

平板の応力集中部における最適形状の設計法について

福田 順子†

荷重を受ける構造物の不連続部に生じる応力集中を緩和するためには不連続部の形状に丸みをつけたり、厚板による補強などの経験的な方法が従来より行われている。しかし不連続部の形状を最適化することによって応力の集中率を大幅に低減することが可能であり、その手法の確立が望まれている。本論文で提案する形状最適化手法は有限要素法による応力解析に形状最適化条件を併用して平板構造物の応力集中部における応力分布を平坦化し、周辺応力の最大値を極小化する周辺形状を自動的に決定する方法である。本方法では、有限要素法による解の精度の低下を避けるために、応力集中部付近にメッシュの変更を許容する領域を指定し、最適化の過程において応力集中部の形状が変化するとともに、要素の大きさができる限り等しくなるように、乱数を利用した自動要素分割法によりその領域内を再分割する。また形状最適化の過程において必要な外部境界上の応力値には節点力を用いた応力平滑化法を用い、高精度の応力分布を得ることができる。本方法が平板構造の応力集中部における形状の自動決定法として有用であることを数値実験により示した。

A Method for Optimizing Contour Shape to Minimize Stress Concentration in Flat Plates

JUNKO FUKUDA †

In this paper, the author presents a shape optimization method to minimize the maximum stress around discontinuous parts of a plate without inserting a thick reinforcement plate. The finite element method (FEM) using constant strain triangular elements is applied for calculating the displacement and stress of the structure. The improved values of the stress at nodes on the external boundary of the domain are required in the process of the shape optimization, but the irregular and dispersed values of FEM results include errors which are influenced sensitively by the mesh pattern. The accuracy of stresses at a node on the external boundary of the domain which are approximated by simple averages of stresses of the adjacent elements having the node in common, is generally known to be lower than those of internal ones. The author proposed a smoothing method furnishing more accurate stresses at a node on the boundary of the domain and applied this smoothing method to the optimization system for improving the accuracy of the stress distribution obtained by FEM. Further, the author proposed a method of automatic mesh generation which can effectively adapt to the deformation of the domain shape through the process of optimization. Consideration is taken to avoid the formation of elements having acute angles and to control the size or distribution density of finite elements in order to avoid the loss of numerical accuracy in the analysis. A mesh generation method using random numbers enables generating triangular elements for arbitrarily shaped and multiply connected planar domains. It is shown in this paper that this method is highly effective in reducing the stress concentration by optimizing the shape around the discontinuous part of a ship structure and hatch opening.

1. はじめに

荷重を受ける平板構造物の不連続部に生じる応力集中を緩和するために不連続部の形状に丸みをつけたり、厚板による補強などの経験的な方法が従来より行われている^{1)~6)}。しかし不連続部の形状を最適化することによって応力の集中を大幅に低減することが可能であり、その手法の確立が望まれている^{7)~11)}。

本形状最適化手法は有限要素法による応力解析に形状最適化条件を併用して平板構造物の応力集中部における応力分布を平坦化し、周辺応力の最大値を極小化する周辺形状を自動的に決定する方法である。

この形状最適化法を適用するためには不連続部の周辺における高精度の応力値を求める必要がある。ところで、有限要素法により構造解析を行う場合、解析結果の数値的安定性および取扱いの簡便さ等を考慮して、定歪三角形要素を用いると、各要素内で各応力成分の値は一定となる。したがって各要素間境界におい

† 九州共立大学工学部

Faculty of Engineering, Kyushu Kyoritsu University

て応力値は不連続となり、応力の平滑化処理が必要となる。著者が提案する応力平滑化法¹²⁾は離散的解析値を用いて節点力を再計算し、これにより節点における各応力成分値を求める方法で、特に外部周辺上の節点の応力を高精度で近似できる。

また形状最適化の過程で、応力集中部の形状変化に伴い解析上適当でない形状の要素または配置が生じ、有限要素法による応力解析の精度を低下させることがある。これを避けるため、応力集中部付近にメッシュパターンの変更を許容する領域を指定し、最適化の繰り返し過程において、応力集中部の形状が変化すると、その領域内の要素の大きさができる限り等しくなるように、乱数を利用した自動要素分割法^{13)~17)}により再分割する。この分割法は任意形状の多重連結領域にも適用可能である。

上述の実用的でしかも精度の良い応力平滑化法および乱数を利用した自動分割法を提案し、これらの手法を応用して平板構造の応力集中部における形状の最適化手法¹⁸⁾を導き、形状最適化システムを開発した。また種々の例題に応用し、この方法が平板構造物の応力集中部における形状を決定する最適化システムとして有用な手法であることを確かめた。

2. 形状最適化法について

2.1 基本的な考え方

図1に示すような2次元弾性体 Ω^0 が境界 S_c 上において荷重または変位の拘束を受けている場合について、境界 S_c 上の形状は不変とし、境界 S_{opt}^0 上の形状を

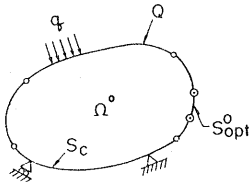
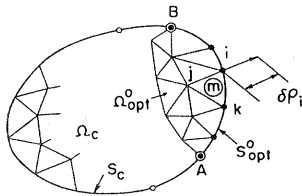


図1 2次元形状最適化領域

Fig. 1 Two dimensional body whose shape is to be optimized.



$$\Omega^0 = \Omega_c \cup \Omega_{opt}^0$$

図2 領域の要素分割

Fig. 2 Discretization of the domain.

変更して、 S_{opt}^0 上に生じる応力の最大値をできるだけ小さくすることを考える。ここでは解の安定性および計算上の簡便さなどから定歪三角形要素を用いることとし、物体 Ω^0 を図2に示すように要素分割する。その任意要素 \textcircled{m} の節点番号を i, j, k 、面積を $A_{\textcircled{m}}$ 、応力-歪マトリックスを D 、歪-変位マトリックスを $B_{\textcircled{m}}$ 、節点変位ベクトルを $\Delta_{\textcircled{m}}$ とすると、要素 \textcircled{m} の応力ベクトル $\sigma_{\textcircled{m}}$ は

$$\sigma_{\textcircled{m}} = DB_{\textcircled{m}}\Delta_{\textcircled{m}} \tag{1}$$

で表される。ただし

- x, y : 直角座標
- ν : ポアソン比
- E : 縦弾性係数
- u_i, v_i : 節点番号 i の x および y 方向の変位成分
- x_i, y_i : 節点番号 i の座標
- $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$: x および y 方向の直応力および剪断応力の成分

$$\sigma_{\textcircled{m}}^T = (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})_{\textcircled{m}} \quad (T: \text{転置})$$

$$\Delta_{\textcircled{m}}^T = (u_i, v_i, u_j, v_j, u_k, v_k)_{\textcircled{m}}$$

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

$$B_{\textcircled{m}} = \frac{1}{2A_{\textcircled{m}}} \begin{bmatrix} y_j - y_k & 0 & y_k - y_i \\ 0 & x_k - x_j & 0 \\ x_k - x_j & y_j - y_k & x_i - x_k \\ 0 & y_i - y_j & 0 \\ x_i - x_k & 0 & x_j - x_i \\ y_k - y_i & x_j - x_i & y_i - y_j \end{bmatrix} \tag{2}$$

応力減少を目的として最適な形状に近づけるために、形状の最適化区間 S_{opt}^0 上に節点を有する要素に注目し、それらの最大主応力をできる限り小さくし、しかもこの近傍の応力分布が平坦化するように S_{opt}^0 上の節点の位置を決定する手法をとる。そこでこれらの要素の節点の位置を規定する設計変数の1つを ρ_i とすると、その微小変化量 $\delta\rho_i$ により、要素の応力は式(1)から

$$\delta\sigma_{\textcircled{m}} = D \left(\frac{\partial B_{\textcircled{m}}}{\partial \rho_i} \Delta_{\textcircled{m}} + B_{\textcircled{m}} \frac{\partial \Delta_{\textcircled{m}}}{\partial \rho_i} \right) \delta\rho_i \tag{3}$$

だけ変化する。ここで式(3)の右辺の第1項は $\delta\rho_i$ による要素形状の変化に伴って生じる応力変分の項であり、第2項は節点変位の変動によって生じる応力変分の項である。変位増分については領域 Ω^0 全域での節点力ベクトル Q と全節点変位ベクトル Δ とが剛性マトリックス K により

$$Q = K\Delta \tag{4}$$

なる式で表されるから、これより変位変化による項は

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \rho_i} = K^{-1} \left(\frac{\partial Q}{\partial \rho_i} - \frac{\partial K}{\partial \rho_i} \Delta \right) \quad (5)$$

として与えられる。変位変分による項は Q, K の影響を受け、式(3)の右辺第2項を制御する方法を見出すことは一般に困難である。これに対して、式(3)の右辺第1項は要素の幾何学的形状によって決定される B_{e} の変化のみの影響を受ける。したがって応力 σ_{e} の減少を形状最適化の目的とするためには要素 e の形状のみを修正し、最終的に周辺応力分布が最適条件を満足するような手法が有効であることが考えられる⁹⁾。

2.2 形状変換式

平板の端部に引張応力を受ける有孔板について、図3に示すように、孔の周辺上において形状の変更を許す部分を S_{opt}^k 、その上に設定した節点を P_i^k とし、さらに周辺上における境界曲線の接線方向の応力を σ_i^k とする。ここに i は節点番号、 k は近似計算の繰り返し回数を示す。周辺上の要素における節点 $P_i^k (i=1, 2, \dots, m)$ の位置 (x_i, y_i) を決定するため、節点 i の周辺曲線の曲率半径の第 k 近似値 ρ_i^k を設計変数として、さらに周辺曲線上にある節点の外向き法線方向の移動量を $\delta \rho_i^k$ とし、下記の手法にしたがって形状変更を行う(図4参照)。孔の周辺において法線方向の直応力および接線方向の剪断応力は発生しないから、主応力は接線方向の直応力 σ_i^k と一致する。この σ_i^k は曲率半径の関数

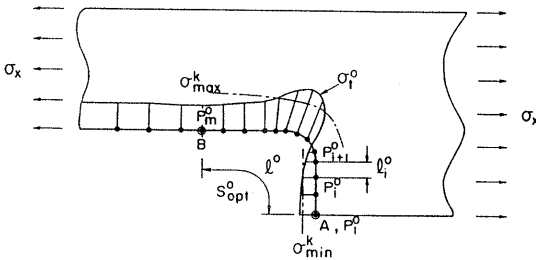


図3 周辺応力の分布

Fig. 3 Distribution of tangential stress around a hole.

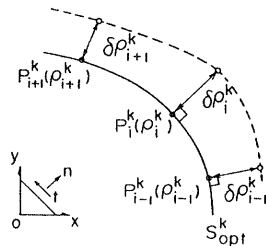


図4 設計変数

Fig. 4 Definition of design variables.

でありつぎのように表される。

$$\sigma_i^k = \sigma_i^k(\rho_1^k, \rho_2^k, \dots, \rho_i^k, \dots, \rho_m^k) \quad (6)$$

ただし m は S_{opt}^k 上の節点の個数を示す。

境界の接線応力および曲率半径の変分をつぎのように定義すると

$$\delta \sigma_i^k \cong \sigma_i^{k+1} - \sigma_i^k, \quad \delta \rho_i^k \cong \rho_i^{k+1} - \rho_i^k \quad (7)$$

式(6)より

$$\delta \sigma_i^k = \sum_{j=1}^m \frac{\partial \sigma_i^k}{\partial \rho_j^k} \delta \rho_j^k \quad (8)$$

と表される。式(8)に式(7)を代入すると

$$\sigma_i^{k+1} - \sigma_i^k \cong \sum_{j=1}^m \frac{\partial \sigma_i^k}{\partial \rho_j^k} (\rho_j^{k+1} - \rho_j^k) \quad (9)$$

となり、これを S_{opt}^k 上の節点について集め、マトリックス表示するとつぎようになる。

$$\sigma^{k+1} - \sigma^k \cong H(\sigma^k)(\rho^{k+1} - \rho^k) \quad (10)$$

ただし

$$\sigma^k = \{\sigma_1^k, \sigma_2^k, \dots, \sigma_m^k\}^T$$

$$\rho^k = \{\rho_1^k, \rho_2^k, \dots, \rho_m^k\}^T$$

$$H(\sigma^k) = \left[\frac{\partial \sigma_i^k}{\partial \rho_j^k} \right], \quad (i, j=1, 2, \dots, m)$$

ここで全節点における応力の $k+1$ 回目の計算値を目的とする応力値 σ_0 に等しいとすると

$$\sigma^{k+1} = \sigma_0 \quad (11)$$

である。ただし

$$\sigma_0 = \{\sigma_0, \sigma_0, \dots, \sigma_0\}^T$$

これを用い、式(10)より ρ^{k+1} を求めれば次式のようになる。

$$\rho^{k+1} = \rho^k + [H(\sigma^k)]^{-1}(\sigma_0 - \sigma^k) \quad (12)$$

上式は条件 $f = \sigma_0 - \sigma_i^k \geq 0, (i=1, 2, \dots, m)$ に対する孔周辺の曲率半径を決める式である。しかし図3に示すように、孔の周辺部などのように応力分布の変化が大きい部分には、形状変化に伴い応力分布が敏感に変化する部分ときわめて鈍く変化する部分が混在し、これらをすべて目的とする応力値に一致させることは一般に困難である。以下においては応力分布を圧縮部分と引張部分に分離して扱うこととする。なおこれらの最大応力比 $|\sigma_{\text{min}}^k|/|\sigma_{\text{max}}^k|$ が1よりかなり小さい場合は、全区間にわたってこれを1に等しくすることは難しい。さらに式(12)は形状最適化区間 S_{opt}^k 上のすべての節点の移動に対する相互影響を含んでいるため、応力勾配行列 $[H]$ の値を求めるのにかなりの計算量を必要とする。以上のことから次節のように形状変換式(12)の簡易化を試みる。

2.3 形状変換式の簡易化

形状最適化区間 S_{opt}^k を応力の圧縮部と引張部の2つの部分に分け、 $|\sigma_{\text{min}}^k|$ および $|\sigma_{\text{max}}^k|$ の値をそれぞれ別個にできる限り小さくし、応力分布を平坦化すること

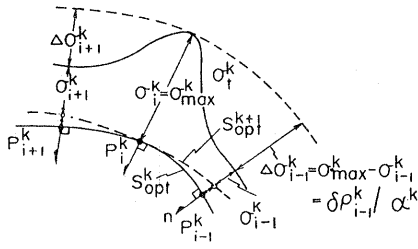


図5 周辺形状の最適化法

Fig. 5 Refining scheme of corner shape of a perforated plate.

を目的とし、形状変換式(12)の単純化を図る。このため周辺上の任意の節点*i*における応力 σ_i^k と応力分布のピークにおける応力 σ_{\max}^k を用いて、図5に示すように、最大応力を生じている節点付近の曲率半径を大きくすることによって応力集中の緩和を行う。ただし、応力 σ_i^k の値は後述する Scheme IIの方法を適用し、平滑化した値を用いる。

以上のことを考慮しながら、コーナー部の形状を最適化するに際して、節点の位置を移動し、周辺の形状を変更するためにつぎの式(13)を用いる。ただし、移動量 $\delta\rho_i^k$ の符号は開口周辺上の外向き法線方向を正とする。

$$\rho_i^{k+1} = \rho_i^k + \delta\rho_i^k, \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (13)$$

ただし

$$\delta\rho_i^k = \alpha^k \Delta\sigma_i^k \quad (14)$$

$$\Delta\sigma_i^k = |\sigma_{\max}^k - \sigma_i^k| \quad \text{for } \sigma_i^k \geq 0$$

$$\Delta\sigma_i^k = |\sigma_{\min}^k - \sigma_i^k| \quad \text{for } \sigma_i^k < 0$$

$$\sigma_{\max}^k = \text{Max}_i \sigma_i^k$$

$$\sigma_{\min}^k = \text{Min}_i \sigma_i^k$$

$$\Delta\sigma_{P,\max}^k = \text{Max}_i \Delta\sigma_i^k \quad \text{for } \sigma_i^k \geq 0$$

$$\Delta\sigma_{M,\max}^k = \text{Max}_i \Delta\sigma_i^k \quad \text{for } \sigma_i^k < 0$$

$$a^k = 2l_{\text{mean}}^k \gamma / (\Delta\sigma_{P,\max}^k + \Delta\sigma_{M,\max}^k) \quad (15)$$

$$l_{\text{mean}}^k = l^k / (m-1)$$

$$l^k = \sum_{i=1}^{m-1} l_i^k$$

$$l_i^k = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}$$

γ : 形状変更のステップ幅を制御する定数,

$$0 < \gamma \leq 1.0$$

図6に示すように、形状最適化区間 S_{opt}^k 上の節点の移動方向として、 S_{opt}^k の弧の長さ l^k が増大する方向を L^\ominus とする。それに対して逆の方向を L^\oplus と定義する。実際の計算においては節点をどちらの方向に移動させて、応力集中の緩和をやるかは、あらかじめ入力によって指定する。方向 L^\ominus を指定した場合は式(13)によって移動させた節点 $P_i(\rho_i^{k+1})$ ($i=2, 3, \dots, m-1$)をさ

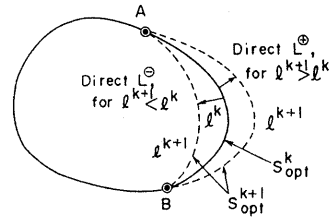


図6 節点の移動方向

Fig. 6 Definition of directions for moving the nodes.

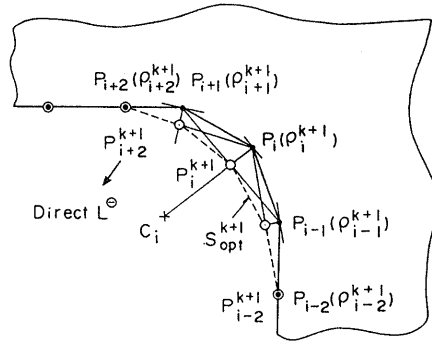


図7 節点の L^\ominus 方向への移動法

Fig. 7 Method of shifting nodes in the direction L^\ominus .

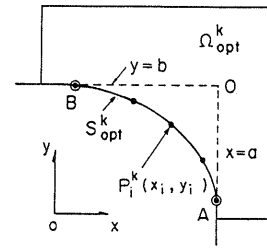


図8 形状の制約条件

Fig. 8 Constraint on the contour.

らに図7に示すように、線分 $P_i(\rho_i^{k+1})C_i$ と線分 $P_{i-1}(\rho_{i-1}^{k+1})P_{i+1}(\rho_{i+1}^{k+1})$ の交点まで移動し、この位置を $k+1$ 段階目の節点 P_i^{k+1} の位置とする。なお C_i は3節点 $P_{i-1}(\rho_{i-1}^{k+1}), P_i(\rho_i^{k+1}), P_{i+1}(\rho_{i+1}^{k+1})$ を通る円の中心点である。このようにして S_{opt}^k 上のすべての節点を移動することによって方向 L^\ominus に境界を移動し、これを S_{opt}^{k+1} とする。

2.4 制約条件

コーナー部における形状の最適化を行うに際して、その形状に設計条件による制約を考慮する必要がある。ここでは図8に示すように点AおよびBを形状最適化区間の限界点とし、コーナー部の形状はこの点を通る直線 $x=a$ および $y=b$ の内側に入らないという制約条件を設定する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} x_i &\leq a \\ y_i &\leq b, \quad (i=2, 3, \dots, m-1) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

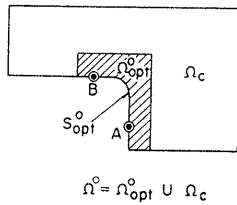


図9 要素変更許容領域と形状最適化区間

Fig. 9 Contour to be optimized and zone permitting element modification.

前述の方法により求めた節点 P_i^k の座標 (x_i, y_i) の値が不等式(16)を満足していない場合には、これを制約の制限値 a もしくは b そのものに等しくする。

2.5 計算手順

開口部の周辺形状を最適化する計算手順について述べる。

1) 図9に示すように平面領域 Ω^0 を、節点の移動を許容する領域 Ω_{opt}^0 と固定節点の領域 Ω_c とに分割する。 Ω_{opt}^0 を1つのサブブロックとして、 Ω^0 を2つ以上のサブブロックに分け、要素分割を行う。 $k=0, \sigma_{max}^1 = 0$ とおく。

2) まず有限要素法により平面領域 Ω^k の応力解析を行う。つぎに曲線境界 S_{opt}^k 上の節点における応力値を6.1節の応力平滑化法により求め、その区間の最大周辺応力 σ_{max}^k を求める。 $|\sigma_{max}^k - \sigma_{max}^{k-1}| \leq \epsilon$ なら終了。

3) 2.3節の形状変換式(13)および2.4節の制約条件式(16)のもとに節点 $P_i^k (i=2, 3, \dots, m-1)$ の位置を $P_i^{k+1} (i=2, 3, \dots, m-1)$ に移動し、 $k+1$ 段階目の曲線境界 S_{opt}^{k+1} を決定する。

4) 入力により節点の移動方向を L^{\ominus} と指定した場合は2.3節の方法によりさらに節点 P_i^{k+1} の位置を修正し、 S_{opt}^{k+1} を決定する。

5) 領域 Ω_{opt}^k における形状最適化区間の形状を S_{opt}^{k+1} に変更し、この領域を Ω_{opt}^{k+1} とする。 $\Omega^{k+1} = \Omega_{opt}^{k+1} \cup \Omega_c$ とおく。

6) 要素変更許容領域 Ω_{opt}^{k+1} 内の各要素のサイズができるだけ等しくなるように、5章に述べるメッシュ分割法により節点を自動生成し、 Ω_{opt}^{k+1} 内の要素の再分割を行う。

7) $k=k+1$ とおいて、2)に戻る。

3. 形状最適化法の精度

図10(a)に示すような正方形板の中央に孔を有し、その周辺において x, y 軸方向にそれぞれ一様な引張応力を受ける開口板に2章の形状最適化手法を適用する。図10(b)に示すように、正方形板の1/4を計算の対象とし、中央の孔の大きさおよび両軸に働く引張応力

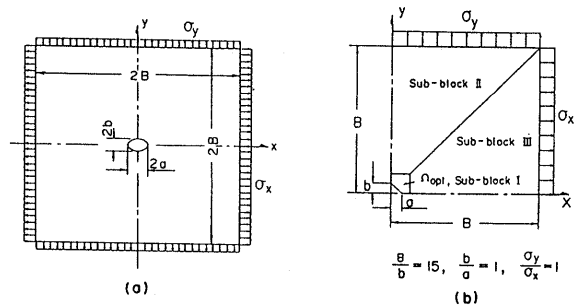


図10 引張応力を受ける正方形開口板

Fig. 10 Square plate with a hole in the center subjected to tensile stresses in two perpendicular directions.

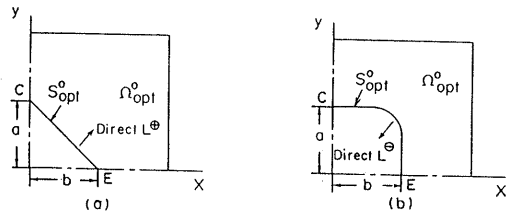


図11 要素変更許容領域と初期形状

Fig. 11 Initial configurations and zones allowing mesh modification.

の比が異なる場合について計算した。有孔板の開口形状が円弧で、遠方において両軸方向に働く引張応力 σ_x と σ_y の比が1の場合、解析解の周辺応力は一定応力となるので、この例について計算を行い、まずこの手法の妥当性を検討する。

図11に示すように点CとEを形状変動の限界点とし、この間の初期形状と節点の移動方向を下記のように与えた2つの例について形状の最適化を行った。

A) 直線にて与え、節点の移動方向を L^{\oplus} と指定した場合 (図11(a))

B) 直線と円弧により与え、節点の移動方向を L^{\ominus} と指定した場合 (図11(b))

それぞれの孔の形状に対する周辺応力の分布を図12に示す。最終形状はともに原点を中心とし、C, Eを通る円になった。この図から異なった孔の初期形状より出発して形状の最適化を行った結果、両者共ほぼ一定応力の分布に収束していることがわかる。またこの例の場合、周辺応力が一定応力に収束するので、誤差 $E_{dev.}$ を式(17)のように定義して、これを縦軸にとり、反復回数を横軸にとったときの応力の収束状況を図13に示す。

$$E_{dev.} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\sigma_{mean}^k - \sigma_i^k)^2} / \sigma_{mean}^k \times 100 \quad (\%)$$

(17)

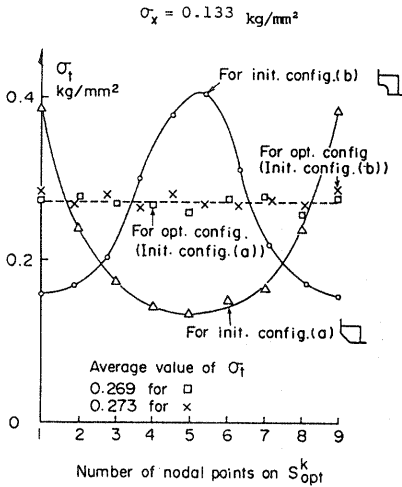


図12 最適形状における周辺応力の分布
 Fig. 12 Optimized stress distributions for different initial configurations of the central hole.

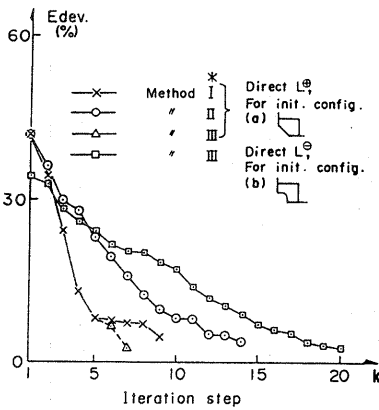


図13 周辺応力の収束状況
 Fig. 13 Convergence of the stress deviation around the hole.

ただし

$$\sigma_{\text{mean}}^k = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_i^k}{m}$$

また、例 A) について、表 1 に示すような収束条件に従い、節点の微小移動量を 3 種類の計算法により形状の最適化を行い、応力および形状の収束状況を比較した。その結果を図 13 および図 14 に示す。方法 I は前述の方法であり、この方法は σ_{max}^k をできるだけ小さくし、節点の移動量は σ_{max}^k と σ_i^k の差に比例させるのに対し、方法 II は $\sum_{i=1}^m (\sigma_{\text{mean}}^k - \sigma_i^k)^2$ を最小にし、移動量についても平均応力 σ_{mean}^k を基準にして算出する。方法 III はまず方法 I によりある程度形状の最適化を行い、さらに引続いて方法 II を適用する。これらの結果からわかるように方法 I は II に比べて解の収束は急速である。

また方法 II は例題によっては周辺形状の収束状況が不安定になる場合もあるので方法 I の方が実用的である。一方、方法 III は反復回数 10 回以下で $E_{\text{dev.}}$ が 2% 以下となり非常に良い結果を得ることがわかる。同じ例題で、Schnack, E. の最適化法¹⁰⁾ によると最終形状を求めるのに 22 回の反復を必要とし、この方法は収束が速いことがわかる。

例 B) については方法 III により移動方向を L^\ominus と指定し、形状の最適化を行い、 $E_{\text{dev.}}$ と反復回数の関係を図 13 に \square 印にて示した。この場合は例 A) すなわち節点の位置の移動方向を L^\ominus と指定した場合と比べて収束は遅いが、最適化された開口の形状は両者とも解析解によく一致している。

つぎに $b/a=2/3$, $\sigma_y/\sigma_x=2/3$ の場合は EC の開口の形状が楕円弧の場合、前述の円弧と同様に、解析解の周辺の接線応力は一定となるので、この場合についても、開口の初期形状を A) および B) とし、形状の最適化を行い、本手法の精度を検討した。本手法によって求めた開口の形状も楕円弧に収束し、その際の周辺応力分布もほぼ一定となった。また収束状況、精度についても円弧の例題と同様な結果を得た。

以上のことからこの形状最適化法が応力集中部の応力平坦化の有効な手法であることがわかる。

4. 応用例

図 15 に示す平面構造物におけるハッチ開口部に本方法を適用し、コーナー部付近の形状に制約条件のある場合とない場合について、ハッチコーナー部における応力集中を避けるような最適形状を求めた。上甲板の同図に斜線で示した部分を応力解析の対象とし、荷重条件として上甲板モデルの AI 間に一樣な x 方向の強制変位 u を与えた。また点 B と E を形状変動の限界点とする。図 16 に斜線で示すように要素変更の許容領域を指定し、また曲率半径の異なる円弧および楕円弧のコーナー形状を初期形状とする例について、コーナー形状に制約条件をつけないで、BE 間の形状の最適化を行った。それぞれの周辺における最大応力の収束の状況を図 17 に、コーナー部のそれぞれの最終形状を図 18 に、その形状に対する応力分布を図 19 に示した。初期形状に対する最大応力値は各々の例でそれぞれ異なった値をとっているが、7~8 回の形状修正の結果、ほぼ等しい値に収束している。一方、最終形状は図 18 からわかるように初期形状によってそれぞれ異なった形状を示しているが、いずれの場合も最大応力値はほぼ等しい値になっている。ただしコーナー部の形状は応力集中部の曲率半径が増大する方向に形状

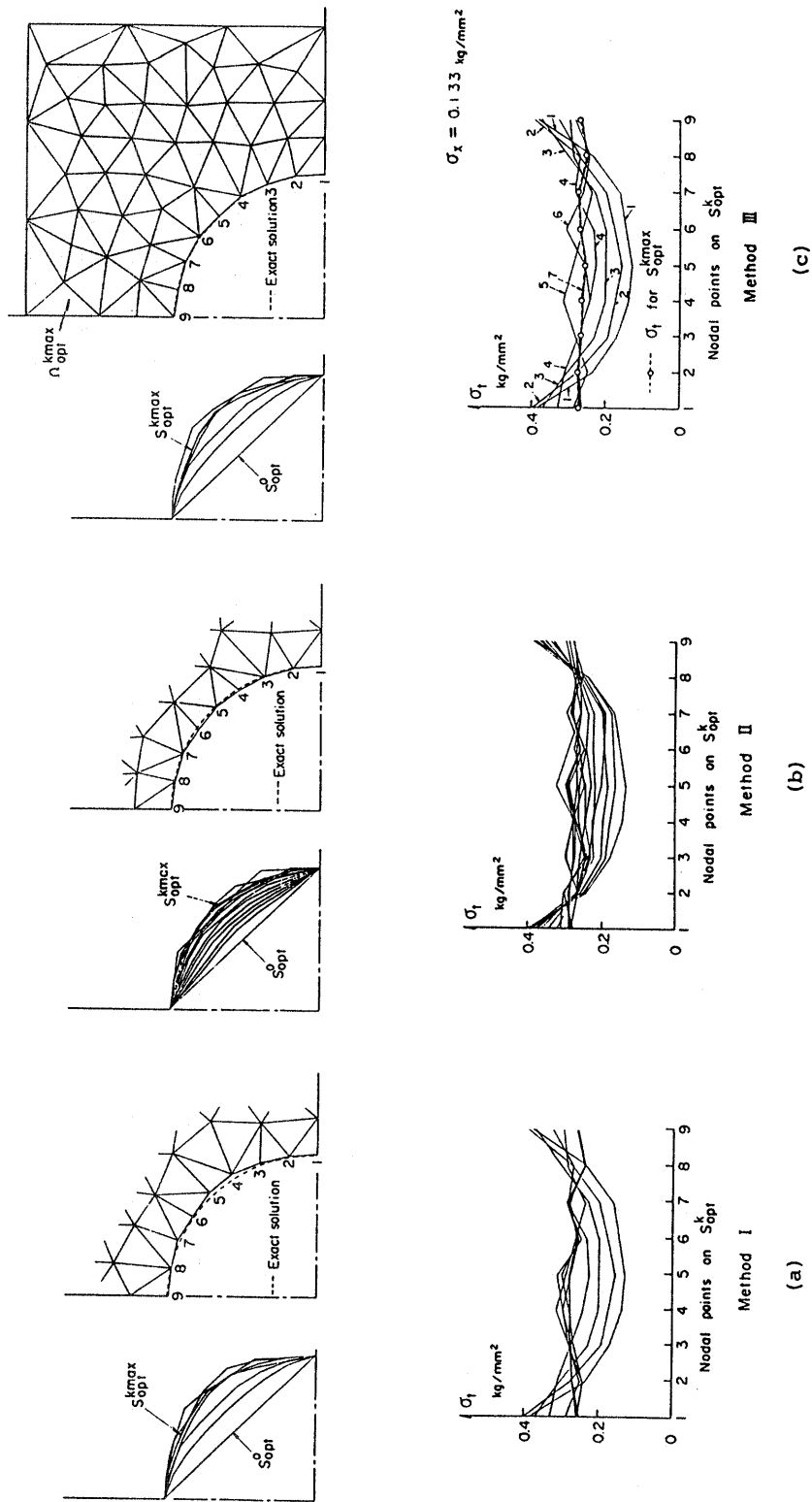


図14 形状と周辺応力分布の収束状況 (図11(a))
 Fig.14 Converging patterns of shapes and distributions of tangential stress
 in example shown in Fig.11(a).

表1 応力分布の収束評価と節点の移動量

Table 1 The criteria of convergence for stress distribution and the quantity of node shifting.

Method	Condition of convergence	Computation of $\delta\rho_i^k$
I	$\sigma_{\max}^k \rightarrow \min.$	$\delta\rho_i^k = \alpha^k(\sigma_{\max}^k - \sigma_i^k)$
II	$\sum_{i=1}^m (\sigma_{\text{mean}}^k - \sigma_i^k)^2 \rightarrow \min.$	$\delta\rho_i^k = \alpha^k(\sigma_{\text{mean}}^k - \sigma_i^k)$
III	Use Method I and then Method II	

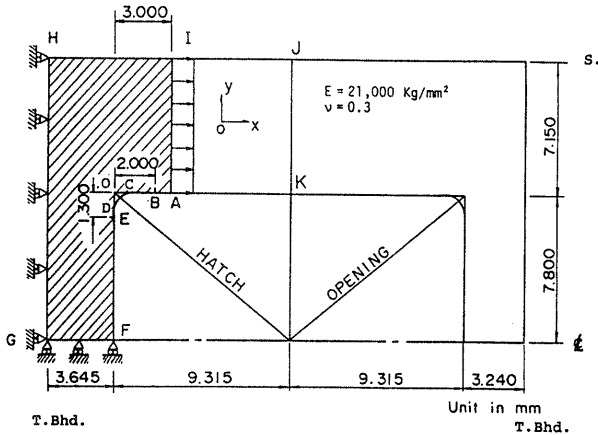


図15 ハッチ開口部の形状寸法と荷重条件

Fig. 15 Dimensions of hatch opening and load condition assumed for stress analysis.

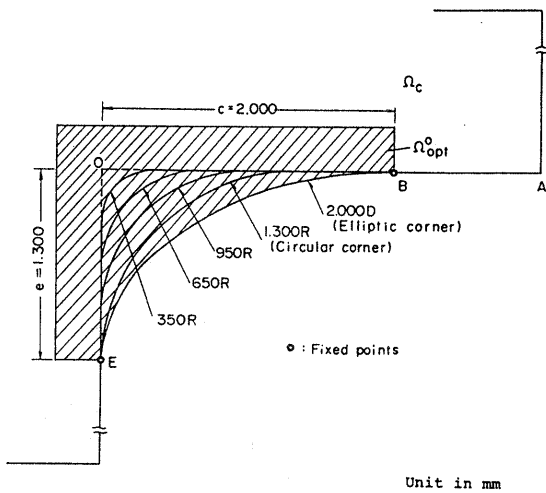


図16 ハッチコーナーの初期形状

Fig. 16 Initial configurations of hatch corner.

が変化し、最終的には上甲板側に食い込んだ形の、いわゆるアンダーカットプロファイルが形成されている。このアンダーカットプロファイルが応力集中の緩和に有効であることは西田の光弾性実験¹⁹⁾により確かめられており、この最適化の手法によってこれを実証することができた。

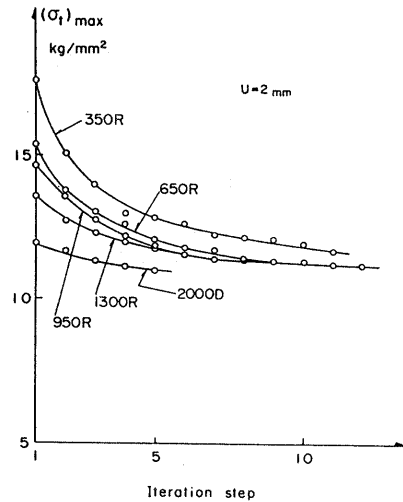


図17 最大周辺応力の収束状況

Fig. 17 Convergence of maximum stresses around hatch corner in terms of iteration steps.

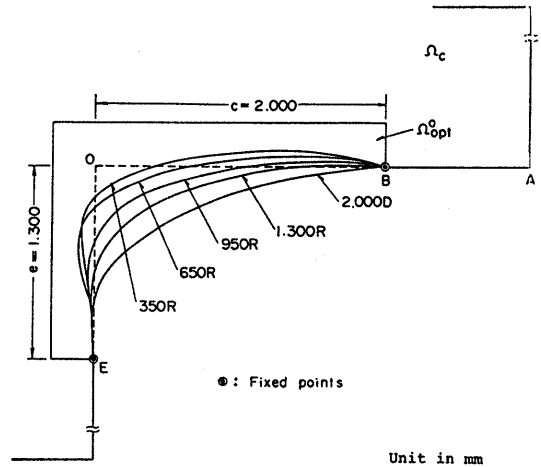


図18 最適化されたハッチコーナーの形状

Fig. 18 Optimized configurations of hatch corner.

また曲率半径が一番小さい初期形状 350 R の例について、EB 区間を横軸にとり、周辺応力分布を図20に示した。最適形状に対する最大応力値は初期形状に対する最大応力値よりも約33.3%減少し、かつ応力はほぼ一定の分布となり形状最適化の有効性を示している。

つぎに曲率半径 950 R の円弧のコーナー形状を初期形状とし、図16の点線より孔の外側に切り込まないという制約条件のもとに応力の平坦化を行って得られた最適形状と応力分布を図21に示す。この図からわかるように高応力部の応力分布は平坦化され、最大応力値は19.0%減少している。

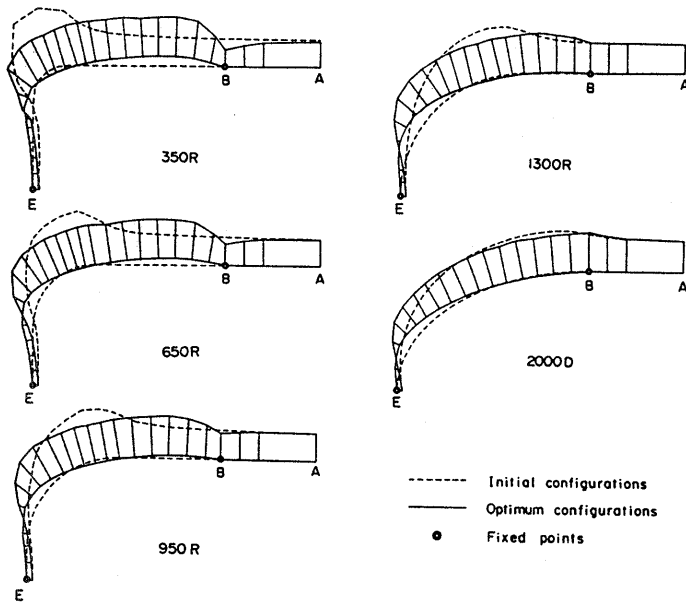


図19 ハッチコーナーにおける応力分布の比較
 Fig. 19 Comparison of stress distributions around hatch corners.

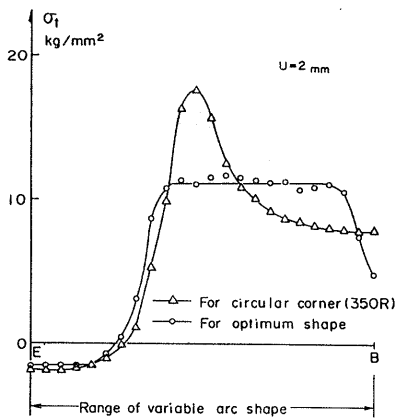


図20 円弧形状と最適形状における周辺応力分布の比較
 Fig. 20 Comparison of stress distributions around circular and optimized hatch corners.

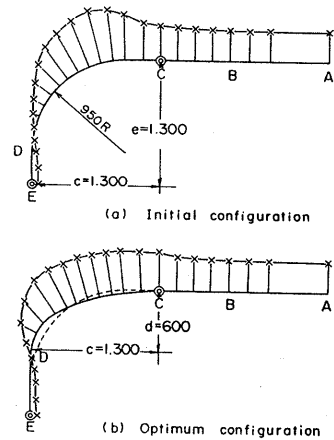


図21 コーナー形状と応力分布
 Fig. 21 Configurations of hatch corner and stress distributions.

5. 乱数を用いた自動要素分割法 (Irregular Mesh Generation)

5.1 機能と特徴

本自動要素分割法は任意形状の領域に対し、できる限り少ない入力データによって要素の大きさおよび分布密度を自由に制御し、自動的に要素分割のできる要素分割法である。この方法は、はじめに領域内の節点となる位置を乱数を用いて決定し、つぎにこれらの節点の中からできるだけ正三角形に近い形の要素を形成する点を選び、三角形要素を生成する方法である。本

論文では、この要素分割法を不規則メッシュ分割法と呼ぶ。本分割法はつぎの機能と特徴を持っている。

- 1) 領域の外形は凹多角形でもよい。
- 2) 領域が多重連結でもよい。
- 3) 領域内に節点をあらかじめ指定できる。
- 4) 領域をいくつかの小領域に分け、各小領域内のメッシュサイズの下限をそれぞれ指定することにより、同一領域内における節点の分布密度を自由に制御し、これにより領域内で要素サイズを任意に変化させることができる。

5.2 アルゴリズムの概要

本方法のアルゴリズムを図 22 に示す平面領域を自動分割する例について説明する。領域境界上の節点はすでに定義されているものとする。

5.2.1 節点の生成

1) 与えられた平面領域の境界上に位置する節点を含む三角形要素が極端な鋭角を含むことを防ぐため、図 22(a) に点線で示すように、指定した間隔 d で領域の内部にそれぞれ平行線を引き多角形をつくる。そして実線と点線で囲まれた帯状の領域の内部には節点を生成しないようにする。 d の値を入力データで指定しない場合は、自動的に領域境界上の節点間の平均距離を計算し、この値を一辺とする正三角形の高さを d の値として用いる。

2) 図 22(a) に示すように、与えられた領域の境界上において、 y 座標が最小である節点 P と x 座標が最小である節点 Q に接する長方形をつくる。下および左端から各辺をそれぞれ指定した寸法 r の間隔で分割する。これらの等分点より長方形の辺に平行な線分を引いて $r \times r$ の正方形領域に分割する。

3) つぎに分割された正方形領域ごとに、一様乱数を二個発生し、これらをそれぞれ (x, y) の座標に対応させて、その正方形の中で一節点候補の位置を決定する。この節点候補がつぎの条件を満足している場合は、この点をその正方形内の最終的な節点の位置とする。もしこの条件を満足していない場合は再び乱数を発生し、節点候補を決定する操作を繰り返す。ある回数反復してもこれらの条件を満たす点の生成ができない場合はこの操作をやめる。

- a) 与えられた平面領域内に存在すること。
 - b) 1) で作った帯状の領域内に存在しないこと。
 - c) 与えられた平面領域の境界上の節点、あらかじめ入力により領域内に設定した節点および乱数によってすでに位置が決定している節点が距離 r 以内に存在しないこと。
- 4) このようにして得た内部節点の分布密度が粗い部

分に節点を追加し、領域内の節点の分布を一様にするため、さらに 2) で決めた正方形に分割された長方形の位置を垂直および水平方向に $r/2$ ずつ平行移動して、3) の操作を反復する。

以上の節点を生成する方法は与えられた領域内になるべく一様な分布密度で内部節点を生成することを目的としている。それに加えて、一つの領域内をさらに小領域に分け、小領域ごとに分割のメッシュサイズを規定する変数 r をそれぞれ指定することによって小領域ごとに分布密度を変えることができるようにした。

5.2.2 メッシュの生成

1) 領域の周辺および内部の節点を C_k とする。

2) 図 22(b) に示すように外周上に任意の一辺 AB をとり、距離 AC_k と距離 BC_k の和が小さい順に n 個の節点を節点 C_k の中から選び出し、それを新たに C_1, C_2, \dots, C_n とおく。

3) 辺 AB の両端と 2) で選び出された節点 C_k を結び、 $\triangle ABC_k (k=1, 2, \dots, n)$ をつくる。節点 C_k の中から $\triangle ABC_k$ の辺 AC_k および BC_k がすでに定義されている三角形要素の辺と交差していない節点を選び出し、これを新たに $C_i (i=1, 2, \dots, n')$ とおく。

1)~3) の操作で選び出された節点 $C_i (i=1, 2, \dots, n')$ について以下の操作を行う。

4) $\triangle ABC_i (i=1, 2, \dots, n')$ の内部に節点 $C_k (k=1, 2, \dots, i-1)$ が含まれていないならばこの節点 C_i を C_j と定義する。この $\triangle ABC_i$ について、以下の a)~f) の操作を行い、後述の β_i を求める。

a) $\triangle ABC_i$ を形成する三辺のうち、最長の辺の長さを l_{max} とし、その辺に相対する頂点との距離 h との比 $r'_i = h/l_{max}$ (18)

を計算する。

b) 節点 $C_i (i=1, 2, \dots, n')$ の中から、直線 AC_i に対して節点 B と反対側にある節点を選び、線分 AC_i を底辺とする $\triangle AC_i C_j$ をつくる。この三角形の中から

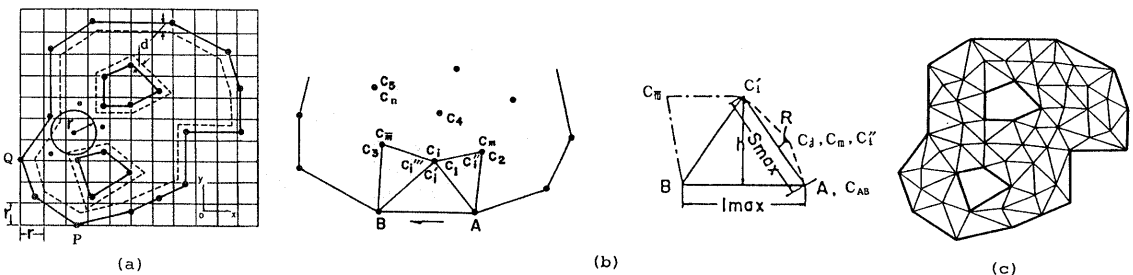


図 22 乱数を用いた自動要素分割法
Fig. 22 Automatic mesh generation using random numbers.

$\text{Min}(\overline{AC_j} + \overline{C_i C_j})$ の条件を満たす節点 C_j を探し出し、 C_m とする。つぎに

$$\delta_A = (\overline{AC_m} + \overline{C_i C_m}) / \overline{AC_i} \quad (19)$$

を計算する。

c) 線分 BC_i を底辺とする $\triangle BC_i C_j$ についても b) と同様に C_m を定め

$$\delta_B = (\overline{BC_m} + \overline{C_i C_m}) / \overline{BC_i} \quad (20)$$

を計算する。ただし C_m に対応する節点を C_m とし、 δ_A に対応する値は δ_B とする。

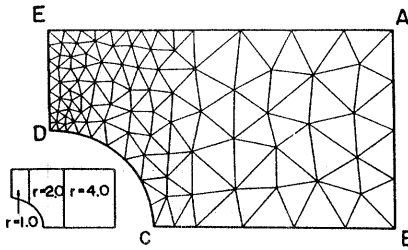


図 23 自動要素分割の応用例

Fig. 23 Mesh pattern generated automatically by IMG (Different density factors).

d) $\text{Min}(\delta_A, \delta_B)$ の三角形を $\triangle C_{AB} C_i C_i'$ とする。 $\delta_A \leq \delta_B$ の場合には C_{AB} には節点 A を使い、 C_i' には C_m を用いる。また $\delta_A > \delta_B$ の場合には C_{AB} には節点 B を使い、 C_i' には C_m を用いる (図 22 (b) 参照)。

e) $\triangle C_{AB} C_i C_i'$ の 3 辺のうち、

$\text{Max}(\overline{C_{AB} C_i}, \overline{C_i C_i'}, \overline{C_{AB} C_i'})$ となる辺の長さ S_{max} とその辺に相対する頂点との距離 R との比

$$\gamma_i' = R / S_{\text{max}} \quad (21)$$

を計算する。

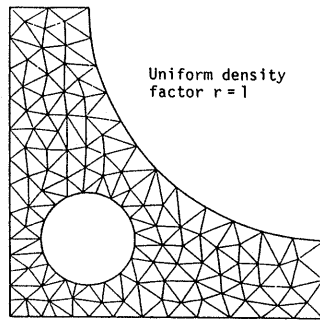
f) つぎに

$$\beta_i = (\gamma_i' - \alpha)^2 + (\gamma_i - \alpha)^2 \quad (22)$$

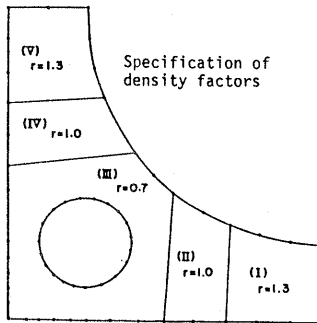
を計算する。 α は三角形要素の形状を決める定数である。ここでは三角形要素を生成するに際して、なるべく正三角形に近い形状のものをつくることを目的としているので $\alpha = \sqrt{3}/2$ とした。

5) $\text{Min}(\beta_i)$ となる節点 C_i を C_i'' とする。この節点を辺 AB に対する最終的な頂点に決定し、 $\triangle ABC_i''$ を新しい三角形要素として定義する。

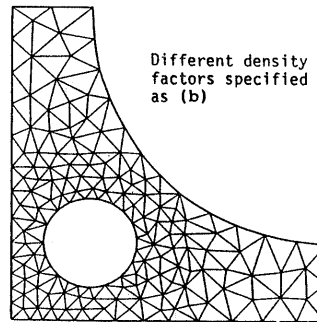
6) つぎに生成された三角形の一边 (AC_i'' または



(a)



(b)



(c)

図 24 自動要素分割の応用例

Fig. 24 Various examples of partitionings and controlling density factors and mesh patterns.

BC⁽ⁿ⁾)を改めて上記の辺 AB に相当するものとみなして前述の操作を繰り返すことによって、領域の内部節点と三角形要素との対応を決定し、領域内の要素分割を行う。

5.3 分割例

本方法によって、与えられた平面領域内をなるべく一様なメッシュサイズになるように自動分割した例を図 22(c) に示す。また図 23 は有孔板、図 24 は多重連結領域を分割した例であり、それらは一領域内の節点の分布密度を変えて自動分割をしている。

6. 節点における応力の計算法と精度

定歪三角形要素を用いた有限要素法による応力解析では、各要素内で各応力成分の値はそれぞれ一定となり、各要素間境界において応力値は不連続となる。したがって節点における応力は、その節点を共有している三角形要素の応力値を単純に算術平均することによってその節点の応力とする方法 (Scheme I) が従来から用いられている。この方法を外部境界上の節点に適用した場合、領域内の応力値に比べて精度が低下する。そのため本方法では一節点を共有している各三角形要素の剛性マトリクスと節点変位よりその節点における節点力の成分値を求め、これを用いてその節点の各応力成分を決定する方法 (Scheme II) を提案し、種々の例題について本方法による数値解と解析解とを比較し、この応力平滑化により数値解の精度を向上させることができることを示す。また解析対象を要素に分割する際の分割パターンの相違が解析精度に及ぼす影響についてもあわせて検討する。

6.1 節点力による応力平滑化法 (Scheme II)

図 25 のように三角形要素の節点を i, j, k 、節点 k における節点力を、 X_k および Y_k とする。定歪三角形要素を用いた場合、辺 ik の中点 A と辺 jk の中点 B と結ぶ線分 AB 上に作用する応力 σ_n と τ_{nt} による合力の $(-x)$ および $(-y)$ 方向の成分は節点力 X_k および Y_k にそれぞれ等しい¹²⁾。ここで述べる応力平滑化法はこの関係を用いて、節点における各応力成分を計算する方法である。なお以下においては節点が外部境界上にある場合と領域内にある場合とに分けて取り扱う。

6.1.1 直線境界上の節点における応力の計算法

図 26(a) に示す外部境界上の節点 i における応力成分 σ_n, σ_t および τ_{nt} の計算式を求める。説明の便宜上、以下では節点 i を共有する要素が 3 個の場合について考えることとし、これらの要素からなる多角形を図 26(a) の $iLACRi$ とする。なお点 i で外部境界に垂線をたて、これによって分割される要素は 2 つの要素と

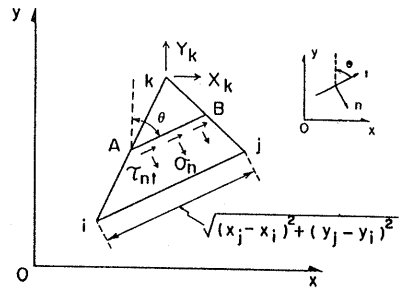


図 25 節点力と要素内の応力
Fig. 25 Internal stresses along AB in an element and nodal forces.

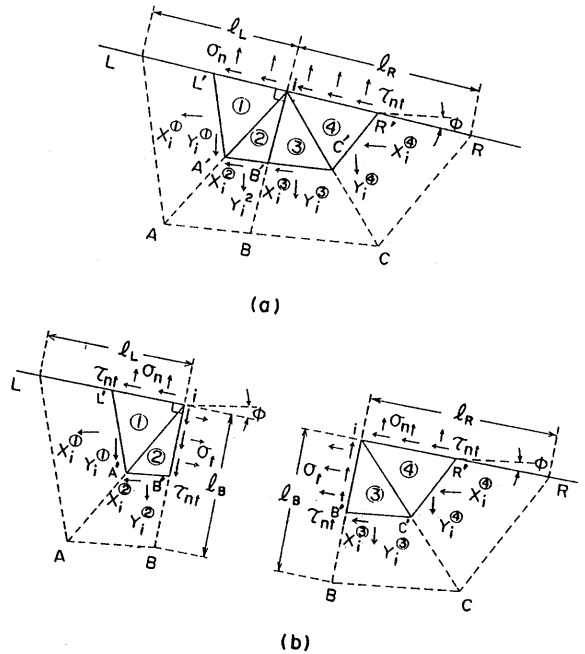
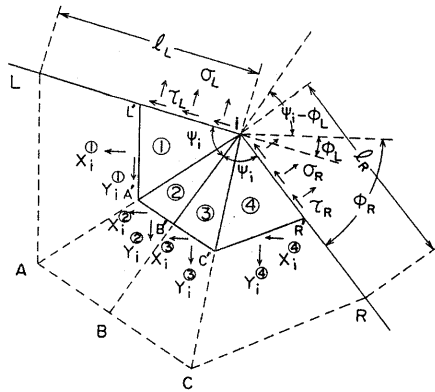
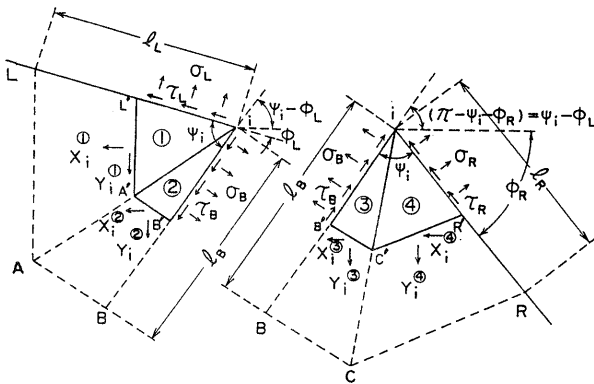


図 26 直線境界上の節点における応力の計算法
Fig. 26 Calculation method of the stress at a nodal point on the boundary line of the domain.

して取り扱う。垂線と多角形との交点を B とし、点 B における変位は両側の節点 (図 26 の場合は点 A と点 C) の間で直線的に補間することによって求めた値を用いる。 iL, iA, iB, iC, iR の中点をそれぞれ L', A', B', C', R' とし、境界 $L'R'$ 上では σ_n および τ_{nt} が一様に分布していると仮定し、多角形 $iL'A'B'C'R'i$ の平衡を考える。また図 26(b) に示すように断面 iB 上に σ_t および τ_{nt} が一様に分布していると仮定し、多角形 $iL'A'B'i$ および $iB'C'R'i$ の平衡条件を考える。これより直線境界上の節点における応力は近似的に式 (23) により求めることができる。ただし ϕ は同図に示すように外部境界線と水平軸となす角で時計方向を正とする。また N_i および T_i は節点 i における外向



(a)



(b)

図 27 折線境界上の節点における応力の計算法
Fig. 27 Calculation method of the stress at a nodal point on the refracted boundary of the domain.

き法線方向 n および接線方向 t (図 25 参照) の節点力を意味する。また添字 L(R) は分割された多角形の左(右)側の領域を意味する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &\doteq \frac{2N_i}{(l_L + l_R)t} \\ \tau_{nt} &\doteq \frac{2T_i}{(l_L + l_R)t} \\ \sigma_t &\doteq \left[\frac{l_L}{l_L + l_R} T_i^R - \frac{l_R}{l_L + l_R} T_i^L \right] \frac{2}{l_b t} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし

$$T_i = T_i^L + T_i^R, \quad t: \text{板厚}$$

6.1.2 折線境界上の節点における応力の計算法

図 27(a) に示すような、折線境界上の節点 i における応力を求める場合について述べる。この場合は節点 i における垂線の代わりに $\angle L i R$ の二等分線を用いることによって、6.1.1 項で述べた方法と同様にして、図 27(b) に実線で示す多角形の力の釣合いを考える。これより折線境界上の節点における応力は式 (24) によ

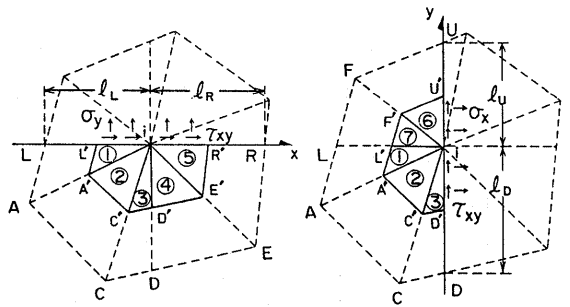


図 28 領域内の節点における応力の計算法
Fig. 28 Calculation method of the stress at a nodal point in the domain.

り近似的に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &\doteq \frac{A_4(X_i^L + X_i^R) + A_1(X_i^L - X_i^R)}{A_1 A_3 + A_2 A_4} \\ \sigma_y &\doteq \frac{A_3(Y_i^L + Y_i^R) - A_2(Y_i^L - Y_i^R)}{A_1 A_3 + A_2 A_4} \\ \tau_{xy} &\doteq \frac{A_3(X_i^L + X_i^R) - A_2(X_i^L - X_i^R) \cos^2 \frac{\phi_L + \phi_R}{2}}{A_1 A_3 + A_2 A_4} \\ &\quad + \frac{A_4(Y_i^L + Y_i^R) + A_1(Y_i^L - Y_i^R) \sin^2 \frac{\phi_L + \phi_R}{2}}{A_1 A_3 + A_2 A_4} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ただし

$$A_1 = \frac{1}{2} t (l_L \cos \phi_L + l_R \cos \phi_R)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} t (l_L \sin \phi_L + l_R \sin \phi_R)$$

$$A_3 = \frac{1}{2} t \left(2l_b \cos \frac{\phi_L + \phi_R}{2} + l_L \sin \phi_L - l_R \sin \phi_R \right)$$

$$A_4 = \frac{1}{2} t \left(2l_b \sin \frac{\phi_L + \phi_R}{2} - l_L \cos \phi_L + l_R \cos \phi_R \right)$$

6.1.3 平面領域内の節点における応力の計算法

図 28 に示すように、内部節点 i を共有する三角形要素によって形成される領域 W を i を通る x 軸および y 軸に平行な直線で分割し、領域 W との交点を L, R および D, U とする。6.1.1 項で述べた方法と同様に交点 L, R および D, U に仮想節点を考え、仮想断面 LR および DU によって分割されたそれぞれのブロックについて、多角形 $iL'A'C'D'E'R'$ i および $iU'F'L'A'C'D'$ i の平衡条件を考える。これより平面領域内の節点における応力は式 (25) により近似的に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &\doteq \frac{2X_i^{pu}}{(l_b + l_u)t} \\ \sigma_y &\doteq \frac{2Y_i^{LR}}{(l_L + l_R)t} \\ \tau_{xy} &\doteq \frac{X_i^{LR}}{(l_L + l_R)t} + \frac{Y_i^{pu}}{(l_b + l_u)t} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

ただし

$$X_i^{PU} = X_i^{(1)} + X_i^{(2)} + X_i^{(3)} + X_i^{(4)} + X_i^{(5)}$$

$$Y_i^{LR} = Y_i^{(1)} + Y_i^{(2)} + Y_i^{(3)} + Y_i^{(4)} + Y_i^{(5)}$$

$$X_i^{LR} = X_i^{(1)} + X_i^{(2)} + X_i^{(3)} + X_i^{(4)} + X_i^{(5)}$$

$$Y_i^{PU} = Y_i^{(1)} + Y_i^{(2)} + Y_i^{(3)} + Y_i^{(4)} + Y_i^{(5)}$$

6.2 応力平滑化法の精度

図 29 に示す 3 つの例, すなわち

- a) 自由端に垂直荷重を受ける長方形断面の片持梁
- b) 上面に三角形分布荷重を受けるくさび
- c) 中央に円孔を有し, x 方向に一樣な引張応力を受けている無限板

について, 図 30 に示すようなモデルを用いて数値計算を行い, Scheme I および II の応力平滑化法の精度の検討を行った. モデル A の固定端 AD 間の境界条件は図 30(a) に示すように点 A および D における x 方向の変位, 点 E における y 方向の変位をそれぞれ 0 とし, それ以外の点では解析解²⁰⁾の応力を荷重条件として与えた. モデル B についても同様に点 A において x

および y 方向の変位を 0, 点 C で x 方向の変位を 0 とし, 他の点については解析解の周辺の応力を荷重条件として与えた (図 30(b) 参照).

モデル C については図 29(c) に示すように無限板より幅 $2B$, 長さ $2l$ の有孔板を取り出し, 板の周辺に無限板の解析解の応力に等しい荷重を受けているモデルとして取り扱った. また有孔板は x, y の両軸に対する対称の条件を考慮してその 1/4 を計算の対象とし, 図 30(c) のような境界条件を与えた.

モデル A と B については, 図 31 に示すように, 領域内を同じ大きさの要素で規則正しく分割した規則的メッシュパターンと不規則メッシュパターンについて計算を行い, 分割パターンの相違が解析精度に及ぼす影響についても検討した.

以上のモデルについて定歪三角形要素を用いて弾性応力解析を行い, Scheme I および II の応力平滑化法によりすべての節点 i における応力値 $\{\sigma_F\}_i$ を計算し, 解析解 $\{\sigma_A\}_i$ に対する相対誤差 $\{E_r\}_i$ を式 (26) により求めた. また平均相対誤差 $\{E_r\}$ を式 (27) により求めた.

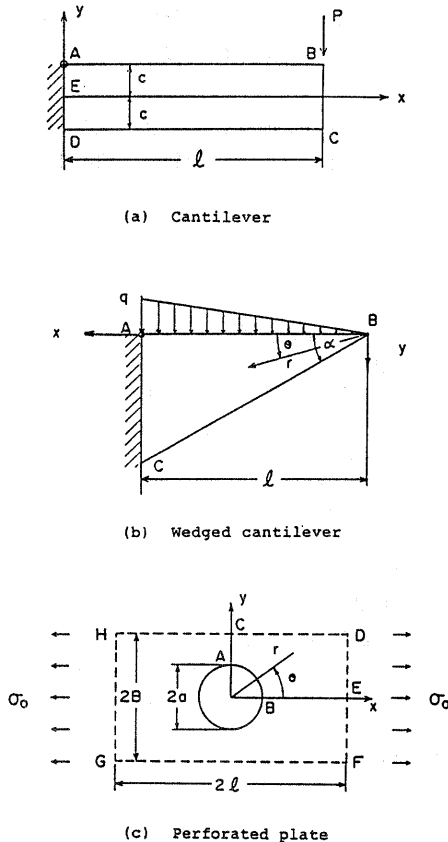


図 29 応力平滑化法の精度の比較に用いた解析例
Fig. 29 Examples used for comparing accuracy of stresses analyzed by the proposed schemes.

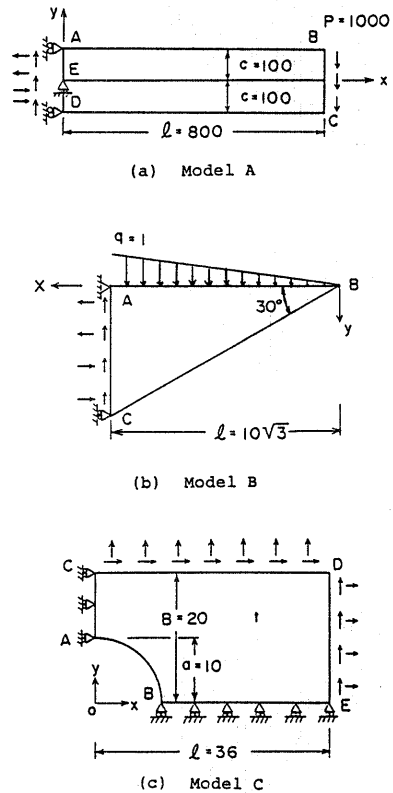


図 30 形状寸法と荷重条件
Fig. 30 Shape variable, dimensions of the models and assumed load conditions for the stress analysis.

$$\{E_r\}_i = \left| \frac{\{\sigma_r\}_i - \{\sigma_A\}_i}{\sigma_s} \right| \times 100 \quad (\text{単位 \%}) \quad (26)$$

$$\{E_r\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{E_r\}_i \quad (27)$$

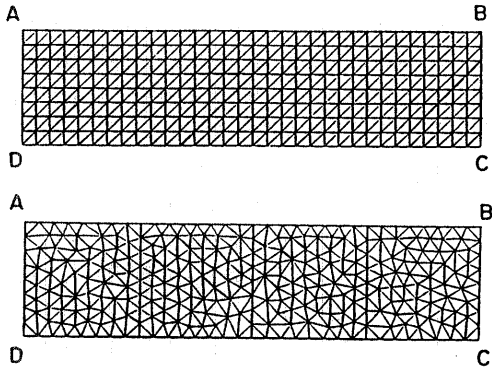


図 31(a) モデル A の要素分割
Fig. 31(a) The mesh patterns of model A used for FEM analysis.

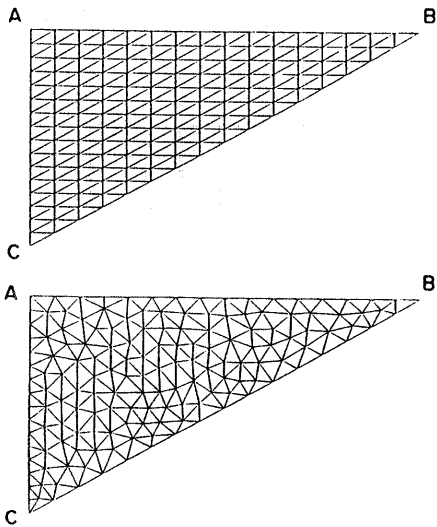


図 31(b) モデル B の要素分割
Fig. 31(b) The mesh patterns of model B used for FEM analysis.

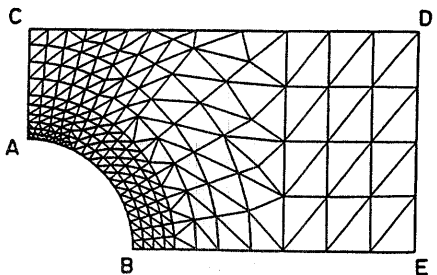


図 31(c) モデル C の要素分割
Fig. 31(c) The mesh patterns of model C used for FEM analysis.

ただし、 σ_s はそれぞれのモデルの解析解の点 A における直応力 σ_x の値、また N は節点の数を示す。相対誤差 $\{E_r\}_i$ の分布を図 32* に、平均相対誤差 $\{E_r\}$ を表 2** に示す。平均相対誤差は外部境界上の節点（外点）および領域内の節点（内点）に分けて求めた。

以上の結果から本平滑化法は従来から用いられている平滑化法では十分な精度が得られなかった外部境界線上の節点における応力値を精度良く求めることができ、また領域内の節点の応力については、本方法と従来からの方法の精度は同程度であることが分かった。従って、外部境界上の節点については本方式を適用し、領域内の節点については計算の簡単な従来する方法を用いることにした。またこの応力平滑化法は増分理論の方法を用いて弾塑性応力解析を行う場合でも適用可能である。

7. おわりに

乱数を用いた自動要素分割法、および応力平滑化法を提案し、それらを適用した本形状最適化法は平板構造物の応力集中部における最適な形状を合理的に設計することを可能にし、応力集中の緩和に有効であることを示した。

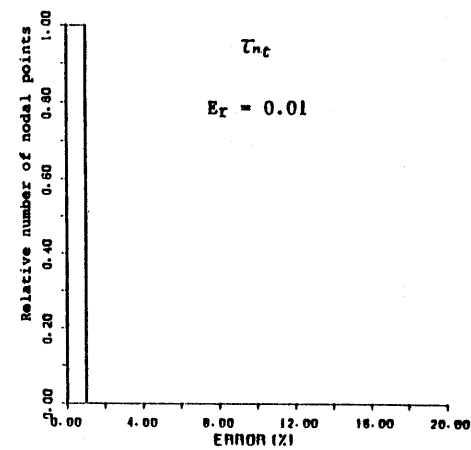
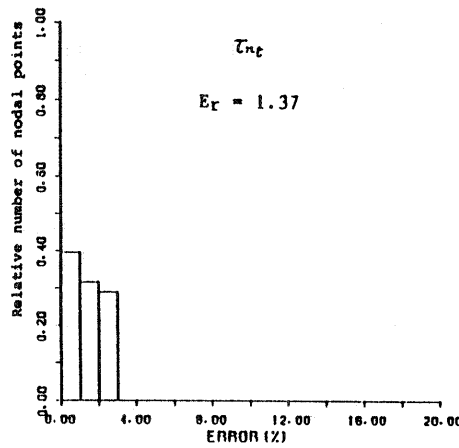
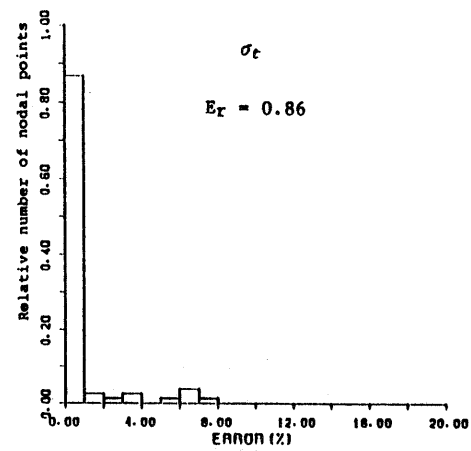
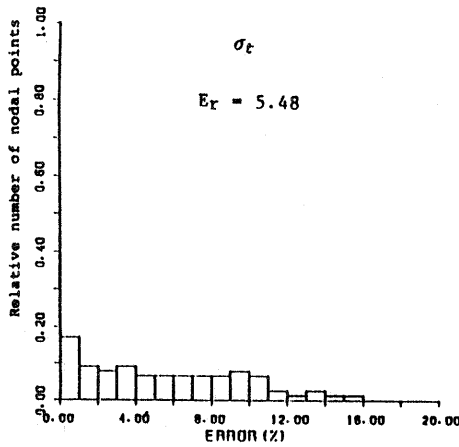
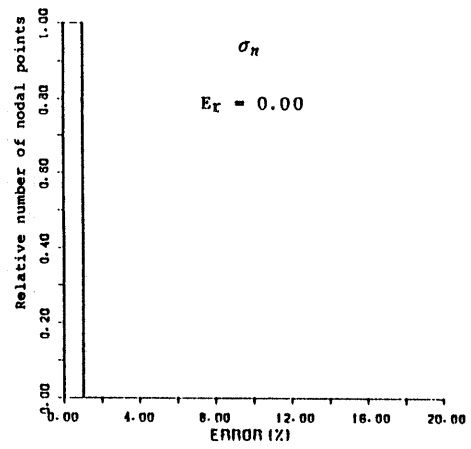
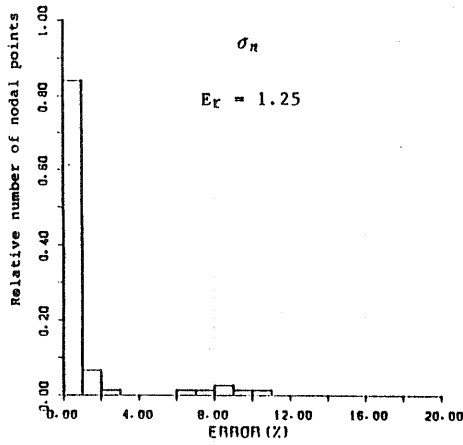
最後に本研究をまとめるにあたり、種々ご教示をいただきました九州大学名誉教授栖原二郎博士に厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 太田友彌：船体構造部分の不連続個所に於ける応力集中に関する研究，造船協会会報，No. 61-64，(1938-1941)。
- 2) 西部造船会技術研究会構造部会：船体の損傷に関する研究(1)，西部造船会技術研究会研究報告，No. 9 (1960)。
- 3) 今政淳郎，寺田邦夫，梅崎一夫，瀬川治朗：コンテナ船倉口隅部の応力集中に関する実験的研究，日本造船学会論文集，No. 124，pp. 247-258 (1968)。
- 4) 渡辺恵弘：艙口隅に於ける厚板補強時の強さに就て，西部造船会会報，No. 6，pp. 60-67 (1953)。
- 5) 日立造船株式会社造船基本設計部：FEM による Hatch Corner の応力解析，西部造船会技術研究会構造部会資料，西部 124-26-1/1 (1982)。

* 相対誤差の分布図を省略したモデルについてもモデル A の結果とほぼ同傾向である。

** モデルの隅部の節点については、他の節点に比べて十分な精度が得られなかったためこれらの結果の中には含めていない。しかし Scheme II の方法は Scheme I より精度良く隅部の応力値を求めることができる。またモデル C については外部境界上の $\{E_r\}_i$ としては円孔のまわりの節点のみをとった。



Scheme I

Scheme II

図 32 領域境界上の節点における応力の相対誤差の分布
Fig. 32 Distributions of relative errors of stresses at the nodal points on the boundary of domain (Model A Regular mesh pattern).

表2 平均相対誤差 $\{E_r\}\%$
Table 2 The mean relative errors.

Model	Mesh	Nodes on boundary of domain			Nodes in domain			No. of nodes	No. of elements
			I	II		I	II		
A	Reg.	σ_n	1.25	0.00	σ_x	1.06	1.01	297 (80)	512
		σ_t	5.48	0.86	σ_y	0.22	0.11		
		τ_{nt}	1.37	0.01	τ_{xy}	0.19	0.19		
	Irreg.	σ_n	0.66	0.00	σ_x	1.06	1.07	298 (80)	514
		σ_t	4.02	1.24	σ_y	0.24	0.52		
		τ_{nt}	1.40	0.01	τ_{xy}	0.25	0.45		
B	Reg.	σ_n	0.97	0.00	σ_x	1.14	1.11	153 (48)	256
		σ_t	4.78	2.47	σ_y	0.32	0.31		
		τ_{nt}	2.05	0.00	τ_{xy}	0.38	0.38		
	Irreg.	σ_n	1.44	0.00	σ_x	1.85	1.54	155 (48)	260
		σ_t	5.14	3.09	σ_y	0.30	0.92		
		τ_{nt}	1.96	0.00	τ_{xy}	0.55	0.74		
C	Irreg.	σ_n	1.84	0.00	σ_x	0.55	0.38	730 (84)*	1312
		σ_t	3.96	1.11	σ_y	0.36	0.43		
		τ_{nt}	2.88	0.00	τ_{xy}	0.38	0.21		

() Number of nodes on boundary of domain

* Nodes around circular hole

- 6) 三井造船株式会社玉野造船工場造船設計部：コンテナ船における Hatch Corner の応力集中について，西部造船会技術研究会構造部会資料，西部 136-30-1/1 (1985).
- 7) 西部造船会技術研究会構造部会：Hatch Side Coaming End の形状について，西部造船会技術研究会構造部会資料，西部 136-2-1/1 (1985).
- 8) 葛 紀夫，山地成一：有限要素法を用いる高応力部の最適形状設計，日本機械学会論文集，Vol. 44, No. 386, pp. 3333-3345 (1978).
- 9) 尾田十八：有限要素法による強度的最適形状の決定法，日本機械学会誌，Vol. 79, No. 691, pp. 494-502 (1976).
- 10) Schnack, E.: An Optimization Procedure for Stress Concentration by the Finite Element Technique, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 14, pp. 115-124 (1979).
- 11) 村川英一，明神昭紀，徳増真司，麻生哲夫：応力集中低減を目的とする境界要素法を用いた最適形状設計，日本機械学会論文集，Vol. 49, No. 439, pp. 396-402 (1983).
- 12) 福田順子：有限要素法における応力平滑化法とその精度について，西部造船会会報，No. 76, pp. 173-185 (1988).
- 13) Suhara, J. and Fukuda, J.: Automatic Mesh Generation for Finite Element Analysis, *Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design*, Univ. Alabama Press, pp. 607-624 (1972).
- 14) Cavendish, J. C.: Automatic Triangulation of Arbitrary Planar Domains for the Finite Element Method, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 8, pp. 679-696 (1974).
- 15) Shaw, R. D. and Pitchen, R. G.: Modifications to the SUHARA-FUKUDA Method of Network Generation, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 12, pp. 93-99 (1978).
- 16) 福田順子：対話形式による有限要素メッシュの自動生成と修正，情報処理学会論文誌，Vol. 20, No. 6, pp. 494-500 (1979).
- 17) 福田順子：有限要素法における自動分割システムについて，九州共立大学工学部研究報告，No. 14, pp. 77-103 (1990).
- 18) 福田順子：有孔板の応力集中緩和のための形状最適化に関する研究，西部造船会会報，No. 68, pp. 191-206 (1984).
- 19) 西田正孝：応力集中，森北出版 (1967).
- 20) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N.: *Theory of Elasticity, 2nd Edition*, McGraw-Hill (1951).
(平成 6 年 9 月 16 日受付)
(平成 7 年 5 月 12 日採録)

**福田 順子 (正会員)**

1938年生. 1961年福岡女子大学家政学部家庭理学科卒業. 1961年九州大学工学部助手, 1985年九州共立大学工学部助教授, 1989年同大学工学部教授, 現在に至る. 工学博士. 有限要素法による解析支援システムの開発, 応力集中部における形状の最適設計システムの開発, 西部造船会, 電子情報通信学会各会員.
