マルチプロセッサシステムにおける確率的故障診断法

阿部　洋志[†]，　小股　正博[†]，　小林　学[†]，　坂下　喜彦[†]

[†]湘南工科大学大学院　工学研究科　電気情報工学専攻

1. はじめに

マルチプロセッサシステムにおける故障ノードを発見する問題は，古くから様々なモデルに対して研究が行われてきた．また正常ノードが他のノードを検査した結果も確率的に誤る，間欠性故障モデルが S.Mallela らによって提案されており，またこれを含む一般的な確率故障診断モデルが M.Blount によって提案されている[1].

本研究ではこの間欠性故障を含む確率的故診断モデルを対象とし，部分的なシンドロームに対する故障の事後確率を効率的に求める診断アルゴリズムを提案し，その有効性を示す．さらに故障モデルを隠れマルコフモデルに拡張し，その確率的故障診断法を提案する．

2. 故障診断システム

システムは N 個のノードの集合 $U=\{u_1,\dots,u_N\}$ から成り，それぞれのノード $u_i \in U$ は通信可能な他のノードの故障を検査することができるとする．ここで有向グラフ $G=(U,E)$ を考え，ノード $u_i,u_j \in U$ について u_j が u_i の故障を検査するとき，またそのときに限り枝 e_{ji} が u_j から u_i に結ばれるものとする．すなわち $e_{ji} \in E$ である．さらに $u_i \in U$ を検査するノード集合を $\Gamma^{-1}(u_i) = \{u_j \in U \mid e_{ji} \in E\}$ と表す．

次にノード $u_i \in U$ が故障している場合を $x_i = 1$ で表し，そうでない場合を $x_i = 0$ で表す．さらにすべての $e_{ji} \in E$ について u_j が u_i を検査した結果を s_{ji} で表し，u_i が故障していると判断したときは $s_{ji} = 1$ そうでないときは $s_{ji} = 0$ を出力するものとする．ここですべての $e_{ji} \in E$ に対して s_{ji} を並べたベクトルをシンドロームと呼び，s で表す．同様に，故障パターンを $x=(x_1,\dots,x_N) \in \{0,1\}^N$ で表す．故障診断システムは $G=(U,E)$ 及びシンドローム s が与えられたときに，x の推定値を出力する．またそれぞれの $u_i \in U$，$u_i \in U$ に手に対する故障する確率関数を $P(x_i)$ と表し，他のノードと独立，すなわち $P(x)=\prod_{i=1}^{N} P(x_i)$ とする．さらに記述を簡便にするため $P_{x_j,x_i}(s_{ji}) = P(s_{ji} \mid x_j, x_i)$ と定義し，それぞれの $e_{ji} \in E$ について s_{ji} は x_j 及び x_i にのみ依存し，$P_{x_j,x_i}(s_{ji})$ により決まるものとする．

3. 事後確率に基づく確率的故障診断

本節ではシンドローム s が与えられた下での x_i の事後確率の近似値を高速に求めることを考える．

[定義 1] 有向グラフ $G=(U,E)$ において，u_i に長さ l 以内で到達できるパス上のノード集合を $U_i^{(l)}$ とし，そのパス上の枝の集合を $E_i^{(l)}$ と定義する．また $U_i^{(l)}$ 及び $E_i^{(l)}$ にそれぞれ対応する故障パターンと検査ベクトルを $x_i^{(l)}$ 及び $s_i^{(l)}$ と表す．

G と定数 l_{max} について以下の仮定を置く．

[仮定 1] G において任意の $u_i \in U$ に長さ l_{max} 以内で到達できるパス上のすべてのノードは，互いに異なる．

定義 1 ならびに仮定 1 から，以下の式が成り立つ．

$$\ln\frac{P(x_i=0 \mid s_i^{(l+1)})}{P(x_i=1 \mid s_i^{(l+1)})} = \ln\frac{P(x_i=0)}{P(x_i=1)} + \sum_{u_j \in \Gamma^{-1}(u_i)} \ln\frac{\sum_{xj} P(s_{ji} \mid x_j, x_i=0) P(x_j \mid s_j^{(l)})}{\sum_{xj} P(s_{ji} \mid x_j, x_i=1) P(x_j \mid s_j^{(l)})}. \quad (1)$$

式(1)によって効率良く対数事後確率比 $\ln\frac{P(x_i=0 \mid s_i^{(l_{max})})}{P(x_i=1 \mid s_i^{(l_{max})})}$ を求めることができる．シンドローム s からノードの事後確率により故障を診断するアルゴリズムを以下に示す．

1) $a_i^{(0)} = \ln\frac{P(x_i=0)}{P(x_i=1)}, i=1,2\dots,N, l:=0.$

2) $i=1,2,\dots,N$ それぞれに対して以下を計算する．

i)すべての $u_j \in \Gamma^{-1}(u_i)$ に対して次式を計算する．

$$b_{ji}^{(l+1)} = \ln\frac{P_{0,0}(s_{ji})\exp(a_j^{(l)}) + P_{1,0}(s_{ji})}{P_{0,1}(s_{ji})\exp(a_j^{(l)}) + P_{1,1}(s_{ji})}. \quad (2)$$

ii) $a_i^{(l+1)}$ を式(3)で更新する．

$$a_i^{(l+1)} = a_i^{(0)} + \sum_{u_j \in \Gamma^{-1}(u_i)} b_{ji}^{(l+1)} \quad (3)$$

3) $l+1 = l_{max}$ ならば式(4)を出力して終了．そうでなければ $l := l+1$ として 2)へ．

Probabilistic Fault Diagnosis in Large Scale Multiprocessor Systems
Hiroshi ABE[†], Masahiro KOMATA[†], Manabu KOBAYASHI[†] and Yoshihiko SAKASHITA[†]
[†]Graduate School of Engineering, Shonan Institute of Technology

$$\hat{x}_i = \begin{cases} 0, & a_i^{(l_{\max})} \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

4. 隠れマルコフモデルにおける確率的故障診断

近接する連続したノードの故障を考慮する為に隠れマルコフモデル(HMM)を考える．ノードの状態を整数で表し，z_h を状態 h での故障確率とする．またあるノードの状態が h で，近接する次のノードの状態が k になる確率を t_{hk} と表す．HMM に対する故障診断アルゴリズムを示す．

1) $a_i^{(0)} = 0,\ c_i^{(0)} = \ln \dfrac{P(x_i = 0)}{P(x_i = 1)}, i = 1,2\ldots, N, l := 0.$

2) $i = 1,2,\ldots,N$ それぞれに対して以下を計算する．

i)すべての $u_j \in \Gamma^{-1}(u_i)$ に対して次式を計算する．

$$b_{ji}^{(l+1)} = \ln \frac{P_{0,0}(s_{ji})\exp(a_j^{(l)} + c_j^{(l)}) + P_{1,0}(s_{ji})}{P_{0,1}(s_{ji})\exp(a_j^{(l)} + c_j^{(l)}) + P_{1,1}(s_{ji})}. \quad (5)$$

ii) $a_i^{(l+1)}$ を次式で更新する．

$$a_i^{(l+1)} = \sum_{u_j \in \Gamma^{-1}(u_i)} b_{ji}^{(l+1)} \quad (6)$$

3) α_{ik} をノード u_i の状態が k である前向き確率を表すものとする．同様に β_{ik} をノード u_i の状態が k である後向き確率とすると，各時点のノードの状態に対する確率は BCJR アルゴリズムによって以下のように再帰的に計算することができる．

・前向き計算

$$\alpha_{ik} = \sum_h \alpha_{(i-1)h} d_{(i-1)hk} \quad (7)$$

・後ろ向き計算

$$\beta_{ik} = \sum_h \beta_{(i+1)h} d_{ikh} \quad (8)$$

ただし $d_{ihk} = \dfrac{t_{hk}(z_h + \exp(a_i^{(l+1)})(1 - z_h))}{\exp(a_i^{(l+1)}) + 1}$ と定義する．

これらの再帰計算を行った後，結果的に再び事後確率診断へ以下の各ノード情報を更新する．

$$c_i^{(l+1)} = \ln \frac{\sum_{h,k} \alpha_{ih}\beta_{(i+1)k} t_{hk}(1 - z_h)}{\sum_{h,k} \alpha_{ih}\beta_{(i+1)k} t_{hk} z_h} \quad (9)$$

4) $l + 1 = l_{\max}$ ならば式(10)を出力して終了．そうでなければ $l := l + 1$ として 2)へ．

$$\hat{x}_i = \begin{cases} 0, & a_i^{(l_{\max})} + c_i^{(l_{\max})} \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

5. 計算機シミュレーションによる評価と考察

従来の間欠性故障を含む確率的な故障診断法として S.Lee らによる手法[2] (LS 法 *Opt*2, *Opt*3) との比較実験を行った．なお，提案アルゴリズムにおいて $l_{\max} = 1$ と置くと，LS 法の *Opt*3 とまったく同じアルゴリズムとなる．

シミュレーションにおいて N=10000，すべての u_i に対して $|\Gamma^{-1}(u_i)|$=7，$P_{0,1}(0) = 0.3$ とし，$P(x_i)$ を変化させてシミュレーションを行った．それらの結果を表 1 に示す．

表 1. LS 法と提案故障診断法の比較

$P(x_i)$	LS 法 *Opt*2	$l_{\max} = 1$	$l_{\max} = 2$	$l_{\max} = 3$
0.15	1.68E-02	1.65E-02	1.54E-03	8.00E-04
(HMM)		1.19E-02	9.48E-04	5.36E-04
0.1	3.80E-03	7.19E-03	5.49E-04	3.25E-04
(HMM)		5.95E-03	3.68E-04	2.19E-04
0.07	1.28E-03	3.71E-03	2.45E-04	1.61E-04
(HMM)		3.39E-03	1.82E-04	1.16E-04
0.04	3.37E-04	1.55E-03	8.25E-05	6.35E-05
(HMM)		1.56E-03	7.02E-05	4.98E-05
0.01	7.71E-05	2.99E-04	1.19E-05	1.15E-05
(HMM)		3.05E-04	1.30E-05	1.16E-05

表 1 は 1 ノード当たりの診断誤り確率 P_{NER} を表しており，各下段の値は 4 節で示した HMM を考慮した確率的故障診断（以下 HMM 考慮法と呼ぶ）の結果である．

HMM での故障発生は，状態 0 での故障確率を 0.001 とした．また状態 1 の故障確率をそれぞれ変化させ，平均故障確率が $P(x_i)$ となる結果を表 1 に示している．また，状態の遷移確率は t_{01} = t_{10} =0.01 とした．

表 1 の結果から，提案アルゴリズムは $l_{\max} = 2$ のとき LS 法 *Opt*2 よりも優れた診断が行われていることが確認できる．また $l_{\max} = 3$ の結果はさらに良い．一方 HMM の故障モデルにおいては，事後確率故障診断法よりも HMM 考慮法が全体的に若干優れた結果となったが，状態 1 の故障確率が小さくなると両者の差はほとんどなくなってしまう．これは 3 節で示した提案法がロバスト性を有するためであると考えられる．

6.まとめと今後の課題

間欠性故障を含む場合の確率的故障診断法を提案し，LS 法よりも優れた故障診断法であることをシミュレーションにより示した．今後の課題はより実用的な故障診断モデルへの拡張が挙げられる．

参考文献

[1]M. Blount, “Probabilistic treatment of diagnosis in digital systems,” Digest of the 7th Int. Symp. on Fault-Tolerant Computing, pp.72-77, IEEE Computer Society Press, CA, June 1977.

[2] S. Lee and K.G. Shin, “Optimal and efficient probabilistic distributed diagnosis schemes, “IEEE Trans. Computers, vol.42, no.7, pp.882-886, july 1993.