

離散的ソレノイダル場のスプライン補間による 力線の可視化

—境界条件の導入—

清水 徹[†] 鵜飼 正行[†]

非圧縮流や磁場の数値シミュレーションで生成される離散的ソレノイダル場データの力線可視化を行う場合、ソレノイダル条件を厳密に満たすように力線可視化する方法を前回提案した。その方法ではソレノイダル場データを数値積分して得た流束ベクトル場データを補間し、さらにそれをもとに計算された連続的ソレノイダル場を力線追跡する。しかし、この方法ではソレノイダル場に関する境界条件をそのまま補間条件として用いることができないため、この方法を境界条件の付帯したデータにそのまま適用できない。一方、実際の数値シミュレーションに本方法を適用する場合、シミュレーションで設定された境界条件も満たさなければならない。本論文では、前回提案した力線可視化法を周期、対称、固定境界条件を満たす離散的ソレノイダル場データに拡張し、ソレノイダル性を厳密に保持し、かつ境界条件を満たすように力線可視化することが、ソレノイダル場の位相構造を保持する上で重要となることが示される。

Visualization of Lines of Force by Spline Interpolation of a Discrete Solenoidal Field

—Introduction of Boundary Conditions—

TOHRU SHIMIZU[†] and MASAYUKI UGAI[†]

In the previous paper we proposed a visualization method for a discrete solenoidal field data obtained from numerical simulations of incompressible flow and magnetic field, by which lines of force are drawn so that the solenoidal condition is exactly satisfied. In the method a continuous flux vector field is numerically obtained by interpolation of the integrated discrete field data, and lines of force are drawn by tracing the continuous solenoidal field, that is calculated from the continuous flux vector field. However the method cannot directly be applied to the data with boundary conditions, since boundary conditions for the solenoidal field data cannot directly be incorporated in the interpolation procedure. When the method is applied to actual numerical simulations with specified boundary conditions, the boundary conditions must also be satisfied. In this paper we have extended our previous visualization method to numerical solenoidal field data with typical boundary conditions, such as periodic, symmetry and fixed boundary conditions. It is proposed that in order to retain the topological feature the lines of force should be drawn so that both the solenoidal and boundary conditions are simultaneously satisfied.

1. はじめに

理工学問題の数値シミュレーションの大規模化にと
もない、出力される大量の離散データをどのように可
視化しその構造や性質を理解するかという問題は極め
て重要になりつつある。とりわけ、三次元の流速場や
磁場のようなベクトル場は、スカラー場に較べて可視
化が容易でない。そこでよく用いられるのは力線であ

り、これにより我々はベクトル場のもつ流れの位相学
的構造を明瞭に示すことができる^{1),2)}。一般的な力線可
視化は、力線追跡によって行われる。その際、ベクト
ル場を連続的に知る必要があるから、数値シミュレ
ーションから得られる離散的ベクトル場データをなんら
かの方法で補間しなければならない。

一方、数値シミュレーションでは多種多様な数値計
算技法が提唱され発展してきた。それに伴い、我々は
対象とする問題の性質に応じて適切な計算技法を選ん
でいる。ゆえにデータの可視化の際にも、そのデータ
がどのような計算技法で生成されどのような性質を持

[†] 愛媛大学工学部情報工学科
Department of Computer Science, Faculty of Engineer-
ing, Ehime University

っているかに注意を払うべきである。例えば、流体力学や磁気流体力学問題の数値シミュレーションにおける非圧縮流や磁場は、ソレノイダル性 ($\text{div } \mathbf{V} = 0$) を満たす必要がある。ソレノイダル性を保持する主な数値シミュレーション技法としては以下に述べる 2 種類がある。

まず電磁気学や非圧縮流体力学問題では、ソレノイダル場 \mathbf{V} のベクトルポテンシャル \mathbf{A} ($\mathbf{V} = \text{rot } \mathbf{A}$) を離散化し計算する方法が用いられる。この場合、 \mathbf{A} を補間し回転微分すれば厳密にソレノイダルな連続的ベクトル場 \mathbf{V} を生成できる。この場合、任意の補間法を使うことができる。

もう一つは、ソレノイダル場を直接離散化して計算する方法であり、電磁流体力学 (MHD) 問題の数値シミュレーションでは磁場についてこの方法が用いられている^{3),4)}。この場合離散的磁場データがなんらかの離散的な意味でソレノイダル性を満たす計算法が必要であり、保存形式の差分方程式を用いて磁場の流束が差分格子単位で保存するようにする。この場合、数値シミュレーションで得られた磁場データを差分格子単位の流束保存性に配慮せず補間すると、生成される連続的ベクトル場は一般にソレノイダル条件を満足しない。また磁場データからベクトルポテンシャルを求めれば前述の手法が利用できるが、そのためにはポアソン方程式を解かねばならず、陽的差分法による数値シミュレーションから生成される大規模三次元データの場合莫大な計算時間を必要とする。

前回⁵⁾、我々は非圧縮流や磁場などのソレノイダル場を直接離散化する数値シミュレーションで得られたデータを補間して厳密にソレノイダルなベクトル場を生成し、それに基づいて力線を追跡し可視化する方法を提案した。補間後のベクトル場がソレノイダルなので、得られる力線は追跡中に消滅しない。このことはソレノイダル場における流れの位相学的構造を調べる上で極めて重要である。

今回は境界条件の導入についてなにも考慮していなかった。しかし、数値シミュレーションでは計算領域を有限にするために境界条件を必要とする。したがって、出力されるデータの可視化処理においても、それと同じ境界条件を満たすべきである。その際、ソレノイダル条件と境界条件をいかに矛盾なく整合させるかが問題となる。

本論文では、第 2 章において前回提案した離散的ソレノイダル性を持ったデータの補間法 (以下では流束補間法とよぶ) を概説し、第 3 章でこの補間法に数値シミュレーションでよく用いられる周期、対称、固定

境界条件を導入する。ここでは、補間により生成されるベクトル場が境界においても厳密にソレノイダルとなるため、境界条件を満たすべき制約条件を示し、それに基づいて補間する方法を示す。第 4 章でそれら境界条件の混在した離散的ソレノイダル場データを用いてこの力線可視化法の適用例を示し、最後に第 5 章をまとめとする。

2. 流束補間法⁵⁾

補間の対象となるベクトル場データと離散的ソレノイダル性について説明する。あるベクトル場 \mathbf{V} がソレノイダルである時、次式が成り立つ。

$$\text{div } \mathbf{V} = 0. \quad (1)$$

\mathbf{V} は三次元ベクトル場とする。この式は空間の任意領域への流束の和が 0 となることを表している。

一方、磁場や非圧縮流などの数値シミュレーションでは、離散化されたベクトル場データがソレノイダル性を持つべきであり、そのようなデータは保存形差分式を用いる多くの数値シミュレーションにおいて現れる^{3),4)}。ここで式 (1) を差分化したものを離散的ソレノイダル性とする。多様な差分化の方法があるが、もっとも簡単な場合、

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z ((V_x)_{i+1,j,k} - (V_x)_{i-1,j,k}) \\ & + \Delta x \Delta z ((V_y)_{i,j+1,k} - (V_y)_{i,j-1,k}) \\ & + \Delta y \Delta x ((V_z)_{i,j,k+1} - (V_z)_{i,j,k-1}) = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

とおける。 (i, j, k) は差分格子番号、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は格子サイズである。この式は保存形式なので、各差分格子において出入りする流束の総和が 0 であることを表している。

ただしこの式は隣接するデータどうしを関係づけていない。例えば式 (2.1) により $(V_x)_{i-1,j,k}$ と二格子離れた $(V_x)_{i+1,j,k}$ は関係づけられているが、それらデータは式 (2.1) の格子番号をどのようにシフトさせても隣接するデータ $(V_x)_{ij}$ と関係づけられない。

そこですべての格子点上のデータ \mathbf{V} を関係づけて、ソレノイダル性を満たす一組の補間関数を生成するために、隣接格子点間で平均化操作 (例えば $(\bar{V}_x)_{i+1/2,j,k} = 0.5((V_x)_{i+1,j,k} + (V_x)_{i,j,k})$) を行い、さらに後述の説明で添え字を簡潔にするためデータを半格子ずらす表記変更 ($i \rightarrow i+1/2, j \rightarrow j+1/2, k \rightarrow k+1/2$) を行い

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z ((\bar{V}_x)_{i+1,j+1/2,k+1/2} - (\bar{V}_x)_{i,j+1/2,k+1/2}) \\ & + \Delta x \Delta z ((\bar{V}_y)_{i+1/2,j+1,k+1/2} - (\bar{V}_y)_{i+1/2,j,k+1/2}) \\ & + \Delta y \Delta x ((\bar{V}_z)_{i+1/2,j+1/2,k+1} - (\bar{V}_z)_{i+1/2,j+1/2,k}) = 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

としておく。

次に、式 (2.2) を満たすソレノイダル場データ \mathbf{V} を

補間して式(1)を満たす連続的ソレノイダル場を生成する。まずこのデータ $(\bar{V}_x)_{i,j+1/2,k+1/2}(i=1\cdots I; j=1\cdots J-1; k=1\cdots K-1)$, $(\bar{V}_y)_{i+1/2,j,k+1/2}(i=1\cdots I-1; j=1\cdots J; k=1\cdots K-1)$, $(\bar{V}_z)_{i+1/2,j+1/2,k}(i=1\cdots I-1; j=1\cdots J-1; k=1\cdots K)$ を数値面積分して離散的流束ベクトル場データ $(\phi_x, \phi_y, \phi_z)_{ijk}$ を以下のように生成する。

$$(\phi_x)_{i,j,k} = \sum_{j'=2}^j \sum_{k'=2}^k (\bar{V}_x)_{i-1,j'-1/2,k'-1/2} \Delta y \Delta z, \quad (3.1)$$

$$(\phi_y)_{i,j,k} = \sum_{i'=2}^i \sum_{k'=2}^k (\bar{V}_y)_{i'-1/2,j-1,k'-1/2} \Delta x \Delta z,$$

$$(\phi_z)_{i,j,k} = \sum_{i'=2}^i \sum_{j'=2}^j (\bar{V}_z)_{i'-1/2,j'-1/2,k-1} \Delta x \Delta y,$$

$$(i=2\cdots I; j=2\cdots J; k=2\cdots K).$$

ここで積分定数として

$$(\phi_x)_{i,j,k} = 0 \text{ for } j=1 \text{ or } k=1, \quad (3.2)$$

$$(\phi_y)_{i,j,k} = 0 \text{ for } i=1 \text{ or } k=1,$$

$$(\phi_z)_{i,j,k} = 0 \text{ for } i=1 \text{ or } j=1$$

とおく。次にこれを次式で補間する。

$$\phi_x(x, y, z) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K a_{ijk} B_{im}(x) C_{jm}(y) D_{km}(z),$$

$$\phi_y(x, y, z) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K b_{ijk} B_{im}(x) C_{jm}(y) D_{km}(z),$$

$$\phi_z(x, y, z) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K c_{ijk} B_{im}(x) C_{jm}(y) D_{km}(z).$$

$$(4)$$

ここで $B_{im}(x)$, $C_{jm}(y)$, $D_{km}(z)$ は $m-1$ 次の B スプライン関数である。式 (3.1), (3.2) のデータをもとに係数 $(a, b, c)_{ijk}$ を求めた後、式 (4) を微分すれば連続的ベクトル場 V が得られる。例えば V_x は、節点間隔を $\delta y_j, \delta z_k$ とすると

$$V_x(x, y, z) = \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y \partial z} \quad (5)$$

$$= \sum_{i=1}^I \sum_{j=2}^J \sum_{k=2}^K (a_{ijk} + a_{i,j-1,k-1} - a_{i,j-1,k} - a_{i,j,k-1}) \cdot B_{im}(x) C_{j-1,m-1}(y) D_{k-1,m-1}(z) (m-1)^2 / (\delta y_j \delta z_k)$$

となる。この時 $\phi = \phi_x + \phi_y + \phi_z$ とすると式 (2.2) を満たすデータに対し常に

$$\partial^3 \phi / \partial x \partial y \partial z = 0 \quad (6)$$

となることが示せる⁵⁾。これは式 (1) と等価であり、 V は厳密にソレノイダルとなる。この流束補間法は非ソレノイダル場、つまり発散のあるベクトル場データに対しても拡張し適用できる⁶⁾。

3. 境界条件の導入

数値シミュレーションでよく用いられる境界条件にはベクトル場の空間対称性や周期性を仮定する場合や境界の外側でベクトル場が一定となることを仮定する

場合などがある。ここではこれら境界条件を上述の流束補間法へ導入しよう。

なおこの補間法ではソレノイダル場 V を直接補間するかわりに流束ベクトル場 (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) を補間するため、シミュレーションで V に対して用いられる色々な境界条件をもとに流束ベクトル場に関する境界条件を生成しなければならない。以降では、 V に関する周期、対称、固定などの物理的な境界条件と、その各境界条件に対応した流束ベクトル場の境界条件(補間条件)を区別するため、後者の境界条件を端条件と呼ぶことにする。

3.1 ノイマン型端条件

流束ベクトル場に対し補間領域(直方体)の全端面の格子点上に与える端条件を考える。ただしそれは各端面に法線方向の微分勾配条件つまりノイマン型端条件とする。このような端条件を付加しても流束補間後の V がソレノイダルとなるためには、 $\phi = (\phi_x + \phi_y + \phi_z)$ に関して以下のような制約条件が必要である。まず各端面で

$$(\partial \phi / \partial x)_{ijk} = (a_{x1})_{ij} + (a_{x3})_{ik}$$

$$(i=1, I; j=1\cdots J; k=1\cdots K),$$

$$(\partial \phi / \partial y)_{ijk} = (a_{y1})_{ij} + (a_{y2})_{ik}$$

$$(i=1\cdots I; j=1, J; k=1\cdots K),$$

$$(\partial \phi / \partial z)_{ijk} = (a_{z2})_{jk} + (a_{z3})_{ik}$$

$$(i=1\cdots I; j=1\cdots J; k=1, K) \quad (7.1)$$

である。例えば $(\partial \phi / \partial x)_{ijk}$ は、二つ $(i=1, I)$ ある yz 両端面上のすべての格子点で与え、しかも j と k に依存する成分が分離できることを意味する。

これら端条件を付加すると補間式(4)は $I \rightarrow I+2$, $J \rightarrow J+2$, $K \rightarrow K+2$ とする必要があるから、式(7.1)だけでは補間自由度に対し条件不足となる。そこで領域の辺と角にも次の条件を追加する⁷⁾。

$$(\partial^2 \phi / \partial y \partial z)_{ijk} = (b_{x2})_{jk}$$

$$(i=1\cdots I; j=1, J; k=1, K),$$

$$(\partial^2 \phi / \partial x \partial z)_{ijk} = (b_{y3})_{ik}$$

$$(i=1, I; j=1\cdots J; k=1, K),$$

$$(\partial^2 \phi / \partial x \partial y)_{ijk} = (b_{z1})_{ij}$$

$$(i=1, I; j=1, J; k=1\cdots K), \quad (7.2)$$

$$(\partial^3 \phi / \partial x \partial y \partial z)_{ijk} = 0 \quad (i=1, I; j=1, J; k=1, K).$$

$$(7.3)$$

ここで例えば $(b_{x2})_{jk}$ は i に依存しないことを意味する。

なお、実際の補間計算では流束ベクトル場データの各成分 (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) に関する端条件のそれぞれの和が式(7.1)~(7.3)を満たしていればよい。式(7.1)~(7.3)は式(5)で得られるベクトル場 V が厳密にソ

レノイダルとなるための必要十分条件である (付録 1)。次節では数値シミュレーションで用いられるいくつかの境界条件に関して、この制約条件を満たす端条件を生成する方法を提案する。

3.2 周期, 対称境界条件

境界外側の状態が内部 (補間) 領域から推定できる境界条件について述べる。前章で示した補間法では、 V に関するこのような境界条件を流束ベクトル場に関する補間条件としてそのまま用いることはできない。まず周期境界条件について考えよう。

周期境界条件は空間的にデータの周期性が仮定される時用いられる。実際の流体力学や電磁流体力学シミュレーションにおけるこの境界条件は、周期性を仮定する方向の境界端におけるデータを一致させることにより導入される。それは図 1 (a) の場合であり、そこで境界 A-B と C-D 上のベクトルは一致している。このようなデータは普通、周期スプライン⁸⁾で補間される。しかし我々が補間しようとしている流束ベクトル場データは、データ V を式 (3) で数値積分して生成するため、両境界端で一致しないデータとなることに注意すべきである。つまり、周期的な V に対する流束ベクトル場は一般に非周期的であり、周期スプラインをそのまま用いることができない (付録 2)。この場合境界端における流束ベクトル場を境界面に対し法線方向微分したものが両境界端で一致すれば、 V はそこで

連続的、つまり周期的となる。

そこで接続する二つの境界端で式 (7.1)~(7.3) を満たすノイマン型端条件を与え、 V が連続となる補間を行う。この端条件生成法と補間手順を、 x 方向に周期的な場合の V_x つまり $(\phi_x)_{ijk}(i=1\cdots I; j=1\cdots J; k=1\cdots K)$ について示す (図 2)。なお $(\phi_y, \phi_z)_{ijk}$ も同様である。

<補間手順>

①流束ベクトル場データ $(\phi_x)_{ijk}$ を端条件なしで式 (4) により補間し $\phi_{x1}(x, y, z)$ とする。これをもとに、接続すべき二つの境界端における $(\partial\phi_{x1}/\partial x)_{ijk}(i=1, I; j=1\cdots J; k=1\cdots K)$ を求める。

②この端条件を両端面のそれぞれの格子点間で平均したものを端条件として再度補間し $\phi_{x2}(x, y, z)$ を生成する。

<終了>

step ①で生成される端条件は式 (7.1) を満たす (付録 1) から、それを端面間で平均操作した端条件も式 (7.1) を満たす。ゆえに ϕ_{x2} を微分して得られる V は厳密にソレノイダルとなる。またたとえ ϕ_{x2} が両端で一致していなくても $\partial\phi_{x2}/\partial x$ が同じになるため、 V_x は境界端で連続的となり、ゆえに周期境界条件を満たす。

もちろん接続面での微分連続性を上げるには高階微分の端条件が必要となるが、この時も式 (7.1)~(7.3) と同様の制約条件を満たせばよい。ただし普通のスプライン補間は低次で行うから低階微分端条件だけで十分である。次章の適用例では三次スプラインに対し一

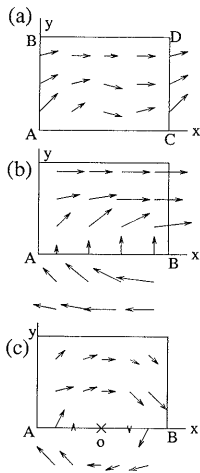


図 1 典型的な境界条件

(a) 周期境界 ((A-B) 端と (C-D) 端の接続), (b) 線 (A-B) 対称境界, (c) 原点 (O) 対称境界 ((O-A) 端と (O-B) 端の接続)。

Fig. 1 Typical boundary conditions.

(a) periodic boundary line (A-B) connected to the boundary line (C-D), (b) symmetry condition on the line (A-B), (c) symmetry condition at the origin 'O', where the boundary line (O-A) is connected to another boundary line (O-B).

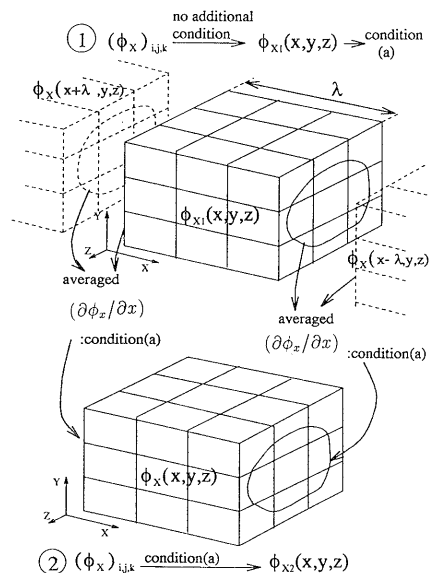


図 2 周期境界条件の場合の流束補間手順

Fig. 2 The procedures of flux interpolation in the case of periodic boundary condition.

階微分の端条件のみ与え、 V について一次連続性で満足するとする。

またこの方法は面、軸、点などの対称境界条件にも適用できる。図 1 (b) (c) に二次元ベクトル場の二つの例を示す。

このうち、図 1 (b) に示す線対称境界条件 (z 方向を含めた三次元場では面対称) の場合は、step ①で求めるべき端条件は自明となる。つまり流束ベクトル場の各成分が $y=0$ を境にして y 方向に奇関数か偶関数となるから、それに依って偶数階か奇数階微分端条件のいずれかを 0 とすればよい。例えば、この図では $V_x(x, y) = -V_x(x, -y)$, $V_y(x, y) = V_y(x, -y)$ となっているから、 ϕ_x, ϕ_y に関する $y=0$ の端条件としてそれぞれ $\partial^n \phi_x / \partial y^n = \partial^n \phi_y / \partial y^n = 0 (n: \text{odd})$ とおけばよい。

一方、点対称境界条件 (図 1 (c)) の場合、端条件は線対称のように微分係数が 0 とならない。そのかわり原点 o を基準として第一象限は第三象限とまた第二象限は第四象限と接続されるため、ここで述べた周期境界条件と同様に、これら領域を V が連続となるように接続すればよい。この際、周期境界と同じく実際に補間される流束ベクトル場は接続面で一般に不連続となるが、ここで提案した方法ではそれに依らず V が連続となる。図 1 (c) は $o-A$ と $o-B$ を接続することになる。

3.3 固定境界条件

境界面でベクトルを固定するとき固定境界が用いられる。ここでは境界面でベクトル値が厳密に一定となる補間を考える。

まず、境界面に対し法線方向の成分をその面で一定値とする場合はノイマン型端条件を必要としない。なぜならその端面でソレノイダル場データ V の法線成分が一定であれば、生成される流束ベクトル場データ (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) を補間したものは自然にその面内の各方向について一次関数となるから、これをその方向に微分して得られる V の法線成分は定数となる。このような固定境界条件は、磁場に対する完全導体壁や流体における固体壁のように、力線が境界壁を横切らない場合に生じる。その時はデータ V の法線成分を 0 とすればよい。もちろんそのデータが式 (2.1), (2.2) を満たしている限り流束補間で得られる V はソレノイダルとなる。

次に、面内成分を一定とする場合を考える。ここでデータ V は保存形差分式 (2.1), (2.2) を満たすので、それは格子点でのベクトル値でなく、むしろ格子面

ΔS を通り抜ける平均流量 $\int V \cdot dS / \Delta S$ を意味する

ことに注意すべきである。ゆえに、面内成分を固定する時は法線成分の場合のようにデータ V を端面で一定とするだけでは不十分であり、ノイマン型端条件 (たとえば xy, xz 面では $\partial^2 \phi_x / \partial y \partial z (= V_x)$) を必要とする。

ところが、補間式 (4) の (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) 各成分はソレノイダル性を満たすために節点数や節点位置が全く同じものでなければならないから⁵⁾、端面で面内二成分を固定するために、それらに対し端条件を付加すると、残された法線成分についてもなんらかの付加的な補間条件が必要となる。さらに補間で得られる V がソレノイダル性を満たすには、すべての端条件が式 (7.1) ~ (7.3) を満たしていなければならない。そこで面内成分に関する固定境界条件を満たしつつ全補間領域でソレノイダルとなるように、各ベクトル成分の端条件をいかに矛盾なく設定できるかが問題となる。

以下では補間領域の全端面 (付録 3) で全成分を一定値 (V_{x0}, V_{y0}, V_{z0}) で固定する場合について (ϕ_x)_{ijk} ($i=1\dots I; j=1\dots J; k=1\dots K$) に対する端条件生成法と補間手順を示す。なお各端面の法線成分を一定とするため、そのソレノイダル場データ成分は一定とする。また (ϕ_y, ϕ_z)_{ijk} については以下の手順において、添え字 (x, y, z) と (i, j, k) をそれぞれ循環的に入れ換えればよい。

以下に示す方法は周期対称境界の場合の step ①と同じく、まず流束ベクトル場を端条件なしで補間する。さらにそれと別に固定境界を満たす端条件を用いた補間による流束ベクトル場を得て、それらより求めた端条件を組み合わせてすべての端条件が式 (7.1) ~ (7.3) を満たすように修正し、そのもとで再度補間して最終的に固定境界条件を満たすソレノイダル場 V を生成する。

<補間手順>

①端条件なしで ($\phi_x + \phi_y + \phi_z$)_{ijk} を補間し $\phi_1(x, y, z)$ とする。これをもとに各端面のデータ格子点上の法線方向微分係数 (式 (7.1) の左辺) を計算する (これを端条件 (a) とする)。

②固定境界のための端条件を付加し、(ϕ_x)_{ijk} を y, z 方向に補間し、($\phi_{xz}(y, z)$)_i とする。具体的には、 xz 端面と xy 端面の各格子点上で

$$(\partial^2 \phi_{xz} / \partial y \partial z)_{ijk} = V_{x0} \quad (\text{const.}) \quad (8)$$

$$(i=1\dots I; j=1, J; k=1\dots K),$$

$$(i=1\dots I; j=2\dots J-1; k=1, K)$$

とし、さらに x 方向の 4 辺上で

$$(\partial^3 \phi_{xz} / \partial y^2 \partial z)_{ijk} = 0$$

$$\begin{aligned} (i=1\dots I; j=1; k=1), \\ (i=1\dots I; j=J; k=K) \end{aligned} \quad (9.1)$$

$$\begin{aligned} (\partial^3 \phi_{x2} / \partial y \partial z^2)_{ijk} = 0 \\ (i=1\dots I; j=1; k=K), \\ (i=1\dots I; j=J; k=1) \end{aligned} \quad (9.2)$$

$$\begin{aligned} (\partial \phi_{x2} / \partial y)_{ijk} = 0 \\ (i=1\dots I; j=1; k=1), \\ (i=1\dots I; j=J; k=K) \end{aligned} \quad (9.3)$$

$$\begin{aligned} (\partial \phi_{x2} / \partial z)_{ijk} = 0 \\ (i=1\dots I; j=1; k=K), \\ (i=1\dots I; j=J; k=1) \end{aligned} \quad (9.4)$$

とする。これらを端条件 (b) とする。

③ $(\phi_{x2}(y, z))_i$ を一旦 x 方向に補間する。ただし、この時なら端条件を付加しない。この補間結果から xz と xy の端面における法線方向微分係数

$$\begin{aligned} (\partial \phi_{x2} / \partial y)_{ijk} \\ (i=1\dots I; j=1, J; k=1\dots K) \end{aligned} \quad (10.1)$$

$$\begin{aligned} (\partial \phi_{x2} / \partial z)_{ijk} \\ (i=1\dots I; j=1\dots J; k=1, K) \end{aligned} \quad (10.2)$$

(端条件 (c)) と、 y および z 方向の辺における交差微分係数

$$(\partial^2 \phi_{x2} / \partial x \partial y)_{ijk} \quad (i=1, I; j=1, J; k=1\dots K) \quad (11.1)$$

$$(\partial^2 \phi_{x2} / \partial x \partial z)_{ijk} \quad (i=1, I; j=1\dots J; k=1, K) \quad (11.2)$$

を生成する (端条件 (d))。

④ step ②で求めた $(\phi_{x2}(y, z))_i$ を以下の端条件で再度補間して $\phi_{x3}(x, y, z)$ を得る。まず端条件 (a) と ϕ_{y2} , ϕ_{z2} について端条件 (c) と同様に得られる端条件から yz 端面条件として

$$\begin{aligned} (\partial \phi_{x3} / \partial x)_{ijk} = (\partial(\phi_1 - \phi_{y2} - \phi_{z2}) / \partial x)_{ijk} \\ (i=1, I; j=1\dots J; k=1\dots K) \end{aligned} \quad (12)$$

を求め、また y, z 方向の辺では端条件 (d), そして補間領域の 8 つの角では、

$$\begin{aligned} (\partial^3 \phi_{x3} / \partial x \partial y \partial z)_{ijk} = 0 \\ (i=1, I; j=1, J; k=1, K) \end{aligned} \quad (13)$$

とする (端条件 (e))。

<終了>

この手順を図 3 に示す。まず xy, xz 端面で面内成分となる V_x を一定値 V_{x0} にする ϕ_x の端条件は式 (8) (9.1), (9.2), (11.1), (11.2) および (13) である。このうち、式 (9.1), (9.2), (13) はそれぞれ $(\partial V_x / \partial y) = (\partial V_x / \partial z) = (\partial V_x / \partial x) = 0$ を意味しており、これらは明

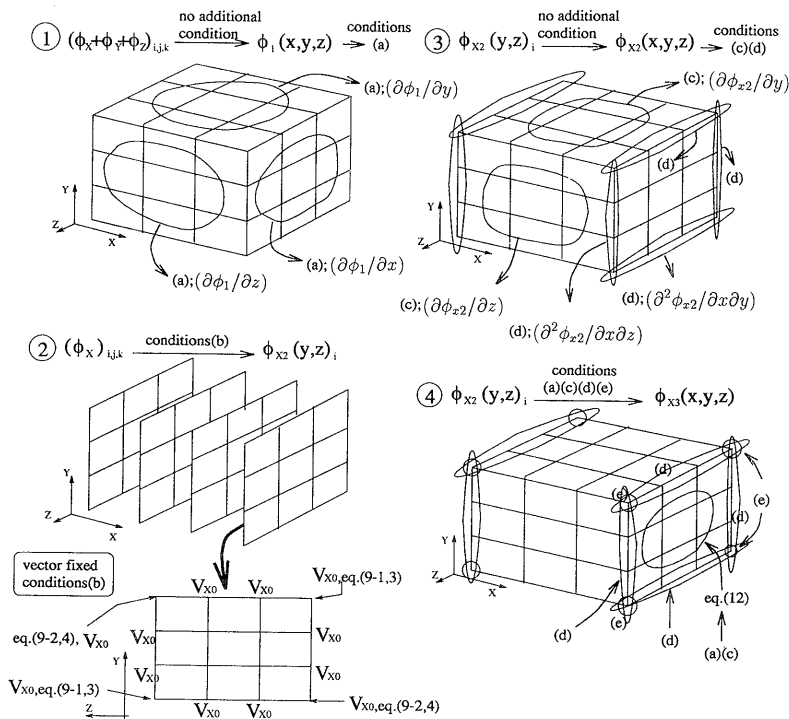


図 3 固定境界条件の場合の流束補間手順 (全端面で全ベクトル成分を固定)

Fig. 3 The procedures of flux interpolation in the case of fixed boundary condition. (all vector components are fixed at all surfaces of the region.)

らかに V_x を一定にする固定境界条件である。また式 (11.1), (11.2) はそれぞれ k, j について一定となるため, どちらも間接的に $(\partial V_x / \partial x) = 0$ を意味する。これらにより面内成分の固定境界条件が満たされる (付録 4)。

次に yz 端面で V_x は法線成分となる。その成分を一定にする端条件は式 (8) と (9.1), (9.2) のうち $i=1, I$ に関するものであり, しかもこの端面内のデータ $(\bar{V}_x)_{i,j+1/2,k+1/2} (i=1, I)$ が一定であるため, ϕ_{x2} は固定境界条件を満たす。また ϕ_{x3} は ϕ_{x2} を x 方向に補間しただけだから, これも固定境界条件を満たす。

一方 ϕ_{x3} に与えられる端条件はすべて式 (7.1) ~ (7.3) を満たすから, ϕ_{x3} から得られる V はソレノイダル性を満たすものとなる。

ただしこれら端条件のうち, 式 (9.3), (9.4), (11.1), (11.2) と式 (12) は式 (7.1) ~ (7.3) を満たす唯一の端条件ではない。このうち式 (9.3), (9.4) は補間関数 ϕ_{x3} (つまり ϕ_{x2}) の定数項か y および z に関する一次項の係数を定める条件となるため, ϕ_{x3} を y と z で微分した V_x にはなんら影響を与えない (付録 4)。しかし式 (11.1), (11.2) と (12) の非唯一性により, V はもとのデータに対しソレノイダル性と固定境界条件を満たす唯一のソレノイダル場とならない。

この非唯一性の原因は, なんら端条件を与えない補間関数 ϕ_{x1} (ϕ_1 の一部) と固定境界の端条件のみを与えた補間関数 ϕ_{x2} を組み合わせて, 最終的な端条件を生成しているためであり (付録 5), この場合 ϕ_{x1} と ϕ_{x2} が大きく異なればこれらを用いる ϕ_{x3} は補間関数として不自然なものとなりうる。しかし数値シミュレーションで生成されるソレノイダル場データ V は, もともと設定されている固定境界条件に“なめらかに接続”するものだから, 境界(端)条件を付加しない ϕ_{x1} と付加した ϕ_{x2} は, 大きく異ならないはずである。この時, 補間関数は固定境界条件を満たしつつソレノイダルとなる自然なベクトル場となることが期待できる。

4. 適用例

4.1 離散的ソレノイダル場データの生成

本補間法によってソレノイダル性と境界条件が正しく保持されることを示すため, 周期, 対称, 固定境界条件が混在し比較的簡単な位相構造を持つ三次元ソレノイダル場データ⁹⁾の力線可視化を行う。

離散的ソレノイダル条件式 (2.1) を満たすベクトル場データは, 次のベクトルポテンシャルから $V = \text{rot } A$ の中心差分式により生成する⁹⁾。実際の数値シミュレーションではそのようにして生成されるベクトル場

データが初期状態として用いられる。

$$\begin{aligned} A_x &= \gamma y, A_y = 0, \\ A_z &= -A_{z1}(x, y) \\ &\quad - \exp(-0.25(y-0.25)^2)(1 + \cos(\theta(x-2))) \\ &\quad - \exp(-0.25(y+0.25)^2)(1 + \cos(\theta(x+2))). \end{aligned} \quad (14.1)$$

ただし,

$$\begin{aligned} A_{z1} &= 10 \cos \zeta y + 3(1 + \cos \theta x)(1 + \cos 2\zeta y) \\ &\quad (0 \leq y < 8), \\ &= -10\zeta(y-8) \quad (8 \leq y) \end{aligned} \quad (14.2)$$

である。

境界条件は, x 方向に周期的, z 軸で軸対称であり, $y \geq 8$ では, ベクトル場を一樣とするため, $y=10$ で固定境界条件 ($V_x=10\zeta, V_y=0, V_z=-\gamma$) を設定する。なお力線の位相構造を簡単にしてソレノイダル性が満たされていることを容易に示すために, このベクトル場は z 方向に一樣になっている。そのため z 方向の xy 端面に境界条件を付加しないものとする。

ソレノイダル性は, A_z の xy 面上での等高線が力線の投影図となることにより示せる。すなわち, $y=0$ の xz 面を横切るすべての等高線が閉じることがソレノ

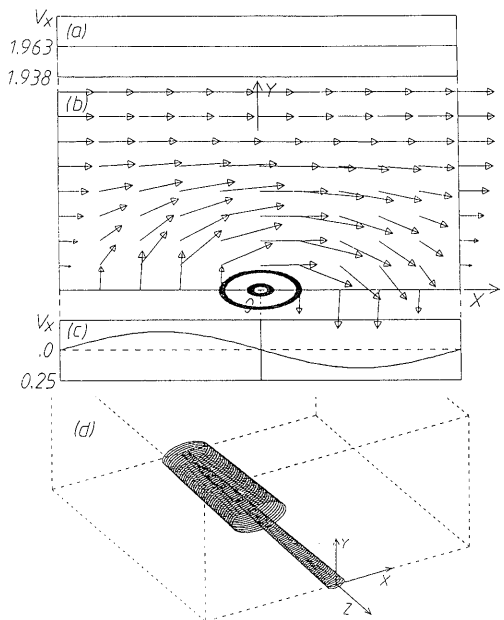


図4 直接補間の場合(端条件なし)

(a) $y=10$ (一定値固定境界) の V_x , (b) $x-y$ 面のベクトル場 ($-10 < x < 10, 0 < y < 10$), (c) $y=0$ (z 軸対称境界) の V_x , (d) 追跡力線。

Fig. 4 Vector field generated by direct interpolation without boundary conditions.

(a) V_x at $y=10$ (fixed boundary), (b) Vector field on a $x-y$ plane ($-10 < x < 10, 0 < y < 10$), (c) V_x at $y=0$ (z -axis symmetry boundary), (d) two traced lines of force.

イダル性を意味する。ただし、領域全体に一樣な V_z 成分があるので、力線は z 方向に一樣ならせん構造となる。

次節では $\gamma = -0.05$, $\zeta = \pi/16$, $\theta = 2\pi/20$ として三次元領域 ($-10 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 10$, $0 \leq z \leq 20$) を格子数 ($I=21$, $J=21$, $K=21$) で離散化したベクトル場データを補間し力線可視化を行う。

4.2 直接補間⁵⁾

式(14.1), (14.2)から生成され式(2.1)を満たすベクトル場データを直接的に補間する。このデータはもともと周期、対称性を持っているため、この補間で生成される連続的ベクトル場は周期、対称境界条件を満たすがソレノイダルとならない。線形補間によるベクトル場の可視化結果を図4に示す。

まず、図4(a)で固定境界 ($y=10$) における V_x 分布を示す。これは厳密に一定値 ($V_{x0}=1.963$) となっている。一方、図4(c)で x 軸上 ($y=0$) の V_x 分布を示す。これは原点を境に反転しており、 z 軸対称性を反映している。

さらに図4(b)には (V_x, V_y) 成分とルンゲクッタギル法による2本の力線追跡結果を示した。ここで差分きざみは $\Delta s=0.1$ とし、 $y < 0$ の追跡に必要なベクトル場は $y > 0$ の補間領域から z 軸対称性を考慮して計算した。力線は閉じず、周回するたびにずれて数十周で帯状となった。このことは Δs をさらに小さくしても変わらない。これは直接補間で得られるベクトル場がソレノイダルとならないことを意味している。

図4(d)に力線の三次元構造を示す。涌き出しにより、 $+z$ 方向に進むにつれてらせんの回転半径が変化するため、力線構造は z 方向に一樣とならない。

4.3 流束補間

ベクトル場を厳密にソレノイダルとするために流束補間を行う。ただし三次スプラインを用いる。なお本補間方法は節点配置に依らないが、ここでは端部節点は四重とし、内部節点配置は原則としてデータ格子点に重ねることとする。ただし端条件を付加しないときは、内部節点数が格子点数より少なくなるから、端条件を付加しない境界端より一つ内側の格子点は節点を重ねない。

4.3.1 境界条件を考慮しない場合

まず端条件を一切付加しない流束補間の結果について (V_x, V_y) 成分を図5(b)に示す。流束補間のためこのベクトル場は厳密にソレノイダルとなるが、直接補間の場合とはちがいで境界条件を満たさない。

境界の V_x 分布を図5(a)(c)に示す。これらの図の縦軸のスケールはすべて図4と同じである。このう

ち $y=10$ の固定境界 (図5(a)) では、 $y > 8$ のベクトルデータ V_x が一定であるにもかかわらず、 V_x 分布に変動が生じている。一方、図5(c)では V_x が原点で0とならず、ソレノイダル場は z 軸対称とならない。このため、力線が $y=0$ 境界を横切る時ベクトル場が不連続となり、ルンゲクッタギルなどの有限差分法では力線追跡において十分な精度を保持できない。

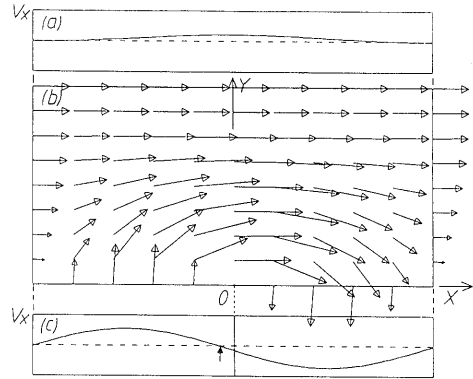


図5 流束補間の場合 (端条件なし)
(a) (b) (c) の説明は図4に同じ

Fig. 5 Vector field generated by flux interpolation without boundary conditions. The captions of (a) (b) (c) are same as Fig. 4.

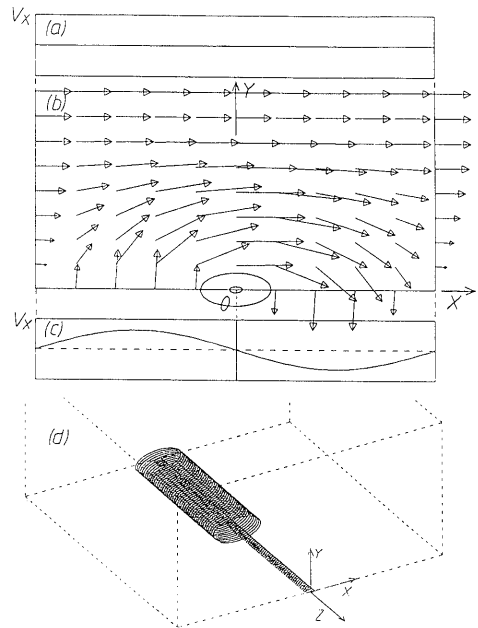


図6 流束補間の場合 (端条件付加)
(a) (b) (c) (d) の説明は図4に同じ

Fig. 6 Vector field generated by flux interpolation with boundary conditions. The captions of (a) (b) (c) (d) are same as Fig. 4.

4.3.2 境界条件を考慮する場合

各境界条件に応じた端条件を付加して流束補間を行う。なお周期, 対称に加えて固定境界条件が混在するため, 第3章で示した周期, 対称, 固定境界条件の手順を混合する。

図6(b)は図4(b)と対照的に力線が閉じており, ベクトル場がソレノイダル性を満たすことを示している。それと同時に, 図6(a)(c)は固定および対称境界条件を正しく満たしている。またこれらの図には示していないが, x 方向両端では周期境界条件が満たされている。対称境界条件とソレノイダル性のため, 図6(d)の力線は式(14.1), (14.2)の示すとおり z 方向に一樣ならせん構造となっている。

以上の結果より本方法により, 厳密にソレノイダル性を満たし, かつ設定された境界条件を満たすことが示された。

5. ま と め

本論文では離散的ソレノイダル性を持ったベクトル場データを補間して連続的にソレノイダルなベクトル場を生成する際に, 理工学問題で現れる典型的ないくつかの境界条件を付加する方法を示した。電磁気学, や流体力学, 電磁流体力学の数値シミュレーションでは必ず境界条件が設定されるから, そこで生成されるデータの可視化においてもその境界条件を満足すべきである。

第4章では補間時にソレノイダル性と境界条件を同時に満たしていないと, 可視化される力線の位相構造がもとのデータの位相構造と同じにならないことを示した。特にこの適用例では, 特異点となるべき対称軸(z 軸)上でソレノイダル性と境界条件が同時に満たされないと, そのソレノイダル場は湧き出し(図4(b))や非零な x, y 成分を持つ(図5(c))ことが示された。これはその付近の力線構造を許容し難いものとしている。これに対し, 我々が提案した方法ではソレノイダル性と境界条件が同時に厳密に保持され, そのため設定された力線の位相構造は正しく可視化された。

なおこの可視化技法では, ソレノイダル場データ V に対し通常行われる直接的な補間をせず, そのデータから流束ベクトル場データ (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) を生成して間接的に補間する。このため V に関する境界条件を付加する場合, それを補間条件としてそのまま導入できない。

そこでまず対称, 周期境界の場合は補間領域を流束ベクトル場の微分係数(つまりソレノイダル場 V) が連続となるように接続するという簡単な手法を基本と

して用いた。この手法は補間領域が大きいときにいくつかの領域に分割して補間する際, 分割面で V を連続に接続するために利用できる。その際分割数を増やすと並列計算機による高速計算向きの補間方法となる。これは大規模なソレノイダル場データの力線可視化を高速に行う時必要不可欠な手法となるであろう。

また固定境界で示した方法は流体や電磁流体シミュレーションで時々現れる自由境界条件^{1),3)}や非一定値の固定境界へも適用できる。

今回, 流束補間法に境界条件を導入したことで, 本力線可視化法をソレノイダル場の数値シミュレーションデータに適用する上で基本的な障害はなくなった。しかし, ここで用いたテンソル積型補間式(4)の補間柔軟性は決して高いとはいえない。たとえば特異点付近の細かい力線構造を可視化する場合においてさらに工夫が必要かもしれない。今後, 高速磁力線再結合問題²⁾の大規模な三次元 MHD シミュレーションデータへの適用をふまえて検討を加えていきたい。

謝辞 この研究は京都大学超高層電波研究センター電算機利用の共同研究により京都大学大型計算機センターおよび愛媛大学総合情報処理センターで行われた。

参 考 文 献

- 1) Ugai, M.: MHD Simulations of Fast Reconnection Spontaneously Developing in a Current Sheet, *Comput. Phys. Commun.*, Vol. 49, No. 1, pp. 185-192 (1988).
- 2) Helman, J. and Hesselink, L.: Representation and Display of Vector Field Topology in Fluid Flow Data Sets, *Computer*, Vol. 22, No. 8, pp. 27-36 (1989).
- 3) Ugai, M. and Tsuda, T.: Magnetic Field Line Reconnection by Localized Enhancement of Resistivity. Part 1, Evolution in a Compressible MHD Fluid, *J. Plasma Phys.*, Vol. 17, Part 3, pp. 337-356 (1977).
- 4) 田中高史: 有限体積 TVD スキームによる非構造格子上の三次元 MHD シミュレーション, 第 88 回地球電磁気・地球惑星圏学会講演会予稿集, 19 p-I-1 (1990).
- 5) 清水 徹, 鶴飼正行: 離散的ソレノイダル場のスプライン補間による力線の可視化, 情報処理学会論文誌, Vol. 34, No. 8, pp. 1770-1779 (1993).
- 6) 清水 徹, 鶴飼正行: 離散的流束保存性をもったベクトル場データの補間法と力線可視化, 第 47 回情報処理学会全国大会論文集 (2), 2-341 (1993).
- 7) 市田浩三, 吉本富士市: スプライン関数とその応用, p. 71, 教育出版 (1979).
- 8) 桜井 明: スプライン関数入門, pp. 93-94, 東京

電機大学出版局 (1981).

- 9) Finn, J. M. and Kaw, P. K.: Coalescence Instability of Magnetic Islands, *Phys. Fluids*, Vol. 20, No. 1, pp. 72-78 (1977).

付録 1 (端条件)

流束補間により生成されるベクトル場 V がソレノイダルとなることを示す。離散データが式 (2) を満たすとき、 $\phi_{ijk} (= \phi_x + \phi_y + \phi_z)$ は

$$\phi_{ijk} = (\phi_1)_{ij} + (\phi_2)_{jk} + (\phi_3)_{ik} \quad (a1)$$

の三成分に分割できる⁵⁾。ゆえに、 ϕ_{ijk} を式 (4) で補間すると、

$$\phi(x, y, z) = \phi_1(x, y) + \phi_2(y, z) + \phi_3(x, z) \quad (a2)$$

となる。これは明らかに式 (6) (つまり式 (1)) を満たす。実際は $(\phi_x, \phi_y, \phi_z)_{ijk}$ を各成分別々に補間するが、式 (4) が線形結合型補間式なので、やはり式 (a2) が成り立つ。

<十分条件>

この補間法に端条件式 (7.1)~(7.3) を付加するとき、ソレノイダル性が保持されることを示す。このためには端条件が式 (a1) の右辺の各成分に対応して分離できるものならよい。この分離を表 1 に示す。

例えば式 (a1) の第 1 項のデータ ϕ_1 は i, j に依存する二次元データだから、これに対する端条件はすべて k (つまり z) に依存しないものならよい。つまり表 1 において、 ϕ_1 に関する yz 端面 ($i=1, I$ の二面) の端条件 ($\partial\phi_1/\partial x$) は、 $(a_{x1})_{ij}$ と書ける。式 (7.1)~(7.3) の他の端条件についても同様である。結局、表 1 で横方向の和をとれば、 ϕ に関する端条件として式 (7.1)~(7.3) が得られる。

<必要条件>

ソレノイダル性を保持するには端条件が式 (7.1)~(7.3) を満たす必要があることを示す。まず式 (6) を満たすためには、 ϕ は必ず式 (a2) の形になっていなければならない。そこで式 (a2) を x で微分すると $\partial\phi/\partial x = \partial\phi_1/\partial x + \partial\phi_3/\partial x$ となり、この右辺第 1, 2 項はそれぞれ $(x, y), (x, z)$ に依存するから、これを離散化した端条件 $(\partial\phi/\partial x)_{ijk}$ は必ず式 (7.1) の第 1 式でなければならない。他の式 (7.1)~(7.3) も同様である。

表 1 (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) の端条件

Table 1 Boundary conditions of (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) .

$(i=1 \dots I; j=1 \dots J; k=1 \dots K)$	$(\phi_1)_{ij}$	$(\phi_2)_{jk}$	$(\phi_3)_{ik}$
yz 端面 ($i=1, I$) $\partial\phi/\partial x$	$(a_{x1})_{ij}$	0	$(a_{x3})_{ik}$
辺 ($j=1, J; k=1, K$) $\partial^2\phi/\partial y\partial z$	0	$(b_{x2})_{jk}$	0
角 ($i=1, I; j=1, J; k=1, K$)	$(\partial^3\phi_{1,2,3}/\partial x\partial y\partial z)_{ijk}=0$		

付録 2

周期境界をもつソレノイダル場データに対し周期スプラインを用いる場合は、流束ベクトル場データの周期成分と非周期成分を分離しなければならない。例えば一次元周期的データを $(V_x)_j = a_1 + a_2 \sin(2\pi j/N_y)$ ($j=1 \dots N_y$) とすると、第 2 項を j で数値積分した流束ベクトル成分は周期スプラインで補間できるが、第 1 項を数値積分したものは非周期的となるから周期スプラインで補間できない。さいわいその補間関数は y について一次関数となるから容易に補間できるが、多方向に周期的な多次元データの場合、各方向に関する周期、非周期項の組み合わせでこのような分離の回数が増えるため補間計算は著しく煩雑になる。このことは対称境界の場合も同じである。

付録 3

この端条件を与える境界端は、結局のところ式 (2.1) を満たすデータ格子端から各方向に半格子ずれた所になっている。しかし本補間法で与える端条件は式 (7.1)~(7.3) を満たしていれば場所に依らず適用できる。

また式 (2.1) のデータから式 (2.2) のデータを生成する際、境界端付近で半格子だけ補間領域外側のソレノイダル場データが必要となる³⁾。一般的な差分による数値シミュレーションでは境界の外側に必ず数格子の予備的なデータ領域が必要となるために、そのデータは確保されている。

付録 4 (一定値固定境界について)

step ③と④で生成される補間関数 ϕ_{x2}, ϕ_{x3} が $j=1 (y=0)$ の xz 端面全域で厳密に

$$\partial^2\phi_x/\partial y\partial z = V_{x0}(\text{一定}) \quad (a3)$$

となることを示す。他の成分、端面も同様にして説明できる。

1 組の流束ベクトル場データと端条件に対し唯一の補間関数が生成されるものとする。その場合、補間関数は補間手順によらないから、 $j=1$ の xz 面に関する端条件だけを補間して $\partial\phi_x/\partial y|_{y=0}$ を求め、それが式 (a3) を満たすことを示せばよい。

まず step ③で $\partial\phi_x/\partial y|_{y=0}$ を得るために必要な補間条件は式 (8) と式 (9.2), (9.3) の $j=1$ に関する合計 $I(K+2)$ だけであり、それらにより式 (4) (ただし今は z 方向の端条件の付加により補間自由度が増えて式 (4) は $K \rightarrow K+2$ となる) を y で微分して $y=0$ とした

$$\partial\phi_{x2}/\partial y|_{y=0} \quad (a4)$$

$$= \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^{K+2} a'_{ik} B_{im}(x) D_{km}(z)$$

は明らかに $\partial\phi_{xz}/\partial y = V_{x0}z$ となり、これは式 (a3) を満たす。ゆえにこれを用いてさらに y 方向に補間した $\phi_{xz}(x, y, z)$ も $y=0$ では式 (a3) を満たす。なお式 (9.3) は式 (a4) の定数項 (x, z に依らない項) を決める条件となるから、それを z で微分した V_x つまり式 (a3) には影響を与えない。

次に step ④で $\partial\phi_x/\partial y|_{y=0}$ を得るために必要な補間条件は、step ③の条件に加えて式 (11.1) の $i=1, I; j=1; k=1 \dots K$ と式 (13) の $i=1, I; j=1; k=1, K$ の合計 $(I+2)(K+2)$ である。このうち、式 (11.1) は ϕ_{xz} が式 (a3) を満たすため、 k 方向に一定値の端条件となる。ゆえに式 (a4) において x 方向へも補間自由度が増えるが、それはやはり $\partial\phi_x/\partial y = V_{x0}z$ となり、 $\phi_{xz}(x, y, z)$ も $y=0$ で式 (a3) を満たす。

付録 5

生成されるベクトル場 V を固定境界条件とソレノイダル性を満たす唯一のベクトル場とするには、端条件式 (11.1), (11.2) をそれぞれ $(\partial^2 V_x/\partial x \partial z)_{ijk} = 0$ と $(\partial^2 V_x/\partial x \partial y)_{ijk} = 0$ で、また式 (12) は $\text{div } V = 0$ より $(\partial V_x/\partial x)_{ijk} = 0 (= -\partial V_y/\partial y - \partial V_z/\partial z)$ で、さらに式 (13) を $(\partial^3 V_x/\partial x \partial y \partial z)_{ijk} = 0$ で置き換えればよい。この場合もソレノイダル性を満たすが、補間計算はここに示した手順どおり xyz の各方向を段階的に分けて計算できなくなり、補間計算で一度に解くべき連立方程式の元数が著しく大きくなる。これは計算機の処理時間と記憶容量を最大限利用して陽的差分法により生成され

た大規模な三次元シミュレーションデータへの適用を困難にする。

また本方法を非一様なベクトル場を固定する境界条件へ拡張しようとする、これら置き換えようとする条件が非零となるから、それら置き換すべき条件は一般に適用できない。

(平成 6 年 3 月 30 日受付)

(平成 7 年 3 月 13 日採録)



清水 徹 (正会員)

昭和 37 年生。昭和 60 年東北大学工学部応用物理学科卒業。昭和 62 年同大学院修士課程修了。同年より高知工業高等専門学校機械工学科助手。現在愛媛大学工学部情報工学科助手。工学修士。計算物理、特にプラズマの計算機シミュレーションによる研究に従事。地球電磁気・地球惑星圏学会、応用数学会会員。



鵜飼 正行 (正会員)

昭和 23 年生。昭和 46 年京都大学工学部電子工学科卒業。昭和 48 年同大学院修士課程修了。同年より愛媛大学工学部助手。現在同大学工学部情報工学科教授。工学博士。計算物理の基礎的研究に従事。数値シミュレーション、スーパーコンピューティング、グラフィックスに興味を持つ。地球電磁気・地球惑星圏学会等会員。