するため, 以下のように MAP 推定の評価関数を階層化して EM アルゴリズムを実行する. 着目する画素 $r = (i, j)$ の周りの $a \times a$ の窓 W_r を定義する. そして, 窓 W_r 内のラベルは画素 y_r が属するテクスチャー s_r と同一のラベルだと仮定する. この仮定を用いて, 式 (2) の p^{ex} を次式で置き換える.

$$P^{tex}(W_r | s_r) = \frac{1}{Z^{tex}} \exp[-U^{tex}(W_r | s_r)] \quad (30)$$

$$U^{tex}(W_r | s_r) = \frac{1}{2\sigma^2(s_r)} \sum_{r \in W_r} \{y_r - \sum_{\phi \in \eta} c_\phi(s_r) y_{r-\phi}\}^2 \quad (31)$$

$$Z^{tex} = \sum_{s_r=0}^{M-1} \{2\pi\sigma^2(s_r)\}^{\frac{a \times a}{2}} |B(s_r)|^{-1/2} \quad (32)$$

$$|B(s_r)| = \prod_{i=0}^{a-1} \prod_{j=0}^{a-1} \left[1 - \sum_{(l,m) \in \eta} c_{l,m}(s_r) \cos\left(\frac{2\pi}{M} li + \frac{2\pi}{N} mj\right) \right] \quad (33)$$

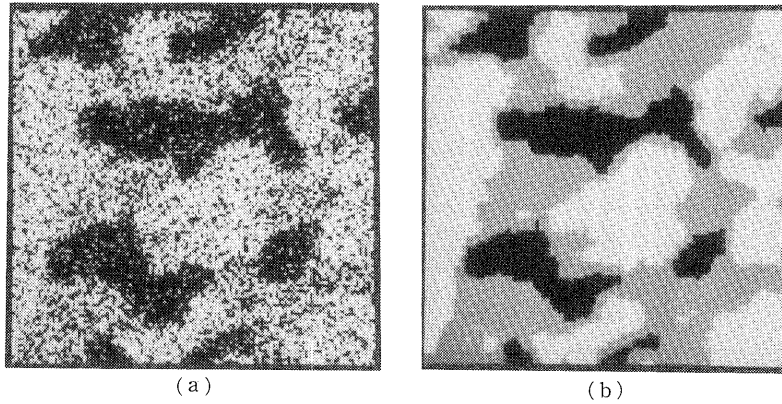


図4 ウィンドウを用いたセグメンテーションの効果
 (a)式(2)のモデルを用いた ML 推定 ($a=1$)
 (b)式(30)のモデルを用いた ML 推定 ($a=5$)

Fig. 4 Effectiveness of segmentation using the window.
 (a)ML estimation using the model of eq. (2) ($a=1$)
 (b)ML estimation using the model of eq. (30) ($a=5$)

式 (30) のモデルは着目する画素の周りに窓を設定して、あたかもこの窓の大きさが1画素に相当するかのようによく考えて処理を行っている。つまり、窓サイズを大きくすることは解像度を下げることに対応する。ただし、式 (2) は式 (30) において窓サイズが $a=1$ の場合に相当する。式 (30) を用いて、領域モデルのパラメータ推定値が真の値から大きく異なっている初期段階では、窓サイズを大きくして解像度を下げて EM アルゴリズムを行い、パラメータが真の値に近づくにつれて、窓サイズを小さくして解像度を上げる。こうすることで EM アルゴリズムの初期段階においても、式 (2) に基づく EM アルゴリズムよりも連結性の強い(滑らかな)セグメンテーションが得られる。この事実を示す一例として、図 4 に式 (2) と式 (30) のモデルを用いて $\beta=0$ の ML 推定でセグメンテーションを行った結果の比較を示す。このことから、式 (30) のモデルを用いて EM アルゴリズムを実行すれば、特に初期推定の段階で式 (2) に基づく窓を設定しない EM アルゴリズムよりもパラメータの更新幅が大きくなる(図 5, ●-Hierarchical EM)。従って、式 (30) を用いた EM アルゴリズムはモデル・パラメータの値が比較的少ない反復回数で所望の値に収束する。このアルゴリズムを階層化 EM アルゴリズムと呼ぶ。階層化 EM アルゴリズムでは窓サイズの初期値を設定する必要がある。上述したように、窓サイズ a が大きければそれだけ β の更新幅が大きくなる。ただし、ある窓サイズを越えると、それ以上のサイズを用いても更新幅が大きく変わらなくなる窓サイズ a_{max} が存在する。本

研究では、以下の処理手順により a_{max} を推定し、これを窓サイズの初期値として与えることにする。

窓サイズ a は着目する画素の周りに設定するので奇数の値をとる。まず、窓サイズを $a=1$ に設定する。 $a=1$ から順々に2ずつ大きくしてセグメンテーションを行い、その結果から各窓サイズでの領域モデルのパラメータ $\beta(a)$ を推定する。しきい値 ε を設定して $|\beta(a+2)-\beta(a)|<\varepsilon$ を満たす a を a_{max} としてこれを窓サイズの初期値とする。

以下に階層化 EM アルゴリズムの処理手順をまとめる。

- [STEP-1]: 窓サイズの初期値 a_{max} を定める。■
- [STEP-2]: 窓サイズ a のモデルを用いて EM アルゴリズムの1反復を実行してパラメータの更新値 ($\theta^{k+1}, \theta^{k+1}$) を求める。■
- [STEP-3]: 収束判定を行う。収束が不十分なら [STEP-2] に戻る。■
- [STEP-4]: 窓サイズが $a=1$ なら終了、それ以外なら窓サイズ a の値を2だけ小さくして [STEP-2] に戻る。■

5. シミュレーション実験

本研究で提案する階層化 EM アルゴリズムの性能評価のためシミュレーション実験を行った。まず、付録に示すようにギプス・サンプラーを用いて領域画像と3種類のテクスチャーを生成し、領域画像の各領域にテクスチャーをパッチした。図 1-a は領域画像 ($\beta=1.0$)、図 1-b はテクスチャー画像、図 1-c は階層化 EM

表 1 階層化 EM アルゴリズムによるパラメータ推定結果 (その 1)
Table 1 Parameter estimation by the hierarchical EM algorithm.

| texture_0 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|--------|------------------------|-----------------------|------------------------|----------|
| true parameters | 0.45 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.0 |
| estimated | 0.438 | -5.38×10^{-3} | 7.32×10^{-3} | -2.40×10^{-3} | 1.02 |

| texture_1 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|------------------------|--------|------------------------|------------------------|----------|
| true parameters | 0.0 | 0.45 | 0.0 | 0.0 | 2.0 |
| estimated | -1.43×10^{-2} | 0.435 | -3.11×10^{-3} | -1.94×10^{-3} | 2.02 |

| texture_2 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|------------------------|------------------------|--------|-----------------------|----------|
| true parameters | 0.0 | 0.0 | 0.45 | 0.0 | 3.0 |
| estimated | -2.20×10^{-3} | -4.63×10^{-3} | 0.443 | 3.49×10^{-3} | 3.06 |

| region parameter | β |
|------------------|---------|
| true | 0.994 |
| estimated | 1.063 |

表 2 階層化 EM アルゴリズムによるパラメータ推定結果 (その 2)
Table 2 Parameter estimation by the hierarchical EM algorithm.

| texture_0 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|--------|-----------------------|------------------------|------------------------|----------|
| true parameters | 0.45 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 1.0 |
| estimated | 0.453 | 2.86×10^{-3} | -1.46×10^{-3} | -3.97×10^{-3} | 0.99 |

| texture_1 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|-----------------------|--------|------------------------|------------------------|----------|
| true parameters | 0.0 | 0.45 | 0.0 | 0.0 | 2.0 |
| estimated | 1.03×10^{-3} | 0.441 | -8.81×10^{-3} | -6.86×10^{-3} | 1.99 |

| texture_2 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|------------------------|-----------------------|--------|------------------------|----------|
| true parameters | 0.0 | 0.0 | 0.45 | 0.0 | 3.0 |
| estimated | -1.75×10^{-2} | 1.30×10^{-2} | 0.448 | -7.70×10^{-3} | 3.1 |

| region parameter | β |
|------------------|---------|
| true | 1.60 |
| estimated | 1.36 |

アルゴリズムによるセグメンテーション結果を表す。また、より連結性の強い領域画像 ($\beta=1.6$) の場合の実験結果を図 2 に示す。併せて、表 1, 2 にパラメータの推定値を示す。次に、階層化 EM アルゴリズム、非階層化 EM アルゴリズム、Zhang の EM アルゴリズム¹⁰⁾ の比較実験を行った。図 5 に図 1, 図 2 で用いた画像に対する 3 つの EM アルゴリズムのパラメータ (領域モデルのパラメータ β) の収束の様子を示す。テクスチャー・モデルのパラメータはどのアルゴリズムも、2, 3 回の反復で収束しているの、ここでは示さない。更に、

図 6 に階層化 EM アルゴリズムの窓サイズの変化を示す。

図 5 から、収束の速さは階層化 EM アルゴリズムが最も速いことが分かる。Zhang の EM アルゴリズムは、領域モデルのパラメータ β が収束せずに発散した。ただし、各テクスチャーの方向性、分散が大きく異なっていて、ML 推定によってもセグメンテーションがほぼ完全に行われるものについては、Zhang の EM アルゴリズムでもパラメータ β がほぼ妥当な値に収束することも分かった。以上の結果から階層化

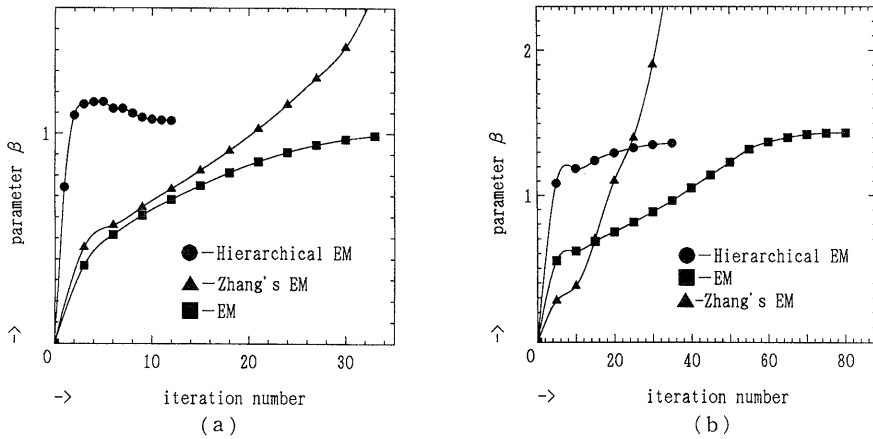


図5 3つのEMアルゴリズムにおける領域モデルのパラメータ β の収束状況
 (a) $\beta=1.0$ の画像
 (b) $\beta=1.6$ の画像

Fig. 5 Convergence behavior of the region model parameter β for three different EM algorithms.
 (a) image ($\beta=1.0$)
 (b) image ($\beta=1.6$)

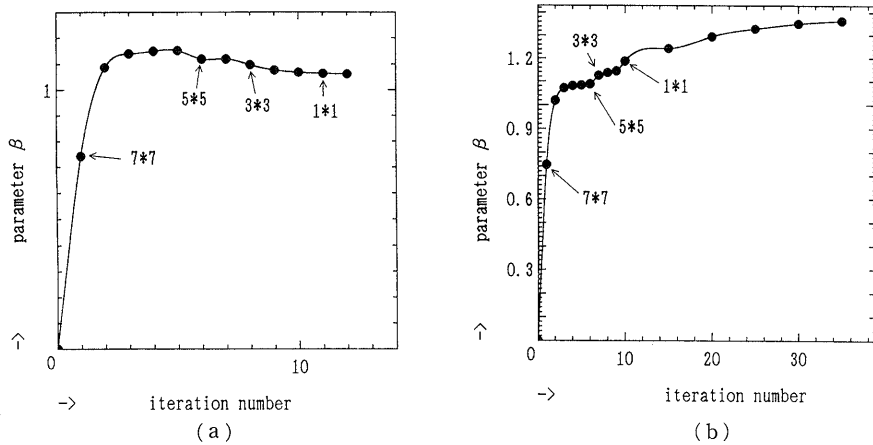


図6 階層化 EM アルゴリズムにおける窓サイズの変化
 (a) $\beta=1.0$ の画像
 (b) $\beta=1.6$ の画像

Fig. 6 Change of window size in the hierarchical EM algorithm.
 (a) image ($\beta=1.0$)
 (b) image ($\beta=1.6$)

EM アルゴリズムは計算量と安定性の2つの点で有効な手法であると考えられる。

次に、実際のテクスチャー画像を用いたシミュレーション実験を行った。Brodatzのテクスチャー集¹⁵⁾から3つのテクスチャーを選んで対象画像を作成した。図7にセグメンテーション結果を示す。ほぼ正確にセグメンテーションが行われ、誤ったラベルが付加され

た画素数は全体の約2%であった。

以上の実験はテクスチャーの方向性によってセグメンテーションが可能なものである。式(2)から本研究のテクスチャー・モデルはテクスチャーの方向性、分散をパラメータに持つものである。テクスチャーの平均値と分散を用いてセグメンテーションを行う手法は従来から存在するので、本研究ではこれら従来研究と

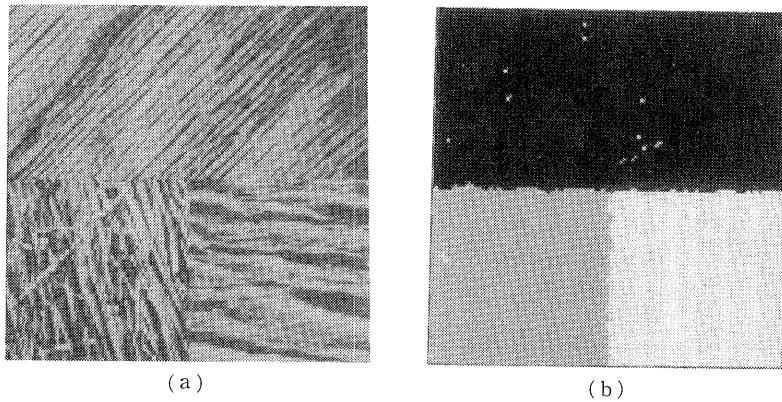


図7 実画像のセグメンテーション (その1)

- (a) テクスチャ画像
(b) セグメンテーション結果

Fig. 7 Segmentation of an actual textured image.

- (a) textured image
(b) segmentation

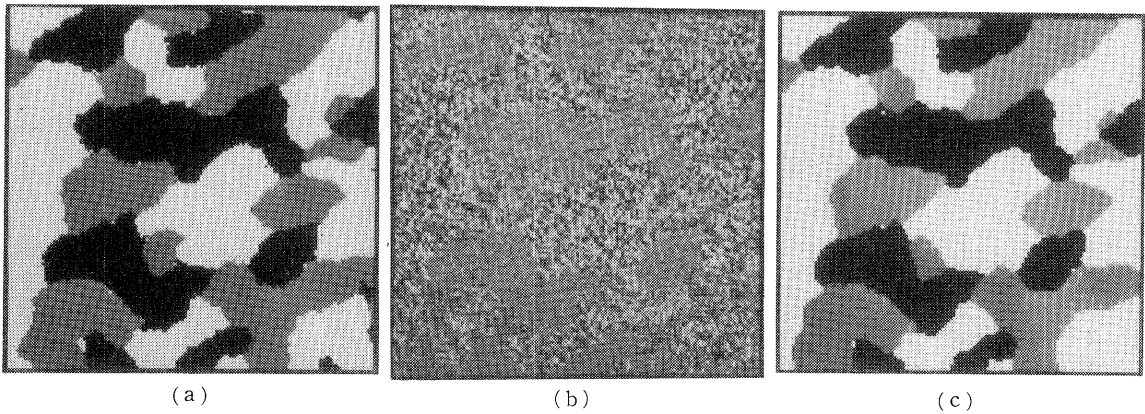


図8 モデル画像のセグメンテーション (その3)

- (a) 領域画像 ($\beta=1.0$)
(b) テクスチャ画像
(c) セグメンテーション結果

Fig. 8 Segmentation of a model textured image.

- (a) regional image ($\beta=1.0$)
(b) textured image
(c) segmentation

一線を画するために、あえてテクスチャの方向性のみを頼りにセグメンテーションを行った。特に実画像を用いたセグメンテーションでは、更に設定を厳しくして、各テクスチャ共に分散を1に正規化してからセグメンテーションを行った。テクスチャに特定の方向性の無い、または多方向にわたるものについても、方向性と分散のパラメータを併せて用いれば本研究の手法は良好に働く。これを示すために、図8、表3に各テクスチャの方向性が同じで分散だけが違う場合のセグメンテーション結果を示す。また、図9に同様な

性質の実画像に対するセグメンテーション結果を示す。

6. むすび

本論文では、階層化EMアルゴリズムに基づくテクスチャ・セグメンテーションについて検討した。MFAによる最適化と幾つかの近似を用い、更にMAP推定の評価関数の階層化を図ることによりEMアルゴリズムを現実的な計算量で実現した。その結果、観測画像のみから、完全自動でテクスチャ・セグメン

表 3 階層化 EM アルゴリズムによるパラメータ推定結果 (その 3)
Table 3 Parameter estimation by the hierarchical EM algorithm.

| texture_0 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|--------|-----------------------|-----------------------|------------------------|----------|
| true parameters | -0.119 | 0.110 | 0.123 | -0.108 | 1.00 |
| estimated | -0.109 | 9.70×10^{-2} | 9.19×10^{-2} | -6.60×10^{-2} | 1.02 |

| texture_1 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|--------|--------|--------|------------------------|----------|
| true parameters | -0.119 | 0.110 | 0.123 | -0.108 | 3.00 |
| estimated | -0.130 | 0.149 | 0.126 | -7.68×10^{-2} | 2.91 |

| texture_2 | c(1,0) | c(0,1) | c(1,1) | c(-1,1) | σ |
|-----------------|--------|-----------------------|--------|---------|----------|
| true parameters | -0.119 | 0.110 | 0.123 | -0.108 | 5.00 |
| estimated | -0.109 | 9.96×10^{-2} | 0.102 | -0.117 | 4.83 |

| region parameter | β |
|------------------|---------|
| true | 0.994 |
| estimated | 1.008 |

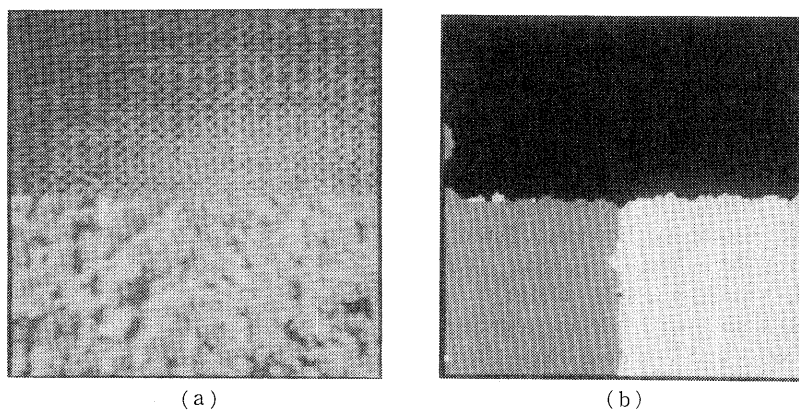


図 9 実画像のセグメンテーション (その 2)

- (a) テクスチャー画像
(b) セグメンテーション結果

Fig. 9 Segmentation of an actual textured image.

- (a) textured image
(b) segmentation

テーションを行うことが可能となった。以下に本論文の特徴をまとめる。

- (1) 最適化に MFA を用いることにより、少ない反復回数で良好なセグメンテーション結果を得ることができる。
- (2) EM アルゴリズムを用いることで観測画像のみから、モデルパラメータの推定とセグメンテーションを同時に行うことができる。
- (3) EM アルゴリズムの階層化を図ることにより、安定かつ高速にパラメータを推定することができる。

今後の課題として以下の 2 つが挙げられる。

- (1) ガウス・マルコフモデルの様々なテクスチャーに対する適用限界の考察と汎用性のある新しいモデルの開発が必要である。本論文は文献 4), 5), 9) の枠組みの中で、これらの問題点であるパラメータの自動推定とその高速化に主眼をおいたものであり、テクスチャーは文献 4), 5) と同様にガウス・マルコフモデルで十分記述できるものを対象にしている。しかし、実際にはガウス・マルコフモデルによって十分記述できないテクスチャーも存在する。例えば、水玉模様、タイ

ル模様や、特に幾何学的な模様を記述することは困難である。従って、ガウス・マルコフモデルの適用の限界についての数学的考察が必要である。また、モデルの適用範囲を調べるのと同時に汎用性に富んだ新しいモデルの開発が重要課題であると思われる。しかし、一度汎用性に富んだモデルが開発されれば、セグメンテーションの枠組みは変更することなく、モデルだけを変更して本研究の手法を用いてセグメンテーションを行うことが可能であると考えている。

(2) 従来の研究の中で近傍次数を推定する手法が、例えば文献7)で紹介されている。近傍次数の推定はセグメンテーションのパフォーマンスの向上、また、計算量の増大を防ぐ点で重要な課題である。現在、近傍次数の推定に代わる手法として、ウェーブレット変換を用いて画像を多重解像度に分解し、各解像度の画像に近傍次数が同じモデルをあてはめる検討をしている。

参 考 文 献

- 1) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and Bayesian Restoration of Images, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. PAMI-6, pp. 721-741 (1984).
- 2) Cooper, D. B., Elliot, H., Cohen, F. S. and Symosek, P. F.: Stochastic Boundary Estimation and Object Recognition, *Comput. Gr. Image Process.*, Vol. 4, pp. 326-355 (1980).
- 3) Elliot, H. and Derin, H.: Modelling and Segmentation of Noisy and Textured Image Using Gibbs Random Fields, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. PAMI-9, pp. 39-55 (1987).
- 4) Cohen, F. S. and Cooper, D. B.: Simple Parallel Hierarchical and Relaxation Algorithms for Segmenting Noncausal Markovian Random Fields, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. PAMI-9, pp. 195-219 (1987).
- 5) Manjunath, B. S., Simchony, T. and Chellappa, R.: Stochastic and Deterministic Networks for Texture Segmentation, *IEEE Trans. Speech and Signal Processing*, Vol. 38, pp. 1039-1049 (1990).
- 6) Therrien, C. W.: An Estimation-Theoretic Approach to Terrain Image Segmentation, *Comput. Gr. Image Process.*, Vol. 22, pp. 313-326 (1983).
- 7) Deguchi, K. and Morishita, I.: Texture Characterization and Texture Based Image Partitioning Using Two-Dimensional Linear Estimation Techniques, *IEEE Trans.* Vol. C-27, pp. 739-745 (1978).
- 8) Bilbro, G. L., Snyder, W. E., Garnier, S. J. and Gault, J. W.: Mean Field Annealing: a Formalism for Constructing GNC-like Algorithms, *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 3, pp. 131-138 (1992).
- 9) Manjunath, B. S. and Chellappa, R.: Unsupervised Texture Segmentation Using Markov Random Field Models, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 13, pp. 478-482 (1991).
- 10) Zhang, J.: The Mean Field Theory in EM Procedures for Markov Random Fields, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 40, pp. 2570-2583 (1992).
- 11) Besag, J.: On the Statistical Analysis of Dirty Pictures, *J. Royal Statist. Soc.*, Vol. B-48, pp. 259-302 (1986).
- 12) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm, *J. Royal Statist. Soc.*, Vol. B-39, pp. 1-38 (1977).
- 13) Anan, T., Kudo, H. and Saito, T.: Unsupervised Statistical Model-Based Texture Segmentation, *Proc. Asian Conf. on Computer Vision '93*, pp. 290-293 (1993).
- 14) 阿南泰三, 工藤博幸, 斎藤恒雄: 平均場アニーリング (MFA) 法を用いたテクスチャ画像の領域分割, 情報処理学会研究会報告, 93-CV-85-3 (1993).
- 15) Brodatz, P.: *A Photographic Album for Artists and Designers*, Dover, New York (1966).
- 16) Chellappa, R., Chatterjee, S. and Bagdazian, R.: Texture Synthesis and Compression Using Gaussian-Markov Random Field Models, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-15, pp. 298-303 (1985).

付録 1 式 (27), (28) の計算法

式 (27) を各パラメータについて具体的に計算すると、以下の式を得る。

$$\sum_{\phi \in \eta} c_{\phi}^{k+1}(l) d_{\phi \phi}(l) = d_{\phi 0}(l) / 2 \quad (\text{A-1})$$

$$c_{\phi}^k(l) = c_{\phi'}^k(l) \quad (\phi' \in \eta') \quad (\text{A-2})$$

$$\begin{aligned} \sigma^{2k+1}(l) = & \sum_{r \in \Omega} p_r(s_r = l | \theta_r^k, \theta_r^k) \\ & \times \left\{ y_r - \sum_{\phi \in \eta} c_{\phi}^{k+1}(l) y_{r-\phi} \right\}^2 \\ & / \sum_{r \in \Omega} p_r(s_r = l | \theta_r^k, \theta_r^k) \quad (\text{A-3}) \end{aligned}$$

ただし、 η' と $d_{\phi \phi}$ は次式で定義する。

$$\eta' = \{(-1, 0), (0, -1), (-1, -1), (-1, 1)\} \quad (\text{A-4})$$

$$o = (0, 0) \quad (\text{A-5})$$

$$d_{\phi, \phi}(l) = \sum_{r \in \Omega} p_r(s_r = l | \theta_r^k, \theta_k^k) \\ \times \sum_{r \in \Omega} (y_{r-\phi} + y_{r+\phi})(y_{r-\phi} + y_{r+\phi}) \quad (\text{A-6})$$

式(A-1), (A-2)の線形方程式を解くことにより, $c_{\phi}(l)$ が得られる. その結果を式(A-3)に代入することにより, $\sigma^2(l)$ が得られる.

式(28)を具体的に計算すると次式を得る.

$$\sum_{r \in \Omega} \sum_{s_r=0}^{M-1} [p_r(s_r | \theta_r^k, \theta_k^k) N^{mfa}(s_r) \\ - p^{reg}(s_r | s_r, \theta_k^k) N^{mfa}(s_r)] = 0 \quad (\text{A-7})$$

式(A-7)を最急降下法で解けば, 領域モデルのパラメータ β を得ることができる.

付録2 ギブス・サンプラーによる領域とテキストチャターの生成法

1. 領域の生成法

領域の数を M 種類とする.

[1] 初期値として各画素 s_r に $0 \sim M-1$ のラベルを与える.

[2] 画像をラスタ走査しながら各画素 s_r において以下の処理を行う.

[2-a] 式(4)を用いて, 着目する画素 s_r が $0 \sim M-1$ を持つ確率を各々計算する.

[2-b] $[0, 1]$ の一様乱数 R を生成し, 次式を満たす $l(0 \leq l \leq M-1)$ を着目する画素 s_r の更新値とする.

$$\begin{cases} 0 \leq R \leq p^{reg}(s_r=0), & (l=0) \\ \sum_{k=0}^{l-1} p^{reg}(s_r=k) \leq R < \sum_{k=0}^l p^{reg}(s_r=k), & (l \neq 0) \end{cases} \quad (\text{B-1})$$

[3] 各画素のラベルがあまり変化しなくなったら終了. それ以外ならば[2]に戻る.

2. テキスチャターの生成

[1] 各画素 y_r に初期値(実数)を与える. また, 式(2)に基づきテキストチャターの方向性を表すパラメータ $c_{\phi}(l)$, 分散 $\sigma^2(l)$ を与える.

[2] 画像をラスタ走査しながら各画素 y_r において以下の処理を行う. $\sum_{\phi \in \gamma} c_{\phi}(l) y_{r-\phi}$ を平均値に, $\sigma^2(l)$ を分散に持つ正規乱数 U を生成し, U をこの画素の更新値とする.

[4] 各画素の値があまり変化しなくなったら終了. それ以外ならば[2]に戻る.

(平成6年6月20日受付)

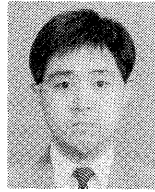
(平成7年1月12日採録)



阿南 泰三 (正会員)

平成4年筑波大学第三学群情報学類卒業. 平成6年同大学院博士前期課程修了. 現在, 同大学院博士後期課程在学中. 画像処理の研究に従事. 統計的推定, モルフォロジーに

興味をもつ.



工藤 博幸

昭和60年東北大学工学部通信卒業. 平成2年同大学院博士課程修了. 画像処理, 生体のイメージングの研究に従事. 現在, 筑波大学講師. 工学博士. 平成元年電子情報通信学会論文賞, 平成2年丹波記念賞, 平成2年医用画像工学会奨励賞, 平成3年医用画像工学会論文賞授賞. IEEE, OSA 各会員.



斎藤 恒雄 (正会員)

昭和38年東北大学工学部通信卒業. 昭和43年同大学院博士課程修了. 非線形回路, デジタル信号処理, 画像処理などの研究に従事. 筑波大学教授. 工学博士. 昭和63年ME学会論文賞, 平成元年電子情報通信学会論文賞, 平成3年医用画像工学会論文賞授賞. IEEE, SPIE 各会員.