全称状態のみの交代性コオペレーティング有限オートマトンシステムに関するある性質について

藤本 竜也 [†] 義永 常宏 [†] 坂本 眞人 [††] 徐 建良 [†††]

[†] 徳山工業高等専門学校 [††] 宮崎大学 [†††] 中国海洋大学

1 はじめに

コオペレーティング有限オートマトンシステム (Cooperating System of Finite Automata, CSFA と略記) は，有限個の有限オートマトン (Finite Automaton, FA と略記) より構成されるシステムである．CSFA を構成する各 FA の入力ヘッドは，それぞれ独立かつ同期して入力テープ上を動作しながら記号を読むことができる．さらに，入力テープ上の同一コマから記号を読んでいる FA 同士ではお互いの現在の状態を知ることができる．

このような動作を行う CSFA は並列計算のモデルの 1 つとして捉えることが可能であるが，その言語受理機械としての性質についてはあまり知られていない．我々が知る限りにおいては文献 [1] と [2] で，決定性および非決定性についての考察がなされているのみである．本論文では文献 [1] の結果に対応して，全称状態のみの交代性 CSFA の受理能力に関する考察を行う．

2 記法の定義

k 個の FA からなる CSFA を，$M = (M_1, M_2, \cdots, M_k)$ とする (CSFA の形式的定義は文献 [1] を参照)．このとき，M により受理される言語を $T(M)$ と表記する．

各 $k \geq 1$, $X \in \{1, 2\}$, $Y \in \{\mathrm{D, N, U, A}\}$ に対して，k 個の X 方向 YFA により構成される CSFA を CS-XYFA(k) と記す．ここで，D は決定性，N は非決定性，U は全称状態のみの交代性，A は交代性を表す．さらに，CS-XYFA(k) により受理される言語のクラスを $\mathscr{L}(X, Y, k)$で表す．すなわち，

$$\mathscr{L}(X, Y, k) = \{T(M) \mid M \text{ は CS-}XY\text{FA}(k)\}$$

である．また，

$$\mathscr{L}(X, Y, \infty) = \bigcup_{1 \leq k < \infty} \mathscr{L}(X, Y, k)$$

とする．

CSFA を構成する FA が n ステップに 1 回右へ入力ヘッドを右へ 1 コマ動かすとき，速さが $1/n$ であるという．

3 FA の個数に基づく受理能力の階層性

王ら [1] は，各 $k \geq 1$, $X \in \{\mathrm{D, N}\}$ に対して，

$$\mathscr{L}(1, X, k) \subsetneq \mathscr{L}(1, X, k+1)$$

となることを示している．この結果に対応して我々は，各 $k \geq 1$, $Y \in \{\mathrm{D, U}\}$ に対して，

$$\mathscr{L}(1, Y, k) \subsetneq \mathscr{L}(1, Y, k+1)$$

であることを示す．このためには，次の補題が必要である．

補題 3.1 各 $k \geq 1$ に対して，$A(k) = \{0^{m1}10^{m2}1 \cdots 10^{mk}20^{m1'}10^{m2'}1 \cdots 10^{mk'} \in \{0, 1, 2\} \mid \forall i(1 \leq i \leq k)[mi, mi' \geq 1] \& \exists j(1 \leq j \leq k)[mj \neq mj']\}$ とする．このとき，

(1) $A(k) \in \mathscr{L}(1, \mathrm{D}, k+1)$,

(2) $A(k) \notin \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k)$

となる．

証明 ここでは (1) の証明のみを述べる．

言語 $A(k)$ を受理できる CS-1UFA(k) $M = (M_1, M_2, \cdots, M_k, M_{k+1})$ を構成できることを示す．今，入力語として，

$$¢0^{m1}10^{m2}1 \cdots 10^{mk}20^{m1'}10^{m2'}1 \cdots 10^{mk'}\$$$

が与えられたとする (これ以外の形式の入力は M によって容易に拒否される)．このとき，M は次のように動作する:

(a) 各 $1 \leq i \leq k$ に対し，M_i は前半の部分語 0^{mi} では速さ 1/3，後半の $0^{mi'}$ では速さ 1，その他の部分では速さ 1/2 である．

(b) M_{k+1} は常に速さ 1/2 である．

(c) 少なくとも 1 つの j $(1 \leq j \leq k)$ に対して M_{k+1} が部分語 $0^{mj'}$ を読み終えたときに M_j とヘッドの位置が異なることが見出される場合に限り，$M_1, \cdots, M_k, M_{k+1}$ は，右境界記号 '\$' 上で受理状態へ入る．

M がこのように動作するとき，M_{k+1} が部分語 $0^{mi'}$ を読み終えたときに，M_i とヘッドの位置が等しいと

A Note on Cooperating System of Alternating Finite Automata with only Universal States
Tatsuya Fujimoto[†], Tunehiro Yoshinaga[†], Makoto Sakamoto[††] and Jianliang Xu[†††]
[†] Tokuyama College of Technology
[††] Miyazaki University
[†††] Ocean University of China

き，かつその時に限り，$mi = mi'$ となるので，$T(M) = A(k)$ となることは明らかである． □

以上より，次の定理3.2が導かれる．

定理 3.2. 各 $k \geq 1$，$Y \in \{\mathrm{D, U}\}$ に対して，

$\mathscr{L}(1, Y, k) \subsetneq \mathscr{L}(1, Y, k+1)$.

4 1方向と2方向の差異

本節では，1方向CSFAと2方向CSFAの受理能力の差異についての考察を行う．文献[1]では，各 $k \geq 2$，$X \in \{\mathrm{D, N}\}$ に対して，

$\mathscr{L}(1, X, k) \subsetneq \mathscr{L}(2, X, k)$,

$\mathscr{L}(1, X, \infty) \subsetneq \mathscr{L}(2, X, \infty)$

となることが示されている．我々はこの結果に対応して，各 $k \geq 2$，$Y \in \{\mathrm{D, U}\}$ に対して，

$\mathscr{L}(1, Y, k) \subsetneq \mathscr{L}(2, Y, k)$,

$\mathscr{L}(1, Y, \infty) \subsetneq \mathscr{L}(2, Y, \infty)$

となることを示す．そのために，まず次の補題を示す．

補題 4.1 各 $k \geq 1$ に対し，$A(k)$ を補題3.2で定めた言語とし，さらに，$A(\infty) = \bigcup_{1 \leq k < \infty} A(k)$ とする．このとき，

(1) $A(k) \in \mathscr{L}(2, \mathrm{D}, 2)$,

(2) $A(\infty) \in \mathscr{L}(2, \mathrm{D}, 4)$,

(3) $A(\infty) \notin \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, \infty)$

となる．

証明 (1) $A(k)$ は，次のように動作するCS-2DFA(2) $M = (M_1, M_2)$ によって受理される．入力:

$¢0^{m1}10^{m2}1 \cdots 10^{mk}20^{m1'}10^{m2'}1 \cdots 10^{mk'}\$$

が与えられたとする（これ以外の形式の入力は M によって容易に拒否される）．このとき，M を次のように動作させる:

(a) 各 $1 \leq i \leq k$ に対し，$mi \neq mi'$ の判定を行うために，M_1, M_2 は同時に部分語 0^{mi} のすぐ左の記号（'¢' or 1）にヘッドをおき，右方向へ動く．このとき，M_1 は 0^{mi} で速さ1/2，M_2 は $0^{mi'}$ で速さ1/2にし，その他の部分では速さ1で動作する．

(b) M_1 と M_2 が右境界記号上で揃ったとき，すなわち $mi = mi'$ のとき，同時に左境界記号へ向けて移動する．

(c) 少なくとも1つの $j\,(1 \leq j \leq k)$ に対して M_1 が部分語 $0^{mj'}$ を読み終えたときに M_2 とヘッドの位置が異なることが見出される場合，すなわち $mj \neq mj'$ である場合に限り，M_1, M_2 は受理状態へ入る．

M がこのように動作するとき，$T(M) = A(\infty)$ となることは容易に確認できる．

(2) $A(\infty)$ は，次のように動作するCS-2DFA(4) $M = (M_1, M_2, M_3, M_4)$ で受理できる．入力 $¢0^{m1}10^{m2}1 \cdots 10^{mk}20^{m1'}10^{m2'}1 \cdots 10^{mk'}\$$, $k \geq 1$ が与えられたとき，M_1 と M_2 は(1)と同様に動作する．ここで，M_1 と M_2 はこれから判別を行う i を記憶する必要があるが，k が未知数のため，有限状態では記憶できない．そこで，M_3 と M_4 をそれぞれ 0^{mi} と $0^{mi'}$ のすぐ左の記号へおき，M_1 と M_2 が速さを切替える点のマーカとする．このような動作を行う M が受理する言語 $T(M) = A(\infty)$ であることは明らかである．

(3) $A(\infty) \in \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, \infty)$ と仮定すると，ある $k \geq 1$ において $A(\infty) \in \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k)$ となる．今，$B(k) = \{0^{m1}10^{m2}1 \cdots 10^{mk}20^{m1'}10^{m2'}1 \cdots 10^{mk'} \mid k \geq 1 \& \forall i (1 \leq i \leq k)[mi, mi' \geq 1]\}$ とするとき，明らかに $B(k)$ は正規言語である．このとき，$\mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k)$ が正規言語との共通集合演算について閉じていること，$A(\infty) \cap B(k) = A(k)$ となること，および，補題3.1の(2)の $A(k) \notin \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k)$ より矛盾が生じる．よって，$A(\infty) \notin \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, \infty)$ となる． □

以上より，次の定理4.2が導かれる．

定理 4.2. 各 $k \geq 1$，$Y \in \{\mathrm{D, U}\}$ に対して，

$\mathscr{L}(1, Y, k) \subsetneq \mathscr{L}(2, Y, k)$,

$\mathscr{L}(1, Y, \infty) \subsetneq \mathscr{L}(2, Y, \infty)$.

5 むすび

本論文では文献[1]に対応して，全称状態のみの交代性CSFAの言語受理機械としての性質を考察し，各 $k \geq 1$ に対し，$\mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k) \subsetneq \mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k+1)$ であること，各 $k \geq 2$ に対し，$\mathscr{L}(1, \mathrm{U}, k) \subsetneq \mathscr{L}(2, \mathrm{U}, k)$, $\mathscr{L}(1, \mathrm{U}, \infty) \subsetneq \mathscr{L}(2, \mathrm{U}, \infty)$ であることなどを示した．

最後に，本論文に関連する未解決問題を提示する．交代性におけるFAの個数に基づく受理能力の階層性（各 $k \geq 1$ に対し，$\mathscr{L}(1, \mathrm{A}, k) \subsetneq \mathscr{L}(1, \mathrm{A}, k+1)$）や，1方向と2方向の受理能力の差異（各 $k \geq 2$ に対し，$\mathscr{L}(1, \mathrm{A}, k) \subsetneq \mathscr{L}(2, \mathrm{A}, k)$，$\mathscr{L}(1, \mathrm{A}, \infty) \subsetneq \mathscr{L}(2, \mathrm{A}, \infty)$）が存在するか否かなどが未解決の問題である．

文献

[1] 王躍，井上克司，高浪五男，"コオペレーティング1方向有限オートマトンシステムのある性質"，電子情報通信学会論文誌, Vol.J75-D-I, No.7, pp.391–399 (1992).

[2] Y.Wang, K.Inoue and I.Takanami, "A Note on One-Way Multicounter Machines and Cooperating Systems of One-Way Finite Automata," Trans. IEICE, vol.E76–D, no.10, pp.1302–1306 (1993).