

細分割曲線・曲面の美しさの追究

芦田 浩介[†] 宮村(中村) 浩子[‡] 古谷 雅理^{††} 斎藤 隆文[‡]

[†]東京農工大学 工学部情報コミュニケーション工学科

[‡]東京農工大学 大学院生物システム応用科学府

^{††}東京農工大学 大学院工学府

1 はじめに

3DCG での曲線・曲面の表現法のひとつに細分割曲線・曲面がある。Catmull-Clark 法[1]に代表される細分割曲面は、ポリゴンを再帰的に細かく分割し、滑らかな曲面に近似していく(図 1)手法で、形状を面単位で管理するため頂点の配置に関して自由度が高い。しかし、細分割曲線・曲面の“美しさ”を追究する試みは、ほとんど行われていない。一般に“美しい”曲線・曲面とは、曲率の変化が単調に増加、あるいは減少していくものであると言われている。そこで、本研究では従来の Catmull-Clark 法を改良し、曲率が単調に変化するような美しい曲線・曲面の生成を目指す。

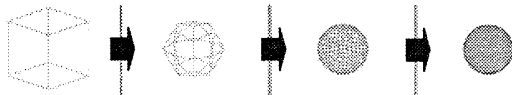


図 1 細分割の様子

2 Catmull-Clark 法の問題点

Catmull-Clark 法で生成した曲線・曲面は、予期しない部分(図 2)で曲率が単調に変化しない。図 2 の左にある立方体が細分割前の曲面で、右が細分割後の曲面である。青い円で囲んである部分は互いに対応しており、この部分で曲率の単調性が崩れる。

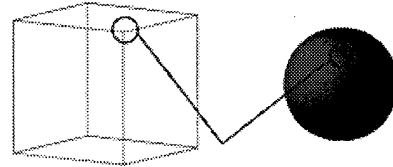


図 2 曲率が変化する箇所

3 細分割法

2 次元平面における折れ線を Catmull-Clark 法に準じて細分割した曲線について考察する。図 3 のように 3 点 P_1, P_2, P_3 を与えたとき、1 回の細分割ごとに、各辺に辺上点 (P_{12}, P_{23}) を生成するとともに各頂点の位置が移動する (P_2 を新たに P' とする)。辺上点は各辺の中点となる。移動後の頂点 P' の位置は、

$$P' = \frac{1}{2}P_2 + \frac{1}{4}(P_{12} + P_{23})$$

で求められる。

本研究では、2 種類の細分割法を提案する。

3.1 円弧の表現可能な細分割曲線

ひとつめの提案手法(提案手法 1)として、正多角形を細分割した場合、円(曲率一定)になる細分割法を考える。そこで、 P' (図 3)を以下の重み ω を付加して求めるような細分割法を提案する。

頂点 P_2 における折れ線の方角角の変化を θ_0 とすると、

$$P' = \omega(P_{12} + P_{23}) + (1 - 2\omega)P_2 \quad (3.1)$$

で P' の位置を求める。

$$\text{ただし、} \omega = \frac{1}{4 \cos^2 \frac{\theta_0}{4}}$$

この細分割法で正多角形を細分割すると、円になることが容易に確かめられる(図 4 右)。図 4 中の青い点は、生成した緑の曲線の曲率中心である(縮閉線)。改良前の曲率中心(図 4 左)と比較すると、生成できる曲線が変化していることがわかる。

Aesthetic Subdivision Curves and Surfaces

Kosuke ASHIDA[†], Hiroko NAKAMURAMIYAMURA[‡], Tadasuke FURUYA^{††}, Takahumi SAITO[‡]

[†]Department of Computer, Information and Communication Sciences, Tokyo University of Agriculture and Technology

[‡]Graduate School of Bio-Applications and Systems Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology

^{††}Graduate School of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology

3.2 対数螺旋の表現可能な細分割曲線

ふたつめの提案手法(提案手法 2)として, 対数螺旋(曲率が単調)が表現可能な細分割法を考える. そこで, P'(図 3)を以下の重みで求めるような細分割法を提案する.

頂点P₂における折れ線の方角角の変化を θ_0 , 頂点P'における折れ線の方角角の変化を θ_1 , $\angle P_2P_{12}P_{23}$ を α_0 , $\angle P'P_{12}P_{23}$ を α_1 , 頂点P₁-P₂, P₂-P₃, P₁₂-P', P'-P₂₃, P₁-P₃, P₁₂-P₂₃の距離をそれぞれ $a_0, b_0, a_1, b_1, l_0, l_1$ とし,

$$k = \frac{b_0}{a_0}, s = \frac{2a_1}{a_0} \quad (3.2)$$

と定義すると,

$$\alpha_1 = \sin^{-1} \left(\frac{a_0}{l_0} s k^{\frac{1}{2}} \sin \theta_1 \right) \quad (3.3)$$

となるので,

$$P' = \frac{l_1 \sin \alpha_0 - a_1 \sin \alpha_0 \cos \alpha_1 + a_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_0}{l_1 \sin \alpha_0} P_{12} + \frac{a_1 \sin \alpha_0 \cos \alpha_1 - a_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_0}{l_1 \sin \alpha_0} P_{23} + \frac{2a_1 \sin \alpha_1}{a_0 \sin \alpha_0} (P_2 - P_{12}) \quad (3.4)$$

となる.

図 5 は, 提案手法 2 を用いて対数螺旋上の頂点を離散的にとった折れ線を細分割した曲線の曲率変化のグラフである.

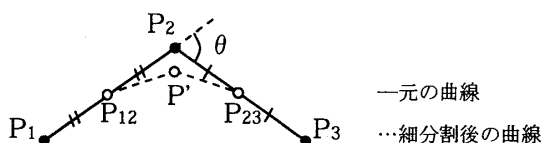


図 3 頂点の計算



図 4 提案手法 1 による正方形の細分割結果の比較 (左:Catmull-Clark 法, 右:提案手法 1)

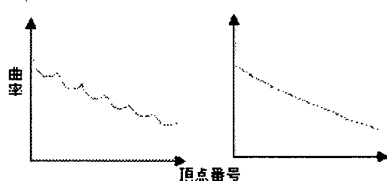


図 5 提案手法 2 による細分割後の曲率のプロット (左:Catmull-Clark 法, 右:提案手法 2)

4 提案手法の評価

図 6 の角度 θ_1, θ_2 , 長さ l_1, l_2 を変化させて, 生成した曲線(図 7)の曲率変化を解析している. ただし, l_3 は 1.00 で固定.

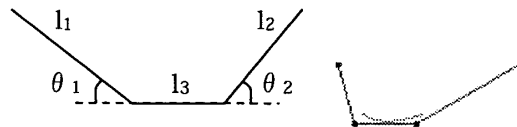


図 6 頂点配置 図 7 出力結果

提案手法を, 多次元データの次元数を減らし表示する手法[2]を用いて可視化し(図 8 左), 生成された曲線の美しさを評価する. 外側の領域の軸を θ_1, θ_2 , 内側の領域の軸を l_1, l_2 とする. 水色・青以外のとき提案手法 1 に比べて提案手法 2 は改善されているといえる. これらの色は, 図 8 左のグラフの右下に集まっている. これは, 式 3.2 にあるように対数螺旋の性質上, 頂点間の距離は定数倍に変化することが好ましいためであると考えられる. また, 頂点間の距離の倍率が大きく異なる場合に提案手法 1 の結果のほうが好ましいといえる.

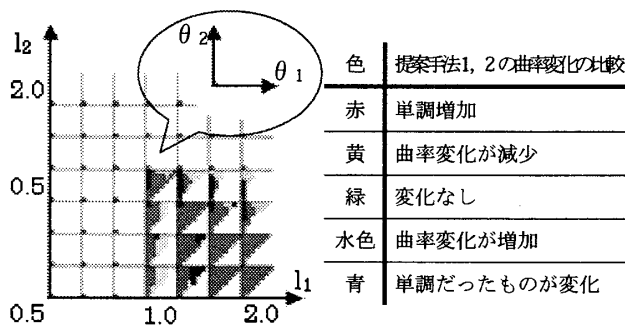


図 8 頂点提案手法の比較

5 おわりに

Catmull-Clark 法をもとに, 美しい細分割曲線の生成法を提案・評価した. 今後, 評価結果をもとにした新たな手法の考案とともに, 提案手法の曲面への拡張を試みる.

参考文献

- [1]E. Catmull and J. Clark : Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes, *Computer Aided Design*, 10(6):350-355, 1978.
- [2]J. LeBlanc, M. O. Ward and N. Wittles : Exploring N-dimensional databases, *Proc. Visualization '90*, pp230-239, 1990.